

PENERBIT ITB

CATATAN KULIAH

FI-1101

FISIKA DASAR I

(Edisi Revisi)

Oleh

Dr.Eng. MIKRAJUDDIN ABDULLAH, M.Si.

PROGRAM STUDI FISIKA

Daftar Isi

Bab 1	Gerak Dua Dimensi	1
Bab 2	Gerak Peluru	17
Bab 3	Gerak Melingkar	36
Bab 4	Hukum Newton dan Dinamika	50
Bab 5	Hukum Gravitasi	81
Bab 6	Usaha Energi	99
Bab 7	Elastisitas Bahan	131
Bab 8	Momentum Linier dan Impuls	147
Bab 9	Dinamika Benda Tegar	181
Bab 10	Statika Fluida	229
Bab 11	Fluida Dinamik	262
Bab 12	Teori Kinetik Gas	294
Bab 13	Termodinamika	317
Bab 14	Teori Relativitas Khusus	356

Kata Pengantar

Guna memperkaya materi kuliah bagi mahasiswa Tahap Persiapan Bersama (TPB) Institut Teknologi Bandung, kami mencoba menyusun diktat kuliah Fisika Dasar I sebagai pelengkap sejumlah referensi yang telah ada. Di dalam diktat ini kami mencoba menyodorkan pendekatan yang lebih sederhana dalam memahami Fisika Dasar yang merupakan mata kuliah wajib di TPB.

Diktat versi revisi ini merupakan perbaikan diktat yang terbit pertama kali tahun 2006. Beberapa kesalahan yang muncul pada diktat versi pertama ditekan seminim mungkin pada diktat versi revisi ini. Format juga ditata ulang sehingga lebih enak untuk dibaca dan dipelajari. Beberapa ilustrasi juga ditambah untuk membuat diktat lebih menarik.

Atas hadirnya diktat ini kami mengucapkan terima kasih kepada Penerbit ITB yang bersedia menerbitkannya sehingga dapat sampai di tangan para mahasiswa yang mengambil mata kuliah tersebut.

Kami menyadari masih banyak kekurangan yang dijumpai dalam diktat ini meskipun sudah dilakukan revisi. Koreksi dari siapa pun, apakah dosen, mahasiswa, atau lainnya sangat kami nantikan untuk perbaikan selanjutnya.

Semoga bermanfaat

Wassalam

Juni 2007

Mikrajuddin Abdullah

Bab 1

Gerak Dua Dimensi

Besaran-besaran gerak seperti posisi, perpindahan, kecepatan, percepatan, gaya, dan sebagainya merupakan besaran-besaran vektor. Oleh karena itu pembahasan tentang gerak akan lebih lengkap kalau diungkapkan dengan metode vektor. Awalnya penggunaan metode vektor terasa sulit. Namun, apabila kita sudah terbiasa maka akan mendapatkan bahwa metode vektor cukup sederhana. Analisis yang cukup panjang dan rumit yang dijumpai pada metode skalar sering menjadi sangat singkat dan sederhana jika dilakukan dengan metode vektor.

1.1 Analisis Vektor Untuk Gerak Dua Dimensi

Untuk memahami penerapan metode vektor dalam analisis gerak, mari kita mulai mengkaji benda yang melakukan gerak dua dimensi. Beberapa besaran gerak sebagai berikut.

Posisi

Untuk menjelaskan gerak dua dimensi secara lengkap, kita perlu menggunakan koordinat dua sumbu. Kita gunakan sumbu x yang arahnya horizontal dan sumbu y yang arahnya vertikal. Posisi benda diukur dari pusat koordinat ditulis dalam notasi vektor sebagai

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} \quad (1.1)$$

dengan

\vec{r} : vektor yang pangkalnya di sumbu koordinat dan ujungnya di posisi benda.

x : komponen vektor \vec{r} dalam arah sumbu x (proyeksi vektor \vec{r} sepanjang sumbu x)

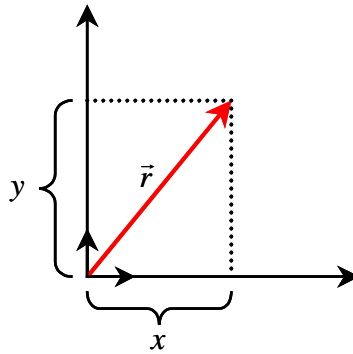
y : komponen vektor \vec{r} dalam arah sumbu y (proyeksi vektor \vec{r} sepanjang sumbu y)

\hat{i} : vektor satuan yang searah dengan sumbu x dan \hat{j} adalah vektor satuan yang searah sumbu y . Vektor satuan artinya vektor yang panjangnya satu, atau

$$|\hat{i}| = 1 \quad \text{dan} \quad |\hat{j}| = 1.$$

Panjang vektor \vec{r} memenuhi

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1.2)$$



Gambar 1.1 Posisi sebuah benda dalam koordinat dua dimensi

Sifat perkalian vektor satuan

Sebelum melangkah lebih jauh, mari kita lihat sifat perkalian vektor satuan. Sifat perkalian skalar yang dipenuhi adalah

$$\hat{i} \bullet \hat{i} = 1$$

$$\hat{j} \bullet \hat{j} = 1$$

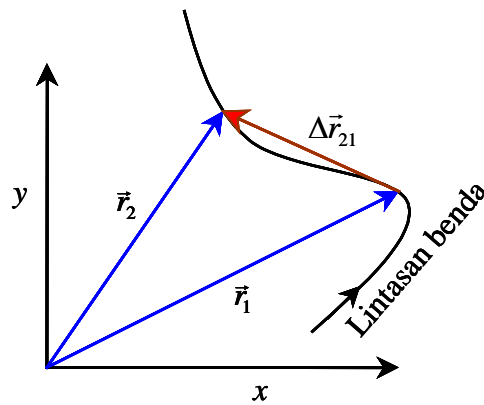
$$\hat{i} \bullet \hat{j} = 0$$

$$\hat{j} \bullet \hat{i} = 0 \quad (1.3)$$

Perpindahan

Misalkan sebuah benda mula-mula berada di titik A dengan vektor posisi \vec{r}_1 . Beberapa saat berikutnya, benda tersebut berada pada titik B dengan vektor posisi \vec{r}_2 . Kita mendefinisikan perpindahan benda dari titik A ke titik B sebagai

$$\Delta \vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (1.4)$$



Gambar 1.2 Vektor perpindahan benda adalah selisih vektor posisi akhir dengan vektor posisi awal

Tampak dari Gbr. 1.2 bahwa, vektor perpindahan $\Delta \vec{r}_{21}$ adalah vektor yang pangkalnya berada di ujung vektor \vec{r}_1 dan kepalanya berada di ujung vektor \vec{r}_2 .

Kita juga dapat menulis vektor \vec{r}_1 dan \vec{r}_2 dalam komponen-komponennya, yaitu

$$\vec{r}_1 = x_1 \hat{i} + y_1 \hat{j}$$

$$\vec{r}_2 = x_2 \hat{i} + y_2 \hat{j} \quad (1.5)$$

dengan

- x_1 : komponen vektor \vec{r}_1 dalam arah x
- y_1 : komponen vektor \vec{r}_1 dalam arah y
- x_2 : komponen vektor \vec{r}_2 dalam arah x
- y_2 : komponen vektor \vec{r}_2 dalam arah y

Dinyatakan dalam komponen-komponen vektor maka kita dapat menulis vektor perpindahan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \Delta \vec{r}_{21} &= (x_2 \hat{i} + y_2 \hat{j}) - (x_1 \hat{i} + y_1 \hat{j}) \\ &= (x_2 - x_1) \hat{i} + (y_2 - y_1) \hat{j} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Besar perpindahan benda, yaitu panjang perpindahan, adalah

$$\Delta r_{21} = |\Delta \vec{r}_{21}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (1.7)$$

Contoh 1.1

Mula-mula posisi sebuah benda dinyatakan oleh vektor $\vec{r}_1 = 8\hat{i} + 10\hat{j}$ m.

Beberapa saat berikutnya, posisi benda menjadi $\vec{r}_2 = -5\hat{i} + 20\hat{j}$ m. Berapakah vektor perpindahan serta besar perpindahan benda?

Jawab

$$\begin{aligned} \Delta \vec{r}_{21} &= \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \\ &= (-5\hat{i} + 20\hat{j}) - (8\hat{i} + 10\hat{j}) \\ &= (-5 - 8)\hat{i} + (20 - 10)\hat{j} = -13\hat{i} + 10\hat{j} \text{ m} \end{aligned}$$

Besar perpindahan benda

$$\Delta r_{21} = \sqrt{(-13)^2 + (10)^2} = \sqrt{269} = 16,4 \text{ m}$$

Contoh 1.2

Posisi benda tiap saat ditentukan oleh persamaan $\vec{r} = 10t\hat{i} + (10t - 5t^2)\hat{j}$ (satuan meter). (a) Tentukan posisi benda pada saat $t = 1$ s dan $t = 10$ s. (b) Tentukan perpindahan benda selama selang waktu $t = 1$ s sampai $t = 10$ s.

Jawab

(a) Posisi benda saat $t = 1$ s

$$\vec{r}_1 = 10 \times 1\hat{i} + (10 \times 1 - 5 \times 1^2)\hat{j} = 10\hat{i} + 5\hat{j} \text{ m}$$

Posisi benda saat $t = 10$ s

$$\vec{r}_2 = 10 \times 10\hat{i} + (10 \times 10 - 5 \times 10^2)\hat{j} = 100\hat{i} - 400\hat{j} \text{ m}$$

(b) Perpindahan benda antara $t = 1$ s sampai $t = 10$ s

$$\begin{aligned}\Delta \vec{r}_{21} &= \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \\ &= (100\hat{i} - 400\hat{j}) - (10\hat{i} + 5\hat{j}) \\ &= (100 - 10)\hat{i} + (-400 - 5)\hat{j} = -90\hat{i} - 405\hat{j} \text{ m}\end{aligned}$$

Kecepatan Rata-Rata

Kita mendefinisikan kecepatan rata-rata sebagai perbandingan antara perpindahan dengan lama waktu melakukan perpindahan. Misalkan saat t_1 posisi benda adalah \vec{r}_1 dan pada saat t_2 , posisi benda adalah \vec{r}_2 . Maka

$$\text{Perpindahan benda adalah: } \Delta \vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\text{Lama waktu benda berpindah adalah: } \Delta t = t_2 - t_1$$

Definisi kecepatan rata-rata adalah

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}_{21}}{\Delta t} \quad (1.8)$$

Di sini kita gunakan tanda kurung siku, $\langle \dots \rangle$, sebagai simbol untuk rata-rata. Kecepatan rata-rata juga merupakan besaran vektor.

Contoh 1.3

Pada saat $t = 2$ s posisi sebuah benda adalah $\vec{r}_1 = 10\hat{i}$ m dan pada saat $t = 6$ s posisi benda menjadi $\vec{r}_2 = 8\hat{j}$ m. Berapakah kecepatan rata-rata benda selama perpindahan tersebut?

Jawab

Perpindahan benda

$$\Delta \vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (8\hat{j}) - (10\hat{i}) = -10\hat{i} + 8\hat{j} \text{ m.}$$

Lama perpindahan benda $\Delta t = 6 - 2 = 4$ s

Kecepatan rata-rata benda

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}_{21}}{\Delta t} = \frac{-10\hat{i} + 8\hat{j}}{4} = -2,5\hat{i} + 2\hat{j} \text{ m/s}$$

Contoh 1.4

Posisi sebuah benda yang sedang bergerak memenuhi hubungan $\vec{r} = 3\hat{i} + 5t^2\hat{j}$

m. Berapakah kecepatan rata-rata benda antara $t = 0$ s sampai $t = 5$ s?

Jawab

Posisi benda saat $t = 0$ s

$$\vec{r}_1 = 3\hat{i} + 5 \times 0^2 \hat{j} = 3\hat{i} \text{ m}$$

Posisi benda saat $t = 5$ s

$$\vec{r}_2 = 3\hat{i} + 5 \times 5^2 \hat{j} = 3\hat{i} + 125\hat{j} \text{ m}$$

Perpindahan benda

$$\Delta \vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (3\hat{i} + 125\hat{j}) - (3\hat{i}) = 125\hat{j}$$

Lama perpindahan benda $\Delta t = 5 - 0 = 5$ s

Kecepatan rata-rata benda

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}_{21}}{\Delta t} = \frac{125\hat{j}}{5} = 25\hat{j} \text{ m/s.}$$

Kecepatan Sesaat

Kecepatan sesaat diperoleh dari kecepatan rata-rata dengan mengambil selang waktu yang sangat kecil, yaitu mendekati nol. Dapat pula dikatakan bahwa kecepatan sesaat merupakan kecepatan rata-rata pada selang waktu yang sangat kecil (mendekati nol). Jadi, definisi kecepatan sesaat adalah

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}_{21}}{\Delta t} \quad (1.9)$$

dengan $\Delta t \rightarrow 0$. Definisi ini dapat ditulis dalam bentuk diferensial sebagai berikut

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1.10)$$

Contoh 1.5

Sebuah benda bergerak dengan posisi yang memenuhi $\vec{r} = 4t\hat{i} + (6t - 5t^2)\hat{j}$ m.

Tentukan kecepatan sesaat benda pada saat $t = 2$ s.

Jawab

Kecepatan sesaat benda pada sembarang waktu adalah

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 4\hat{i} + (6 - 10t)\hat{j} \text{ m/s}$$

Kecepatan sesaat benda pada saat $t = 2$ menjadi

$$\vec{v} = 4\hat{i} + (6 - 10 \times 2)\hat{j} = 4\hat{i} - 14\hat{j} \text{ m/s}$$

Percepatan rata-rata

Percepatan rata-rata didefinisikan sebagai perbandingan antara perubahan kecepatan benda dengan lama kecepatan tersebut berubah. Misalkan saat t_1 kecepatan sesaat benda adalah \vec{v}_1 dan pada saat t_2 kecepatan sesaat benda adalah \vec{v}_2 . Maka

$$\text{Perubahan kecepatan benda adalah } \Delta\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\text{Lama waktu kecepatan berubah adalah } \Delta t = t_2 - t_1$$

Definisi percepatan rata-rata adalah

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta\vec{v}_{21}}{\Delta t} \quad (1.11)$$

Percepatan rata-rata juga merupakan besaran vektor.

Contoh 1.6

Sebuah benda bergerak dengan kecepatan yang memenuhi persamaan

$$\vec{v} = 2[\cos(0,1\pi)\hat{i} + \sin(0,1\pi)\hat{j}] \text{ m/s. Tentukan percepatan rata-rata benda antara selang}$$

waktu $t_1 = 10/6$ s sampai $t_2 = 10$ s.

Jawab

Kecepatan benda saat $t = 10/6$ s

$$\begin{aligned} v_1 &= 2 \left\{ \cos \left(0,1 \pi \frac{10}{6} \right) \hat{i} + \sin \left(0,1 \pi \frac{10}{6} \right) \hat{j} \right\} = 2 \left\{ \cos \left(\frac{\pi}{6} \right) \hat{i} + \sin \left(\frac{\pi}{6} \right) \hat{j} \right\} \\ &= 2 \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{i} + \frac{1}{2} \hat{j} \right\} = \sqrt{3} \hat{i} + \hat{j} \text{ m/s} \end{aligned}$$

Kecepatan benda saat $t = 10$ s

$$\begin{aligned} v_2 &= 2 \left\{ \cos(0,1 \pi \times 10) \hat{i} + \sin(0,1 \pi \times 10) \hat{j} \right\} = 2 \left\{ \cos(\pi) \hat{i} + \sin(\pi) \hat{j} \right\} \\ &= 2 \left\{ (-1) \hat{i} + 0 \hat{j} \right\} = -2 \hat{i} \text{ m/s} \end{aligned}$$

Perubahan kecepatan benda antara $t = 10/6$ sampai $t = 10$ s adalah

$$\Delta \vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = (-2 \hat{i}) - (\sqrt{3} \hat{i} + \hat{j}) = -(2 + \sqrt{3}) \hat{i} - \hat{j} \text{ m/s}$$

Lama waktu perubahan kecepatan benda

$$\Delta t = 10 - 10/6 = 60/6 - 10/6 = 50/6 \text{ s}$$

Percepatan rata-rata benda

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}_{21}}{\Delta t} = \frac{-(2 + \sqrt{3}) \hat{i} - \hat{j}}{50/6} = -0,45 \hat{i} - 0,12 \hat{j} \text{ m/s}^2.$$

Percepatan sesaat

Jika selang waktu yang kita ambil dalam menghitung percepatan rata-rata mendekati nol, maka percepatan rata-rata tersebut berubah menjadi percepatan sesaat. Jadi, percepatan sesaat didefinisikan sebagai

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}_{21}}{\Delta t} \tag{1.12}$$

dengan Δt diambil menuju nol. Juga definisi ini dapat ditulis dalam bentuk diferensial sebagai berikut

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \tag{1.13}$$

Contoh 1.7

Kecepatan sesaat benda sebagai fungsi waktu diberikan oleh hubungan

$$\vec{v} = 10t^2\hat{i} + 3\hat{j} \text{ m/s. Berapakah percepatan sesaat benda pada saat } t = 5 \text{ s?}$$

Jawab

Pertama kita tentukan percepatan sesaat pada sembarang waktu, yaitu

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 20t\hat{i} \text{ m/s}^2$$

Percepatan sesaat pada saat $t = 5 \text{ s}$ adalah

$$\vec{a} = 20 \times 5\hat{i} = 100\hat{i} \text{ m/s}^2$$

Sampai di sini kita sudah membahas bagaimana mendapatkan besaran-besaran gerak dimulai dari posisi benda. Dari posisi benda kita mendapatkan kecepatan rata-rata dan kecepatan sesaat dan dari kecepatan sesaat kita bisa menentukan percepatan rata-rata dan percepatan sesaat. Bagaimana dengan sebaliknya? Jika kita mengetahui percepatan, dapatkah kita menentukan kecepatan? Dan jika kita mengetahui kecepatan, dapatkah kita menentukan posisi? Jawabannya, dapat. Dan itu yang akan kita pelajari selanjutnya.

1.2 Menentukan kecepatan dari percepatan

Kita mulai dari definisi percepatan sesaat pada persamaan (1.13). Persamaan tersebut dapat ditulis ulang menjadi

$$d\vec{v} = \vec{a}dt \quad (1.14)$$

Lalu kita integral ruas kiri dan kanan dengan batas-batas: (i) kecepatan dari \vec{v}_o sampai \vec{v} dan (ii) waktu dari t_o sampai t :

$$\int_{\vec{v}_o}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{t_o}^t \vec{a}dt \quad (1.15)$$

Integral ruas kiri bisa segera diselesaikan dan hasilnya adalah $\vec{v} - \vec{v}_o$. Integral di ruas

kanan baru dapat dilakukan setelah kita mengetahui bentuk eksplisit dari fungsi \vec{a} . Dengan mengganti integral ruas kiri dengan $\vec{v} - \vec{v}_o$ kita dapatkan

$$\vec{v} - \vec{v}_o = \int_{t_o}^t \vec{a} dt$$

atau

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \int_{t_o}^t \vec{a} dt \quad (1.16)$$

Persamaan (1.16) merupakan bentuk yang umum yang berlaku untuk percepatan apa pun, baik yang konstan maupun tidak konstan. Kalau kita tinjau **kasus khusus untuk percepatan yang konstan**, maka percepatan pada integral persamaan (1.16) dapat dikeluarkan dari integral dan kita peroleh

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{v}_o + \vec{a} \int_{t_o}^t dt \\ &= \vec{v}_o + \vec{a}(t - t_o) \end{aligned} \quad (1.17)$$

Contoh 1.8 (percepatan konstan)

Pada saat $t_o = 2$ s sebuah partikel memiliki kecepatan $3\hat{i} + 4\hat{j}$ m/s. Berapa kecepatan partikel pada sembarang waktu jika percepatannya adalah $-10\hat{i} + 2\hat{j}$ m/s²?

Jawab

Dari soal kita daatkan informasi $t_o = 2$ s, $\vec{v}_o = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ m/s dan $\vec{a} = -10\hat{i} + 2\hat{j}$ m/s².

Karena percepatan konstan maka kita bias langsung menggunakan persamaan (1.17)

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{v}_o + \vec{a}(t - t_o) \\ &= (3\hat{i} + 4\hat{j}) + (-10\hat{i} + 2\hat{j})(t - 2) \\ &= [3 - 10(t - 2)]\hat{i} + [4 + 2(t - 2)]\hat{j} \end{aligned}$$

$$= (23 - 10t)\hat{i} + (2t)\hat{j} \text{ m/s}$$

Contoh 1.9 (percepatan sembarang)

Sebuah benda memiliki percepatan $\vec{a} = -4t\hat{i} + 5t^2\hat{j}$ m/s². Jika pada saat $t = 4$ kecepatan benda adalah $\vec{v}_o = -10\hat{j}$ m/s, tentukan kecepatan benda pada sembarang waktu.

Jawab

Karena benda memiliki percepatan yang sembarang, maka kita gunakan persamaan umum (1.16). Kita dapatkan kecepatan benda adalah

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \vec{v}_o + \int_{t_o}^t \vec{a} dt \\ &= -10\hat{j} + \int_4^t (-4t\hat{i} + 5t^2\hat{j}) dt \\ &= -10\hat{j} + \left[-2t^2\hat{i} + \frac{5}{3}t^3\hat{j} \right]_4^t = -10\hat{j} - 2(t^2 - 16)\hat{i} + \frac{5}{3}(t^3 - 64)\hat{j} \\ &= (32 - 2t^2)\hat{i} + \left(\frac{5}{3}t^3 - \frac{350}{3} \right)\hat{j} \text{ m/s}\end{aligned}$$

1.3 Menentukan posisi dari kecepatan

Kita berangkat dari definisi kecepatan sesaat yang diberikan oleh persamaan (1.19). Kita dapat menulis ulang persamaan tersebut menjadi

$$d\vec{r} = \vec{v} dt \tag{1.18}$$

Misalkan pada saat t_o benda berada pada posisi \vec{r}_o dan pada saat t sembarang posisi benda dinyatakan oleh \vec{r} . Dua ruas dalam persamaan (1.18) dapat diintegral menjadi

$$\int_{\vec{r}_o}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_o}^t \vec{v} dt \quad (1.19)$$

Integral di ruas kiri dapat segera diselesaikan dan memberikan $\vec{r} - \vec{r}_o$. Integral di ruas kanan baru dapat diselesaikan setelah kita mengetahui bentuk eksplisit dari fungsi \vec{v} . Dengan mengganti ruas kiri persamaan (1.19) dengan $\vec{r} - \vec{r}_o$ kita peroleh

$$\vec{r} - \vec{r}_o = \int_{t_o}^t \vec{v} dt$$

atau

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \int_{t_o}^t \vec{v} dt \quad (1.20)$$

Persamaan (1.20) merupakan bentuk yang umum yang berlaku untuk kecepatan apa pun, baik yang konstan maupun tidak konstan. Kalau kita tinjau **kasus khusus untuk kecepatan yang konstan**, \vec{v}_o , maka kecepatan pada integral persamaan (1.20) dapat dikeluarkan dari integral dan kita peroleh

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{r}_o + \vec{v}_o \int_{t_o}^t dt \\ &= \vec{r}_o + \vec{v}_o (t - t_o) \end{aligned} \quad (1.21)$$

Kasus khusus lainnya adalah untuk gerak dengan percepatan yang konstan. Untuk kasus ini maka kecepatan pada integral persamaan (1.20) diganti dengan kecepatan pada persamaan (1.17) sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{r}_o + \int_{t_o}^t [\vec{v}_o + \vec{a}(t - t_o)] dt \\ &= \vec{r}_o + \int_{t_o}^t \vec{v}_o dt + \int_{t_o}^t \vec{a}(t - t_o) dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \vec{r}_o + \vec{v}_o \int_{t_o}^t dt + \vec{a} \int_{t_o}^t (t - t_o) dt \\
&= \vec{r}_o + \vec{v}_o (t - t_o) + \frac{1}{2} \vec{a} (t - t_o)^2
\end{aligned} \tag{1.22}$$

Contoh 1.10 (percepatan konstan)

Sebuah benda bergerak dengan percepatan $\vec{a} = -10 \hat{j}$ m/s². Pada waktu nol detik, kecepatan benda adalah $5 \hat{i}$ m/s dan posisinya $50 \hat{j}$ m. Tentukan: (a) kecepatan benda pada sembarang waktu (b) Posisi benda pada sembarang waktu.

Jawab

Dari soal kita dapat informasi $t_o = 0$, $\vec{a} = -10 \hat{j}$ m/s², $\vec{v}_o = 5 \hat{i}$ m/s, dan $\vec{r}_o = 50 \hat{j}$ m.

a) Karena percepatan benda konstan maka kecepatan benda pada sembarang waktu tentukan dari persamaan (2.17), yaitu

$$\begin{aligned}
\vec{v} &= \vec{v}_o + \vec{a}(t - t_o) \\
&= 5 \hat{i} + (-10 \hat{j})(t - 0) = 5 \hat{i} - 10t \hat{j} \text{ m/s}
\end{aligned}$$

b) Posisi benda tiap saat dihitung dengan persamaan (1.22)

$$\begin{aligned}
\vec{r} &= \vec{r}_o + \vec{v}_o (t - t_o) + \frac{1}{2} \vec{a} (t - t_o)^2 \\
&= 50 \hat{j} + (5 \hat{i})(t - 0) + \frac{1}{2} (-10 \hat{j})(t - 0)^2 \\
&= 50 \hat{j} + 5t \hat{i} - 5t^2 \hat{j} = 5t \hat{i} + (50 - 5t^2) \hat{j} \text{ m}
\end{aligned}$$

Contoh 1.11

Pada saat $t = 0$, benda berada pada posisi $\vec{r}_o = -20 \hat{i} + 10 \hat{j}$ m. Benda tersebut bergerak dengan kecepatan $\vec{v} = 10 \hat{i} + 5t^{1/2} \hat{j}$ m/s. Tentukan posisi benda pada

sembarang waktu

Jawab

Karena percepatan benda tidak konstan maka kita gunakan bentuk umum yang diungkapkan oleh persamaan (1.20)

$$\begin{aligned}\vec{r} &= \vec{r}_o + \int_{t_o}^t \vec{v} dt \\&= (-20\hat{i} + 10\hat{j}) + \int_0^t (10\hat{i} + 5t^{1/2}\hat{j}) dt \\&= (-20\hat{i} + 10\hat{j}) + \left[10t\hat{i} - \frac{10}{3}t^{3/2}\hat{j} \right]_0^t \\&= (-20\hat{i} + 10\hat{j}) + \left(10t\hat{i} - \frac{10}{3}t^{3/2}\hat{j} \right) = (10t - 20)\hat{i} + \left(10 - \frac{10}{3}t^{3/2} \right)\hat{j} \text{ m}\end{aligned}$$

Soal dan Penyelesaian

1) Kecepatan sebuah mobil dapat dinyatakan dalam persamaan $\vec{v} = 30\hat{i} + 50\hat{j}$ km/jam.

Pada saat $t = 0$ posisi mobil adalah $\vec{r}_o = 10\hat{i} - 30\hat{j}$ km. Tentukan posisi mobil pada saat $t = 0,5$ jam.

Jawab

Dari bentuk kecepatan, tampak bahwa gerakan mobil merupakan gerak dengan kecepatan konstan, sehingga kita dapat langsung menggunakan rumus

$$\begin{aligned}\vec{r} &= \vec{r}_o + \vec{v}t \\&= (10\hat{i} - 30\hat{j}) + (30\hat{i} + 50\hat{j}) \times 0,5 \\&= (10\hat{i} - 30\hat{j}) + (15\hat{i} + 25\hat{j}) = (10 + 15)\hat{i} + (-30 + 25)\hat{j} \\&= 25\hat{i} - 5\hat{j} \text{ km.}\end{aligned}$$

2) Posisi sebuah benda memenuhi persamaan $\vec{r}(t) = t^4\hat{i} - 2t\hat{j}$ m. Tentukan:

- a) Posisi benda pada saat $t = 1$ s
- b) Posisi benda pada saat $t = 3$ s
- c) Perpindahan benda antara $t = 1$ s sampai $t = 3$ s.
- d) Kecepatan rata-rata benda antara $t = 1$ s sampai $t = 3$ s.
- e) Kecepatan sesaat benda

Jawab

a) $\vec{r}(1) = 1^4\hat{i} - 2 \times 1\hat{j} = 1\hat{i} - 2\hat{j}$ m.

b) $\vec{r}(3) = 3^4\hat{i} - 2 \times 3\hat{j} = 81\hat{i} - 6\hat{j}$ m.

c) $\Delta\vec{r} = \vec{r}(3) - \vec{r}(1) = (81\hat{i} - 6\hat{j}) - (1\hat{i} - 2\hat{j}) = 80\hat{i} - 4\hat{j}$ m.

d) Selang waktu perpindahan benda $\Delta t = 2$ s. Kecepatan rata-rata benda

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{80\hat{i} - 4\hat{j}}{2} = \frac{80}{2}\hat{i} - \frac{4}{2}\hat{j} = 40\hat{i} - 2\hat{j} \text{ m/s.}$$

e) $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 4t^3\hat{i} - 2\hat{j}$ m/s

3) Antara $t = 1$ s sampai $t = 3$ s kecepatan sebuah benda adalah $\vec{v}_1 = 10\hat{i}$ m/s dan antara $t = 3$ s sampai $t = 8$ s, kecepatan benda adalah $\vec{v}_2 = 4\hat{i} + 8\hat{j}$ m/s. Berapa kecepatan rata-rata benda antara $t = 1$ s sampai $t = 8$ s?

Jawab

Kita hitung dulu perpindahan total benda.

Perpindahan benda antara $t = 1$ s sampai $t = 3$ s adalah

$$\Delta\vec{r}_1 = \vec{v}_1\Delta t_1 = (10\hat{i}) \times (3 - 1) = 20\hat{i} \text{ m.}$$

Perpindahan benda antara $t = 3$ s sampai $t = 8$ s adalah

$$\Delta\vec{r}_2 = \vec{v}_2\Delta t_2 = (4\hat{i} + 8\hat{j}) \times (8 - 3) = 20\hat{i} + 40\hat{j} \text{ m.}$$

Perpindahan total benda antara $t = 1$ s sampai $t = 8$ s

$$\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_2 = 20\hat{i} + (20\hat{i} + 40\hat{j}) = 40\hat{i} + 40\hat{j}$$

Selang waktu perubahan tersebut adalah $\Delta t = 8 - 1 = 7$ s.

Kecepatan rata-rata benda

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{40\hat{i} + 40\hat{j}}{7} = \frac{40}{7}\hat{i} + \frac{40}{7}\hat{j} \text{ m/s.}$$

Soal Latihan

1. Pilot mengarahkan pesawat ke selatan dengan laju 500 km/jam. Pada saat itu angin bertiup ke arah tenggara (ditengah-tengah antara arah selatan dan barat) dengan laju 100 km/jam. (a) Hitung kecepatan pesawat relatif terhadap tanah. (b) Berapa penyimpangan posisi pesawat dari posisi yang diharapkan pilot setelah 10 menit (misalkan pilot tidak melakukan koreksi selama waktu itu)?
2. Kembali ke soal 1. Ke mana pilot harus mengarahkan pesawat agar dilihat dari tanah, pesawat tepat bergerak ke arah selatan?
3. Sebuah boat yang memiliki laju 2,2 m/s pada air yang diam harus menyeberang sungai yang lebarnya 220 m. Dingginkan boat tersebut harus mencapai tempat di seberang sungai pada jarak 110 m di sebelah atas titik tegak lurus aliran sungai dari posisi boat start. Untuk mencapai posisi tersebut, ternyata boat harus diarahkan membentuk sudut 45° terhadap garis potong sungai. Berapakah kecepatan aliran air sungai?

Bab 2

Gerak Peluru

Sekarang kita akan memperluas pemahaman kita tentang gerak dengan mempelajari gerak dalam ruang dimensi dua. Contoh gerak dua dimensi adalah gerak benda dalam bidang datar, atau gerak benda yang dilemparkan ke atas dengan sudut elevasi tertentu (tidak tegak ke atas), serta gerak perikan kembalng api. Lebih lanjut dalam bab ini kita akan secara khusus membahas gerak peluru.

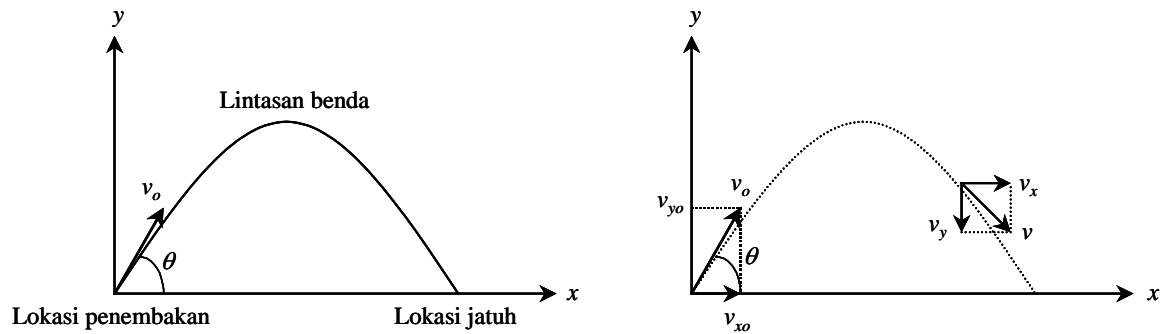


Gambar 2.1 Contoh gerak peluru

Kalau kita masuk ke persoalan gerak dalam dua dimensi, maka penggunaan satu koordinat saja untuk posisi menjadi tidak cukup. Posisi benda baru terdefinisi secara lengkap apabila kita menggunakan dua buah koordinat posisi. Di sini kita gunakan koordinat x dan y di mana dua sumbu koordinat tersebut saling tegak lurus. Seperli lazimnya digunakan, kita pilih sumbu x dalam arah horizontal dan sumbu y dalam arah vertical (*catatan: sebenarnya kita bebas memilih arah dua koordinat tersebut, asalkan tidak sejajar*).

2.1 Gerak Peluru

Salah satu gerak dua dimensi yang paling populer bagi kita adalah gerak peluru. Peluru yang ditembakkan dengan kecepatan awal membentuk sudut elevasi tertentu terhadap sumbu datar akan mengambil lintasan seperti pada Gambar 2.1



Gambar 2.1 (kiri) Lintasan benda yang ditembakkan dengan membentuk sudut elevasi tertentu, dan (kanan) komponen-komponen kecepatan benda selama bergerak

Selama benda bergerak:

- i) Benda mendapat percepatan gravitasi dalam arah vertikal ke bawah.
- ii) Tidak ada percepatan dalam arah horisontal.
- iii) Kecepatan awal benda membentuk sudut θ terhadap arah horisontal

Dari sifat-sifat tersebut kita dapat menulis

$$\vec{a} = -g\hat{j} \quad (2.1)$$

$$\vec{v}_o = v_o \cos \theta \hat{i} + v_o \sin \theta \hat{j} \quad (2.2)$$

Kerana merupakan gerak dengan percepatan konstan maka

- i) Kecepatan benda tiap saat memenuhi persamaan (1.17), yaitu

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{v}_o + \vec{a}(t - t_o) \\ &= (v_o \cos \theta \hat{i} + v_o \sin \theta \hat{j}) + (-g\hat{j})(t - t_o) \\ &= v_o \cos \theta \hat{i} + [v_o \sin \theta - g(t - t_o)]\hat{j} \end{aligned} \quad (2.3)$$

- ii) Posisi benda tiap saat memenuhi persamaan (1.22), yaitu

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{r}_o + \vec{v}_o(t - t_o) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_o)^2 \\ &= (x_o\hat{i} + y_o\hat{j}) + (v_o \cos \theta \hat{i} + v_o \sin \theta \hat{j})(t - t_o) + \frac{1}{2}(-g\hat{j})(t - t_o)^2 \\ &= [x_o + v_o \cos \theta(t - t_o)]\hat{i} + \left[y_o + v_o \sin \theta(t - t_o) - \frac{1}{2}g(t - t_o)^2 \right]\hat{j} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Persamaan (2.3) dan (2.4) dapat pula diuraikan atas komponen-komponen kecepatan maupun komponen-komponen posisi dalam arah sumbu x maupun y . Dari persamaan (2.3) kita dapatkan komponen-komponen kecepatan sebagai berikut

$$v_x = v_o \cos \theta \quad (2.5a)$$

$$v_y = v_o \sin \theta - g(t - t_o) \quad (2.5b)$$

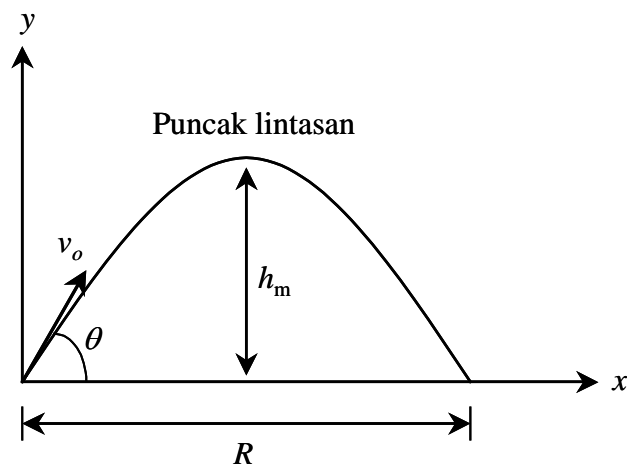
Dari persamaan (2.4) kita dapatkan komponen-komponen posisi sebagai berikut

$$x = x_o + v_o \cos \theta (t - t_o) \quad (2.6a)$$

$$y = y_o + v_o \sin \theta (t - t_o) - \frac{1}{2} g (t - t_o)^2 \quad (2.6b)$$

Ketinggian maksimum

Tampak dari persamaan (2.5b) laju dalam arah vertikal yang mula-mula v_{yo} makin lama makin kecil, kemudian menjadi nol pada puncak lintasan lalu membalik arah ke bawah. Berapa ketinggian maksim lintasan benda? Lihat Gambar 2.2 untuk penjelasan tentang ketinggian maksimum.



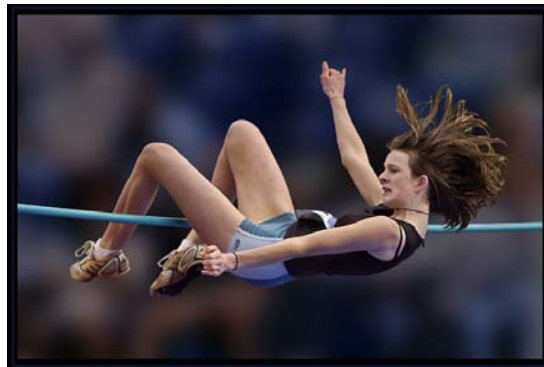
Gambar 2.2 Penjelasan ketinggian maksium dan jangkauan maksimum peluru.

Pada puncak lintasan berlaku $v_y = 0$. Jika benda berada pada titik tertinggi lintasan terjadi saat t_m , maka waktu yang diperlukan benda sejak ditembakkan sampai mencapai ketinggian maksimum adalah $T_m = t_m - t_o$. Berdasarkan persamaan (2.5b) diperoleh waktu yang diperlukan untuk mencapai ketinggian maksimum adalah

$$T_m = \frac{v_{yo}}{g} \quad (2.7)$$

Kita simbolkan ketinggian maksimum sebagai $h_m = y - y_o$. Dengan menggunakan persamaan (2.6b) dan (2.7) diperoleh ketinggian maksimum benda adalah

$$\begin{aligned} h_m &= v_{yo}T_m - \frac{1}{2}gT_m^2 \\ &= v_{yo}\left(\frac{v_{yo}}{g}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_{yo}}{g}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2}\frac{v_{yo}^2}{g} \end{aligned} \quad (2.8)$$



Gambar 2.3 Atlet lompat tinggi berusaha mencapai ketinggian maksimum yang paling besar

Jangkauan Maksimum

Misalkan peluru ditembakkan pada bidang datar. Jangkauan maksimum adalah jarak arah horizontal diukur dari tempat penembakan peluru ke tempat jatuhnya peluru (lihat Gambar 2.2 untuk lebih jelasnya). Untuk menentukan jangkauan maksimum, terlebih dahulu kita tentukan waktu yang diperlukan sampai peluru kembali ke tanah.

Jika ketinggian posisi pelemparan dan posisi peluru jatuh kembali ke tanah sama maka peluru akan jatuh kembali setelah selang waktu

$$T = 2T_m \quad (2.9)$$

Selanjutnya, dengan menggunakan persamaan (2.6a) maka jangkauan maksimum peluru adalah

$$\begin{aligned} R &= x - x_o \\ &= v_{xo} T = v_{xo} (2T_m) \\ &= v_{xo} \left(2 \frac{v_{yo}}{g} \right) \\ &= 2 \frac{v_{xo} v_{yo}}{g} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Pertanyaan selanjutnya adalah berapa sudut penembakan agar tercapai jangkauan maksimum di bidang datar? Jawabannya dapat diperoleh dari persamaan (2.10). Dengan menggunakan hubungan $v_{ox} = v_o \cos \theta$ dan $v_{oy} = v_o \sin \theta$ maka persamaan (2.10) dapat ditulis

$$\begin{aligned} R &= 2 \frac{(v_o \cos \theta)(v_o \sin \theta)}{g} = \frac{v_o^2}{g} (2 \cos \theta \sin \theta) \\ &= \frac{v_o^2}{g} \sin 2\theta \end{aligned} \quad (2.11)$$

Nilai maksimum R dicapai jika ruas kanan mencapai harga maksimum. Karena harga maksimum fungsi sinus adalah satu dan terjadi ketika sudut sama dengan 90° maka jangkauan maksimum tercapai jika $2\theta = 90^\circ$, atau $\theta = 45^\circ$.

Contoh 2.1

Peluru ditembakkan dengan laju awal 200 m/s dengan sudut elevasi 30° . Tentukan

- Komponen kecepatan awal peluru
- Komponen dan kecepatan dan posisi peluru lima detik setelah penembakan.

- c) Waktu saat peluru mencapai ketinggian maksimum
- d) Ketinggian maksimum peluru
- e) Waktu yang diperlukan peluru mencapai seperempat ketinggian maksimum
- f) Waktu yang diperlukan peluru mencapai tanah kembali jika peluru ditembakkan pada bidang datar
- g) Jangkauan maksimum peluru

Jawab

Karena tidak ada penjelasan tentang kapan peluru ditembakkan maka untuk mudahnya kita ambil $t_0 = 0$.

- a) Komponen kecepatan awal peluru

$$v_{xo} = v_o \cos \theta = 200 \times \cos 30^\circ = 200 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 100\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$v_{yo} = v_o \sin \theta = 200 \times \sin 30^\circ = 200 \times \frac{1}{2} = 100 \text{ m/s}$$

- b) Komponen kecepatan peluru saat $t = 5$ s dihitung dari persamaan (2.5a) dan (2.5b)

$$v_x = v_{xo} = 100\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{yo} - gt = 100 - 10 \times 5 = 50 \text{ m/s}$$

Komponen posisi peluru saat $t = 5$ s dihitung dengan persamaan (2.6a) dan (2.6b). Karena tidak ada penjelasan di soal di mana peluru ditembakkan, untuk mudahnya kita ambil $x_0 = 0$ dan $y_0 = 0$.

$$x = x_0 + v_{xo}t = 0 + 100\sqrt{2} \times 5 = 500\sqrt{2} \text{ m}$$

$$y = y_0 + v_{yo}t - \frac{1}{2}gt^2 = 0 + 100 \times 5 - \frac{1}{2} \times 10 \times 5^2 = 375 \text{ m.}$$

- c) Waktu yang diperlukan peluru mencapai ketinggian maksimum dihitung dengan persamaan (2.7)

$$t_m = \frac{v_{yo}}{g} = \frac{100}{10} = 10 \text{ s}$$

d) Ketinggian maksimum peluru dihitung dengan persamaan (2.8)

$$h_m = \frac{1}{2} \frac{v_{yo}^2}{g} = \frac{1}{2} \times \frac{(100)^2}{10} = 500 \text{ m}$$

e) Waktu yang diperlukan peluru mencapai seperempat ketinggian maksimum kita hitung sebagai berikut.

$$h = \frac{1}{4} h_m = \frac{1}{4} \times 500 = 125 \text{ m}$$

Selanjutnya kita gunakan persamaan (2.6b) dengan menggunakan definisi $h = y - y_o$

$$h = v_{yo} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$125 = 100 \times t - (1/2) \times 10 \times t^2$$

$$125 = 100 t - 5 t^2$$

atau

$$t^2 - 20t + 25 = 0$$

$$t_1 = \frac{-(-20) - \sqrt{(-20)^2 - 4 \times 1 \times 25}}{2 \times 1} = \frac{20 - \sqrt{300}}{2} = 10 - 5\sqrt{3} = 1,34 \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{-(-20) + \sqrt{(-20)^2 - 4 \times 1 \times 25}}{2 \times 1} = \frac{20 + \sqrt{300}}{2} = 10 + 5\sqrt{3} = 18,66 \text{ s}$$

Ada dua waktu yang kita peroleh karena seperempat ketinggian maksimum dicapai dalam dua waktu, sebelum benda mencapai ketinggian maksimum dan saat benda bergerak dari ketinggian maksimum menuju tanah.

f) Waktu yang diperlukan peluru mencapai jangkauan maksimum

$$T = 2t_m = 2 \times 10 = 20 \text{ s.}$$

g) Jangkauan maksimum peluru

$$R = v_{yo} T = 100\sqrt{3} \times 20 = 2000\sqrt{3} \text{ m}$$

Berapa jangkauan maksimum jika peluru jatuh pada ketinggian yang berbeda dengan lokasi penembakan? Ini bisa terjadi jika peluru ditembakkan di permukaan tanah yang tidak datar. Sebagai ilustrasi, lihat Gambar 2.3. Cara yang kita tempuh untuk menentukan jangkauan maksimum sebagai berikut. Tentukan waktu yang diperlukan peluru mencapai posisi jatuh, yaitu posisi vertikal yang memenuhi $y = y_1$. Misalkan waktu tersebut adalah $T = t - t_o$. Dengan menggunakan persamaan (2.6b) kita peroleh

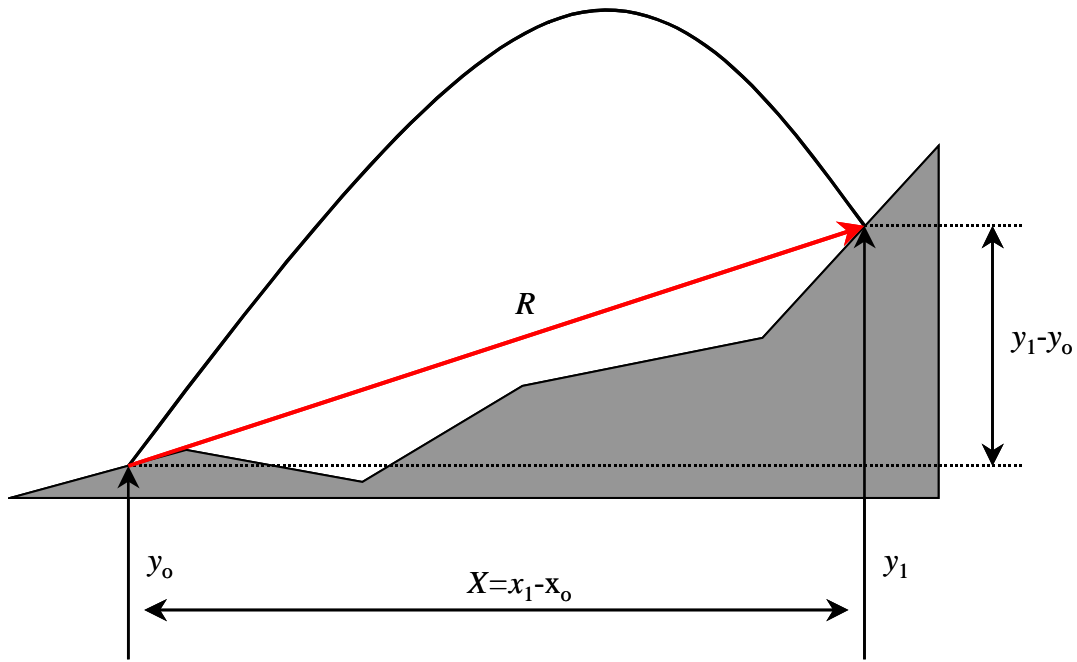
$$y_1 = y_o + v_o \sin \theta T - \frac{1}{2} g T^2$$

atau

$$\frac{1}{2} g T^2 - v_o \sin \theta T + (y_1 - y_o) = 0 \quad (2.12)$$

Solusi untuk T diperoleh dengan menggunakan metode standar berikut ini (solusi persamaan ABC)

$$\begin{aligned} T &= \frac{v_o \sin \theta \pm \sqrt{(v_o \sin \theta)^2 - 4 \times (g/2) \times (y_1 - y_o)}}{2 \times (g/2)} \\ &= \frac{v_o \sin \theta \pm \sqrt{(v_o \sin \theta)^2 - 2g(y_1 - y_o)}}{g} \end{aligned} \quad (2.13)$$



Gambar 2.4 Peluru ditembakkan pada permukaan yang tidak datar

Terdapat dua buah solusi untuk T yang diberikan oleh persamaan (2.13), yaitu

$$T_1 = \frac{v_o \sin \theta + \sqrt{(v_o \sin \theta)^2 - 2g(y_1 - y_o)}}{g} \quad (2.14a)$$

$$T_2 = \frac{v_o \sin \theta - \sqrt{(v_o \sin \theta)^2 - 2g(y_1 - y_o)}}{g} \quad (2.14b)$$

Dari dua macam waktu di atas kita identifikasi bahwa T_1 adalah waktu yang diperlukan benda mencapai posisi y_1 pada saat bergerak menuju ke puncak lintasan (saat bergerak ke atas). Sedangkan T_2 adalah waktu yang diperlukan benda mencapai posisi y_1 setelah meninggalkan puncak lintasan (saat bergerak ke bawah).

Misalkan peluru jatuh kembali ke tanah setelah melewati puncak lintasan. Dengan demikian kita menggunakan T_2 . Dari waktu tersebut kita dapat menentukan perpindahan benda dalam arah horisontal dengan menggunakan persamaan (2.6a), yaitu

$$X = x - x_o = v_o \cos \theta T \quad (2.15a)$$

Perpindahan benda dalam arah vertikal adalah

$$Y = y_1 - y_o \quad (2.15b)$$

Akhirnya, jangkauan peluru adalah

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (2.16)$$

Lintasan Parabolik

Dari persamaan (2.6a), jika kita anggap mula-mula peluru berada pada $x_o = 0$ maka kita dapat menulis

$$t - t_o = \frac{x}{v_o \cos \theta} = \frac{x}{v_{xo}} \quad (2.17)$$

Masukkan $t - t_o$ dalam ungkapan persamaan (2.17) ke dalam persamaan (2.6b) sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} y &= y_o + v_{yo} \left(\frac{x}{v_{xo}} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_{xo}} \right)^2 \\ &= y_o + \frac{v_{yo}}{v_{xo}} x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_{xo}^2} x^2 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Persamaan di atas tidak lain daripada persamaan parabola. Kalian ingat persamaan parabola mempunyai bentuk umum $y = A + Bx + Cx^2$. Untuk persamaan (2.18) kita dapat mengidentifikasi

$$A = y_o \quad (2.19a)$$

$$B = v_{yo} / v_{xo} \quad (2.19b)$$

$$C = -(1/2)g / v_{xo}^2 \quad (2.19c)$$

Karena bentuk lintasan yang parabolik seperti ini maka gerak peluru sering disebut juga gerak parabola.

Contoh 2.2

Sebuah batu dilemparkan dengan laju awal 80 m/s dan membentuk sudut elevasi 45° . Tentukan persamaan yang menyatakan hubungan ketinggian dan jarak horizontal batu.

Jawab

$$v_{ox} = v_o \cos \theta = 80 \cos 45^\circ = 80 \times \frac{1}{2} \sqrt{2} = 25\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$v_{oy} = v_o \sin \theta = 80 \sin 45^\circ = 80 \times \frac{1}{2} \sqrt{2} = 25\sqrt{2} \text{ m/s}$$

Misalkan posisi penembakan peluru adalah $x_o =$ dan $y_o = 0$ maka dengan menggunakan persamaan (2.18) kita dapatkan hubungan antara x dan y

$$\begin{aligned} y &= \frac{v_{oy}}{v_{ox}} x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_{ox}^2} x^2 = \frac{25\sqrt{2}}{25\sqrt{2}} x - \frac{1}{2} \frac{10}{(25\sqrt{2})^2} x^2 \\ &= x - \frac{1}{250} x^2 \end{aligned}$$

Contoh 2.3

Sebuah peluru yang ditembakkan dengan laju dan sudut elevasi tertentu memiliki lintasan yang memenuhi persamaan

$$y = -4 + 0,5x - 0,2x^2 \quad (\text{semua dalam satuan SI})$$

Berdasarkan persamaan tersebut tentukan

- i) ketinggian tempat peluru ditembakkan
- ii) laju awal peluru
- iii) sudut elevasi penembakan
- iv) ketinggian maksimum lintasan peluru
- v) jangkauan maksimum peluru jika tanah merupakan bidang datar

Jawab

Dari soal kita dapatkan $A = -4$, $B = 0,5$ dan $C = -0,2$. Dengan menggunakan persamaan (2.19a) sampai (2.19c) kita dapatkan

$$y_o = -4 \text{ m}$$

$$\frac{v_{oy}}{v_{ox}} = 0,5$$

$$-\frac{g}{2v_{ox}^2} = -0,2$$

i) Dari persamaan pertama tampak bahwa ketinggian tempat peluru ditembakkan adalah -4 m .

ii) Dari persamaan terakhir kita dapatkan $v_{ox}^2 = g / 0,4 = 10 / 0,4 = 25$, atau $v_{ox} = 5 \text{ m/s}$.

Dari persamaan kedua diperoleh $v_{oy} = 0,5v_{ox} = 2,5 \text{ /s}$. Dengan demikian, laju awal

peluru adalah $v_o = \sqrt{v_{ox}^2 + v_{oy}^2} = \sqrt{5^2 + 2,5^2} = 5,6 \text{ m/s}$

iii) Sudut elevasi penembakan memenuhi

$$\tan \theta = \frac{v_{oy}}{v_{ox}} = 0,5$$

yang memberikan $\theta = 27^\circ$.

iv) Ketinggian maksimum lintasan peluru

$$h_m = \frac{1}{2} \frac{v_{oy}^2}{g} = \frac{1}{2} \frac{(2,5)^2}{10} = 0,3 \text{ m}$$

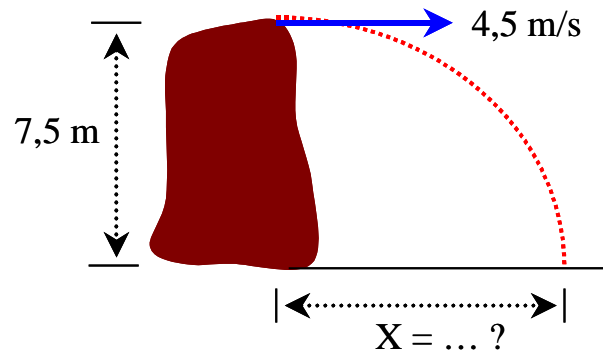
v) Jangkauan maksimum

$$R = 2 \frac{v_{ox} v_{oy}}{g} = 2 \times \frac{5 \times 2,5}{10} = 2,5 \text{ m}$$

Soal dan Penyelesaian

1) Seekor harimau meloncat arah horizontal pada sebuah batu yang yingginya 7,5 meter dengan laju awal 4,5 m/s. Berapa jauh dari dasar batu harimau mendarat?

Jawab



$$v_{ox} = v_o \cos \theta = 4,5 \cos 0^\circ = 4,5 \text{ m/s}$$

$$v_{oy} = v_o \sin \theta = 4,5 \sin 0^\circ = 0$$

Ketinggian harimau tiap saat

$$y = y_o + v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 = 7,5 + 0 - \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 = 7,5 - 5t^2$$

Harimau mencapai dasar ketika $y = 0$ atau pada saat waktu t yang memenuhi

$$0 = 7,5 - 5t^2$$

atau

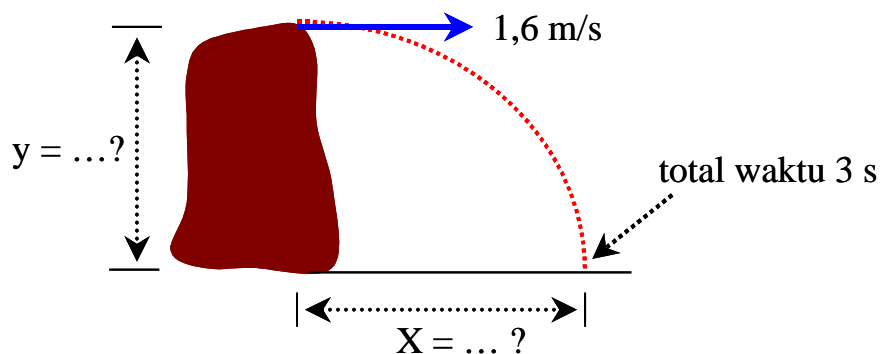
$$t^2 = 7,5/5 = 1,5 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{1,5} = 1,22 \text{ s}$$

Jauh dari dasar batu tempat harimau mendarat adalah

$$x = v_{ox}t = 4,5 \times 1,22 = 5,5 \text{ m}$$

2) Seorang penyelam meloncat dalam arah horisontal dengan laju 1,6 m/s pada sebuah tebing kemudian menyentuk air 3 detik kemudian. Berapa tinggi tebing dari permukaan air dan berapa jauh dari dasar tebing penyelam itu menyentuh air?

Jawab



$$v_{ox} = v_o \cos \theta = 1,6 \cos 0^\circ = 1,6 \text{ m/s}$$

$$v_{oy} = v_o \sin \theta = 1,6 \sin 0^\circ = 0$$

Komponen gerak arah vertical

$$y = y_o + v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Ketika penyelam menyentuh air, $y = 0$ sehingga

$$0 = y_o + 0 - \frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 = y_o - 45$$

atau

$$y_o = 45 \text{ m}$$

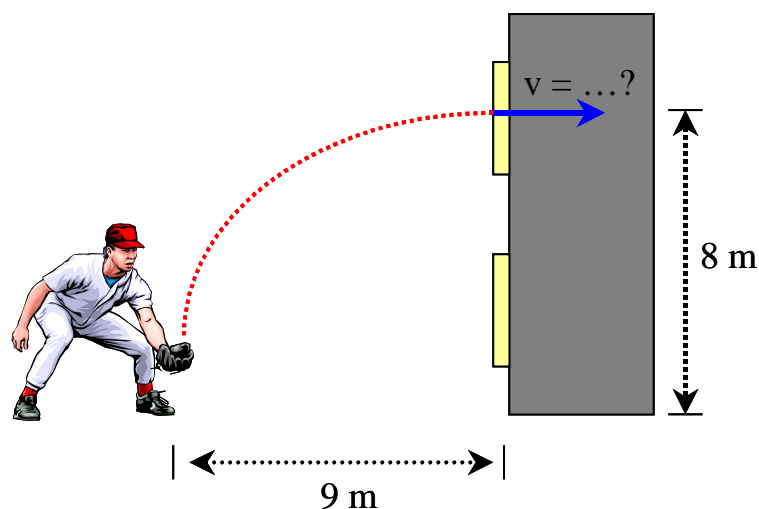
Jadi tinggi tebing adalah 45 m.

Jarak jatuh pengamat dari dasar tebing

$$x = v_{ox}t = 1,6 \times 3 = 4,8 \text{ m}$$

3) Romeo melemparkan kelereng pada jendela kamar Juliet. Tinggi jendela adalah 8 meter dan jarak tembok dari tempat berdiri Romeo adalah 9 meter. Romeo melempar kelereng tersebut sedemikian sehingga tepat saat mencapai jendela, kelereng tersebut hanya memiliki kecepatan arah horizontal. Berapa cepat kelereng mengenai jendela?

Jawab



Tepat di jendela, kelereng mencapai ketinggian maksimum lintasannya. Jadi

$$h_m = 8 \text{ m}$$

Karena komponen gerak vertical merupakan gerak dengan percepatan konstan (percepatan gravitasi ke bawah) maka terpenuhi hubungan

$$v_y^2 = v_{oy}^2 - 2gh$$

Saat mencapai ketinggian maksimum, $v_y = 0$ sehingga

$$0 = v_{oy}^2 - 2gh_m = v_{oy}^2 - 2 \times 10 \times 8 = v_{oy}^2 - 160$$

atau

$$v_{oy} = \sqrt{160} = 12,65 \text{ m/s}$$

Waktu untuk mencapai ketinggian maksimum

$$t_m = \frac{v_{oy}}{g} = \frac{12,65}{10} = 1,27 \text{ s}$$

Jarak tempat berdiri Romeo ke tembok sama dengan setengah jangkauan maksimum. Jadi jangkauan maksimum $R = 2 \times 9 = 18 \text{ m}$. Waktu yang diperlukan untuk mencapai jangkauan maksimum adalah $2t_m$. Dengan demikian,

$$R = v_{ox}(2t_m)$$

$$18 = v_{ox}(2 \times 1,27) = 2,54v_{ox}$$

atau

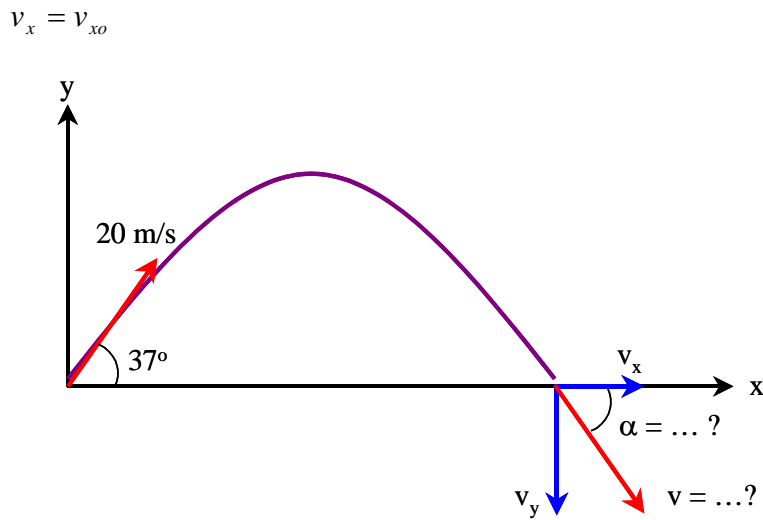
$$v_{ox} = \frac{18}{2,54} = 7,1 \text{ m/s}$$

Karena gerak arah mendatar merupakan gerak dengan kecepatan konstan maka laju kelereng saat mengenai jendela adalah 7,1 m/s.

4) Batu dilontarkan dengan laju awal 20 m/s dan sudut elevasi 37° . Berapakah laju batu saat menyentuh tanah kembali dan sudut yang dibentuk vector kecepataannya?

Jawab

Komponen kecepatan batu tiap saat



$$v_y = v_{yo} - gt$$

Untuk menentukan kecepatan batu saat menyentuh tanah kembali, perlu kita tentukan terlebih dahulu waktu yang diperlukan batu untuk kembali menyentuh tanah, yaitu

$$T = 2t_m = 2 \frac{v_{yo}}{g} = 2 \frac{v_o \sin \theta}{g} = 2 \times \frac{20 \times \sin 37^\circ}{10} = 2 \times \frac{20 \times (3/5)}{10} = 2,4 \text{ s.}$$

Kecepatan batu saat menyentuh tanah

$$v_x = v_{xo} = v_o \cos \theta = 20 \times \cos 37^\circ = 20 \times (4/5) = 16 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{yo} - gT = v_o \sin \theta - gT$$

$$= 20 \times \sin 37^\circ - 10 \times 2,4 = 20 \times (3/5) - 24 = -12 \text{ m/s}$$

Tanda negatif menyatakan bahwa arah v_y ke bawah.

Laju benda saat menyentuh tanah

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{16^2 + (-12)^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ m/s}$$

Sudut yang dibentuk batu dengan arah horizontal memenuhi

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-12}{16} = -\frac{4}{5} \text{ atau } \alpha = -37^\circ$$

5) Sebuah pesawat perang terbang dalam arah mendatar dengan laju 200 m/s. Pesawat tersebut dilengkapi dengan senapan yang dapat memuntahkan peluru dengan laju 400

m/s. Suatu saat pilot mengarahkan moncong senapan dengan membentuk sudut elevasi 37° dan menembakkan peluru dengan senapan tersebut. Jika saat itu ketinggian pesawat dari tanah adalah 1 km, berapa ketinggian maksimum lintasan peluru dari tanah dan berapa jangkauan maksimum peluru dari tanah?

Jawab

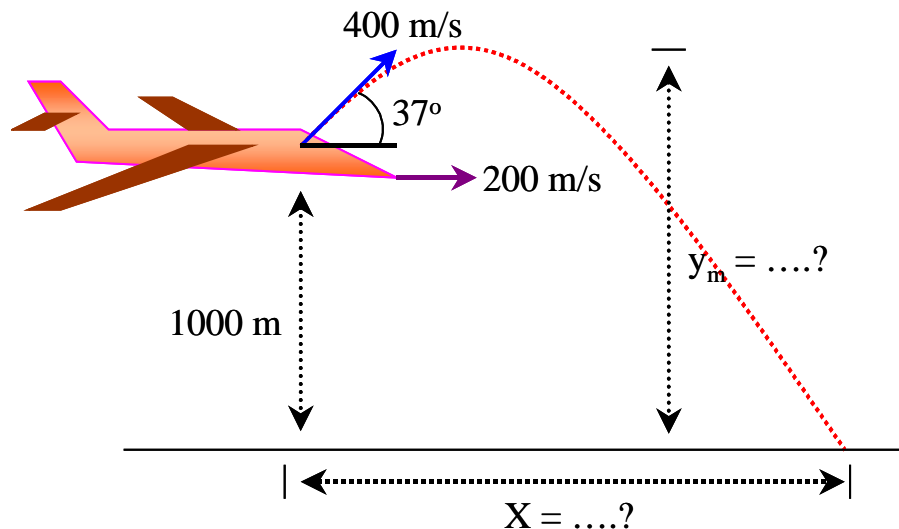
Berdasarkan informasi soal kita peroleh

Ketinggian awal peluru $y_0 = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$

Sudut elevasi peluru menurut pilot: $\varphi = 37^\circ$

Laju pesawat (arah horizontal) $u = 200 \text{ m/s}$

Laju awal peluru terhadap pesawat $w_0 = 400 \text{ m/s}$.



Maka komponen kecepatan awal peluru terhadap pesawat:

$$w_{ox} = w_o \cos \varphi = 400 \times \cos 37^\circ = 400 \times \frac{4}{5} = 320 \text{ m/s}$$

$$w_{oy} = w_o \sin \varphi = 400 \times \sin 37^\circ = 400 \times \frac{3}{5} = 240 \text{ m/s}$$

Komponen kecepatan awal peluru terhadap tanah

$$v_{ox} = w_{ox} + u = 320 + 200 = 520 \text{ m/s}$$

$$v_{oy} = w_{oy} = 240 \text{ m/s}$$

Waktu yang diperlukan peluru mencapai puncak lintasan

$$t_m = \frac{v_{oy}}{g} = \frac{240}{10} = 24 \text{ s}$$

Ketinggian maksimum lintasan peluru

$$\begin{aligned} y_m &= y_o + v_{oy}t_m - \frac{1}{2}gt_m^2 \\ &= 1000 + 240 \times 24 - (1/2) \times 10 \times (24)^2 \\ &= 1000 + 5760 - 2880 = 3880 \text{ m} \end{aligned}$$

Untuk menentukan jangkauan maksimum peluru, mari kita terlebih dahulu tentukan waktu yang diperlukan peluru mencapai tanah, yaitu saat $y = 0$.

$$\begin{aligned} 0 &= y_o + v_{oy}T - \frac{1}{2}gT^2 \\ 0 &= 1000 + 240T - (1/2) \times 10 \times T^2 \\ 0 &= 1000 + 240T - 5T^2 \end{aligned}$$

atau

$$T^2 - 48T - 200 = 0$$

$$\begin{aligned} T_{1,2} &= \frac{-(-48) \pm \sqrt{(-48)^2 - 4 \times 1 \times (-200)}}{2 \times 1} \\ &= \frac{48 \pm \sqrt{2304 + 800}}{2} = \frac{48 \pm \sqrt{3104}}{2} = \frac{48 \pm 55,7}{2} \end{aligned}$$

Diperoleh

$$T_1 = (48+55,7)/2 = 51,85 \text{ s}$$

$$T_2 = (48-55,7)/2 = -3,85 \text{ s}$$

Karena waktu harus positif maka kita ambil $T = T_1 = 51,85 \text{ s}$.

Dengan demikian, jangkauan maksimum peluru adalah

$$R = v_{ox}T = 520 \times 51,85 = 26.962 \text{ m.}$$

Soal Latihan

- 1) Sebuah bola dilemparkan arah mendatar dari puncak bangunan dengan laju 22,2 m/s. Bola tersebut mendarat pada jarak 36 meter dari dasar bangunan. Berapa tinggi bangunan tersebut?
- 2) Bola sepak yang berada di tanah ditendang dengan laju 20 m/s pada sudut elevasi

- 37°. Berapa lama waktu kemudian bola tersebut menyentuh tanah kembali?
- 3) Seorang anak melempar batu ke laut dari sebuah tebing dengan kecepatan awal 25 m/s dan sudut elevasi 37°. Batu tersebut melewati tepi tebing tepat pada ketinggian yang sama dengan ketinggian pelemparan. Batu mendarat di permukaan laut yang lebih rendah 50 meter di bawah puncak tebing. (a) Cari jarak anak ke tepi tebing. (b) jarak horizontal dari tepi tebing ke tempat jatuh batu di permukaan laut. (c) Kecepatan batu tepat saat akan menyentuh permukaan laut.
 - 4) Seorang pemain bakset melempar bola dari ketinggian 7 kaki dari lantai. Jarak pemain tersebut dari keranjang adalah 24 kaki. Bola tersebut masuk ke dalam keranjang yang tingginya 10 kaki di atas lantai dalam waktu 1,5 detik sejak dilemparkan. Cari komponen horizontal kecepatan awal, komponen vertikal kecepatan awal, dan ketinggian maksimum yang dicapai bola diukur dari lantai.
 - 5) Sebuah bola baseball dipukul dengan laju 100 kaki/s dan sudut elevasi 53°. Bola tersebut meninggalkan pemukul yang berketinggian 4 kaki dari tanah. Berapa ketinggian bola dari tanah serta jarak horizontal dari tempat pemukulan (a) setelah 3 detik, (b) setelah 4 detik, (c) apakah bola sanggup mencapai ketinggian 20 kaki pada jarak 280 kaki dari tempat pemukulan untuk membuat home-run?
 - 6) Cari laju minimum bola baseball harus dipukul dengan sudut elevasi 53° dari ketinggian 4 kaki untuk melampau ketinggian 40 kaki pada jarak 320 kaki dari tempat pemukulan.
 - 7) Seorang pegolf memukul bola keluar dari tempat berpasir. Jika bola terbang dengan sudut elevasi 53°, berapa kecepatan yang dimiliki bola agar jatuh pada tempat sejauh 60 m? Berapa ketinggian yang dicapai bola? Berapa lama bola berada di udara?
 - 8) Seorang atlet loncat jauh meninggalkan tanah dengan sudut elevasi 30° dan sanggup meloncat sejauh 7,80 m. Berapakan kecepatan awal pelompat jauh tersebut?

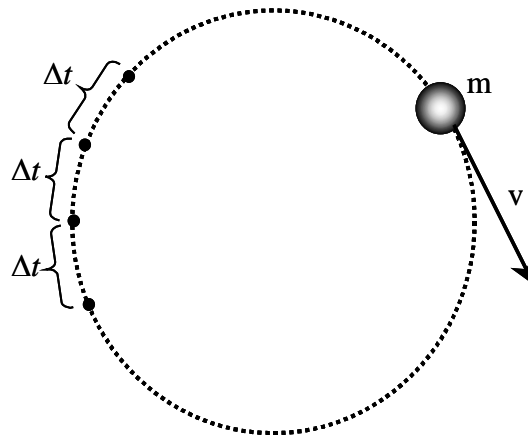
Bab 3

Gerak Melingkar

Banyak gerak melingkar yang kita amati dalam kehidupan sehari-hari. Gerak roda kendaraan, gerak CD, VCD dan DVD, gerak kendaraan di tikungan yang berbentuk irisan lingkaran, gerak jarum jam, gerak satelit mengitari bumi, roller coaster, dan sebagainya adalah contoh gerak melingkar. Secara sederhana gerak melingkar didefinisikan sebagai gerak benda pada lintasan berupa keliling lingkaran, baik lingkaran penuh atau tidak penuh. Ciri khas dari gerak melingkar adalah jarak benda ke suatu titik acuan, yang merupakan titik pusat lingkaran selalu tetap. Sifat lain yang menonjol pada gerak melingkar adalah arah kecepatan selalu menyinggung lintasan. Ini artinya pada gerak melingkar kecepatan selalu tegak lurus jari-jari lingkaran.

3.1 Gerak Melingkar Beraturan

Mari kita mulai pembahasan pada gerak melingkar yang sederhana, yaitu gerak melingkar beraturan. Pada gerak ini, untuk selang waktu Δt yang sama, panjang lintasan yang ditempuh benda selalu sama. Laju benda sepanjang lintasan selalu tetap. *Ingat, hanya laju yang konstan, tetapi kecepatan tidak konstan, karena arahnya selalu berubah-ubah.*



Gambar 3.1 Gerak melingkar beraturan. Pada selang waktu Δt yang sama, panjang lintasan yang ditempuh benda selalu sama.

Mari kita turunkan persamaan-persamaan untuk gerak melingkar beraturan. Jika R adalah jari-jari lintasan maka panjang satu lintasan penuh (yaitu keliling

lingkaran) adalah

$$s = 2\pi R \quad (3.1)$$

Jika waktu yang diperlukan benda melakukan satu putaran penuh adalah T , maka laju benda memenuhi

$$v = \frac{s}{T} = \frac{2\pi R}{T} \quad (3.2)$$

Satu lingkaran penuh membentuk sudut 360° . Bila dinyatakan dalam radian maka satu lingkaran penuh membentuk sudut $\theta = 2\pi$ radian. Sehingga kecepatan sudut benda yang melakukan gerak melingkar beraturan

$$\omega = \frac{\theta}{T} = \frac{2\pi}{T} \quad (3.3)$$

Berdasarkan persamaan (3.2) dan (3.3) diperoleh hubungan antara laju benda dengan kecepatan sudut

$$v = \omega R \quad (3.4)$$

Contoh 3.1

Sebuah benda yang diikat pada tali yang panjangnya 0,5 meter diputar dengan waktu satu putaran penuh adalah 0,2 sekon. Tentukan (a) laju putaran benda (b) kecepatan sudut benda

Jawab

Keliling lintasan $s = 2\pi R = 2 \times 3,14 \times 0,5 = 3,15$ m

Laju benda $v = s/T = 3,14/0,2 = 15,7$ m/s

Kecepatan sudut benda $\omega = 2\pi/T = 2 \times 3,14/0,2 = 31,4$ rad/s.

3.2 Percepatan Sentripetal

Untuk gerak melingkar beraturan laju benda selalu tetap. Tetapi tidak demikian dengan kecepatan. Arah kecepatan selalu menyinggung lintasan sehingga selalu berubah-ubah setiap kali terjadi perubahan posisi benda. Perubahan kecepatan hanya

mungkin terjadi jika ada percepatan. ***Jadi, selama benda bergerak melingkar beraturan, pada benda selalu ada percepatan.*** Percepatan tersebut hanya mengubah arah benda, tanpa mengubah lajunya. Perubahan kecepatan yang demikian hanya mungkin jika arah percepatan selalu tegak lurus arah kecepatan benda. Yang berarti arah percepatan selalu searah jari-jari ke arah pusat lingkaran.

Dari mana percepatan ini muncul? Tentu dari gaya yang berarah ke pusat lingkaran. Gaya macam ini banyak sekali. Untuk satelit yang mengelilingi Bumi, percepatan ke pusat dihasilkan oleh gaya gravitasi. Untuk elektron yang mengelilingi inti, percepatan ke pusat dihasilkan oleh gaya Coulomb. Untuk benda yang diikat pada tali dan diputar, percepatan ke pusat dihasilkan oleh tali (gaya tegang tali). Untuk kendaraan yang bergerak pada jalang yang melingkar, percepatan ke pusat dihasilkan oleh gaya gesekan permukaan jalan dengan roda.

Jika gaya yang bekerja pada benda bermassa m adalah F_c , maka percepatan ke pusat memenuhi

$$a_c = \frac{F_c}{m} \quad (3.5)$$

Dari persamaan (3.5) tampak bahwa besarnya percepatan ke pusat dapat ditentukan dari informasi tentang gaya. Tetapi kita tidak selalu bias mengukur gaya tersebut secara langsung. Adakah cara lain menentukan besarnya percepatan ke pusat tanpa perlu mengetahui gaya? Jawabannya ada. Ternyata nilai percepatan ke pusat dapat dihitung pula dari laju benda yang bergerak melingkar. Untuk menunjukkan hubungan tersebut, mari kita lihat Gbr 3.2.

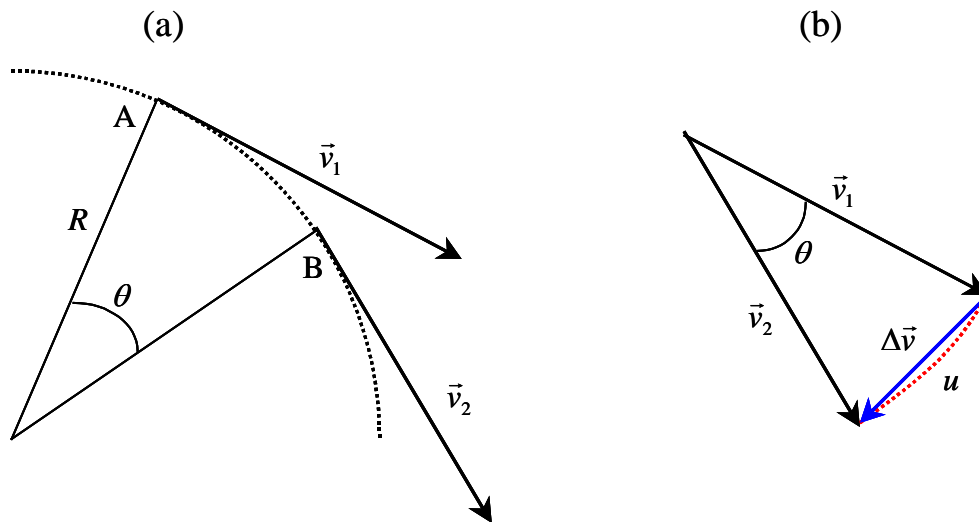
Kita lihat pada Gbr 3.2.

- i) Jari-jari lintasan benda adalah R .
- ii) Pada titik A benda memiliki kecepatan \vec{v}_1 .
- iii) Pada titik B benda memiliki kecepatan \vec{v}_2 .
- iv) Untuk gerak melingkar beraturan, besar $\vec{v}_1 = \text{besar } \vec{v}_2 = v$
- v) Lama waktu benda bergerak dari A ke B adalah Δt .
- vi) Perubahan kecepatan benda adalah $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. Arah $\Delta \vec{v}$ tampak pada Gbr 3.2b.
- vii) Dengan demikian, percepatan benda adalah $\vec{a} = \Delta \vec{v} / \Delta t$.

Selama bergerak dari A ke B, panjang lintasan yang ditempuh benda adalah s .

Laju benda memenuhi

$$v = \frac{s}{\Delta t} \quad (3.6)$$



Gambar 3.2 Menentukan percepatan sentripetal

Hubungan antara s , R dan θ adalah

$$\theta = \frac{s}{R} \quad (3.7)$$

di mana θ dinyatakan dalam radian. Sudut θ juga merupakan sudut yang dibentuk oleh vector \vec{v}_1 dan \vec{v}_2 (lihat Gbr 3.2 (b).) sehingga dapat ditulis pula

$$\theta = \frac{u}{\text{besarnya } \vec{v}} = \frac{u}{v} \quad (3.8)$$

Akhirnya kita dapatkan

$$\frac{u}{v} = \frac{s}{R}$$

atau

$$u = s \frac{v}{R} \quad (3.9)$$

Jika Δt sangat kecil, maka nilai u sangat dekat dengan Δv , dan Δv mengarah ke pusat lingkaran. Kita selanjutnya dapat menulis

$$\Delta v = s \frac{v}{R} \quad (3.10)$$

Percepatan benda menjadi

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{s}{\Delta t} \frac{v}{R} = v \frac{v}{R} = \frac{v^2}{R}$$

Jadi percepatan ke pusat yang dialami benda dapat dihitung berdasarkan laju benda, yaitu

$$a = \frac{v^2}{R} \quad (3.11)$$

Percepatan dalam ungkapan demikian dikenal dengan **percepatan sentripetal**.

Contoh 3.2

Lintasan bulan mengelilingi bumi hampir menyerupai lingkaran dengan jari-jari 384.000 km. Periode revolusi bulan mengelilingi bumi adalah 27,3 hari. Berapa percepatan sentripetal bulan ke arah bumi?

Jawab

Dari informasi di soal kita dapatkan

$$R = 384.000 \text{ km} = 384.000.000 \text{ m} = 3,84 \times 10^8 \text{ m.}$$

$$\text{Periode } T = 27,3 \text{ hari} = 27,3 \text{ hari} \times 24 \text{ (jam/hari)} \times 3600 \text{ (s/jam)} = 2,36 \times 10^6 \text{ s.}$$

$$\text{Keliling lintasan bulan } s = 2\pi R = 2 \times \pi \times 3,84 \times 10^8 \text{ m} = 2,4 \times 10^9 \text{ m.}$$

Laju gerak melingkar bulan

$$v = \frac{s}{T} = \frac{2,4 \times 10^9}{2,36 \times 10^6} = 1,02 \times 10^3 \text{ m/s.}$$

Percepatan sentripetal bulan

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(1,02 \times 10^3)^2}{3,84 \times 10^8} = 2,71 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2.$$

3.3 Tetap, Lepas, dan Jatuh

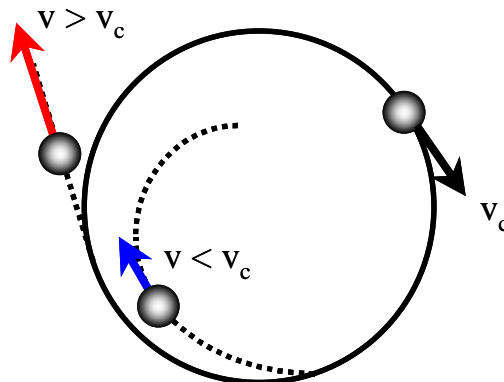
Misalkan gaya ke pusat yang bekerja pada benda adalah F_c . Percepatan yang ditimbulkan oleh gaya ini pada benda bermassa m adalah $a_c = F_c/m$. Agar benda m tetap pada lintasan lingkaran, maka lajunya, v_c , harus memenuhi

$$\frac{F_c}{m} = \frac{v_c^2}{R}$$

atau

$$v_c = \sqrt{\frac{F_c R}{m}} \quad (3.12)$$

Ada beberapa fenomena yang diperlihatkan oleh gerak melingkar seperti diilustrasikan oleh Gbr 3.3.



Gambar 3.3 Perubahan lintasan benda apabila terjadi perubahan laju

- i) Jika laju benda tiba-tiba lebih besar dari v_c maka benda keluar dari lintasan lingkaran dan selanjutnya lepas.
- ii) Jika laju benda tiba-tiba lebih kecil dari v_c maka benda akan membelok ke arah pusat lingkaran

iii) Benda akan tetap pada lintasan lingkaran hanya jika laju benda persis sama dengan v_c .

3.4 Satelit

Satelit adalah benda yang mengitari planet. Contoh satelit adalah bulan yang selalu mengitari bumi. Manusia juga telah meluncurkan satelit-satelit buatan. Jumlahnya sudah mencapai ribuan, mengelilingi bumi untuk berbagai tujuan seperti komunikasi, navigasi, militer, pemetaan, ilmu pengetahuan, dan sebagainya. Agar satelit tetap pada orbitnya, yaitu tidak lepas maupun tidak jatuh ke bumi maka lajunya harus memenuhi persamaan (3.12). Gaya yang bekerja pada satelit adalah gaya gravitasi bumi, yang memenuhi

$$F_c = G \frac{M_B m}{R^2} \quad (3.13)$$

dengan G konstanta gravitasi universal $= 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$, M_B adalah massa bumi, m massa satelit, dan R jarak satelit ke pusat bumi. Dengan memasukkan persamaan (4.13) ke dalam persamaan (4.12) maka agar tetap pada lintasannya, laju satelit harus memenuhi

$$v_c = \sqrt{G \frac{M_B m}{R^2} \frac{R}{m}} = \sqrt{G \frac{M_B}{R}} \quad (3.14)$$

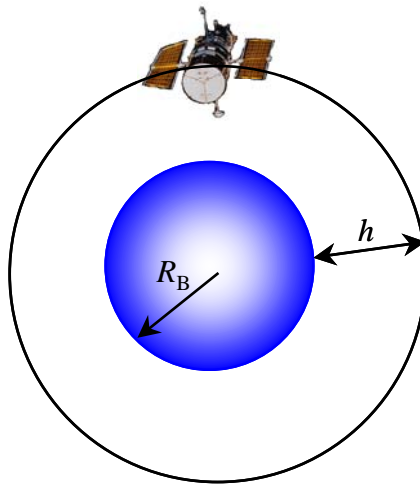
Periode revolusi satelit memenuhi

$$T = \frac{\text{Keliling orbit}}{v_c} = \frac{2\pi R}{v_c} \quad (3.15)$$

Contoh 3.3

Sebuah satelit mengorbit bumi pada ketinggian 1000 km dari permukaan bumi. Berapa laju satelit agar bergerak dalam lintasan lingkaran? Berapa kali satelit mengorbit bumi selama 1 hari? Diketahui massa bumi $5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$, jari-jari bumi $6,38 \times 10^6 \text{ m}$, konstant gravitasi universal $6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

Jawab



Gambar 3.4

Misalkan massa satelit m

Jarak satelit ke pusat bumi $R = R_B + h = 6,38 \times 10^6 \text{ m} + 10^6 \text{ m} = 7,38 \times 10^6 \text{ m}$

Laju satelit agar tetap pada orbitnya

$$v_c = \sqrt{G \frac{M_B}{R}} = \sqrt{6,67 \times 10^{-11} \frac{5,98 \times 10^{24}}{7,38 \times 10^6}} \sqrt{5,4 \times 10^7} = 7,35 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

Periode orbit satelit

$$T = \frac{2\pi R}{v_c} = \frac{2 \times 3,14 \times 7,38 \times 10^6}{7,35 \times 10^3} = 6306 \text{ s} = 6306/3600 \text{ jam} = 1,75 \text{ jam}.$$

Atau selama sehari satelit mengelilingi bumi sebanyak $24/1,75 = 13,7$ kali.

3.5 Jalan Raya

Ketika kendaraan melewati jalan yang menikung, pengendara harus hati-hati dan harus mengurangi kecepatan. Kenapa? Jika kecepatan terlalu tinggi maka kendaraan dapat terlempar keluar dari jalan. Selama melewati lintasan jalan menikung (berbentuk lingkaran) kendaraan memiliki percepatan sentripetal akibat gesekan antara roda kendaraan dan jalan raya. Jika f_c adalah gaya gesekan, agar berada pada lintasan laju mobil harus memenuhi

$$v_c = \sqrt{\frac{f_c R}{m}} \quad (3.16)$$

dengan R adalah jari-jari kelengkungan jalan raya dan m adalah massa kendaraan. Jika laju kendaraan lebih besar dari v_c maka kendaraan akan terlempar keluar. Jadi, selama melewati lintasan lingkaran, laju kendaraan tidak boleh terlalu besar. Kendaraan yang rodanya mulai licin harus lebih berhati-hati lagi karena gaya gesekan antara roda dan jalan raya lebih kecil.



Gambar 3.5 Ketika melewati lintasan melengkung, kendaraan harus berhati-hati dan mengurangi kecepatan

3.6 Gerak Melingkar Berubah Beraturan

Kita sudah membahas gerak melingkar beraturan dengan sifat laju benda selalu konstan. Namun, bisa juga benda yang bergerak melingkar memiliki laju yang berubah-ubah terhadap waktu. Gerak semacam ini tidak lagi dapat digolongkan sebagai gerak melingkar beraturan. Seperti ditunjukkan dalam Gbr 3.6, pada gerak melingkar tidak beraturan muncul dua macam percepatan yaitu:

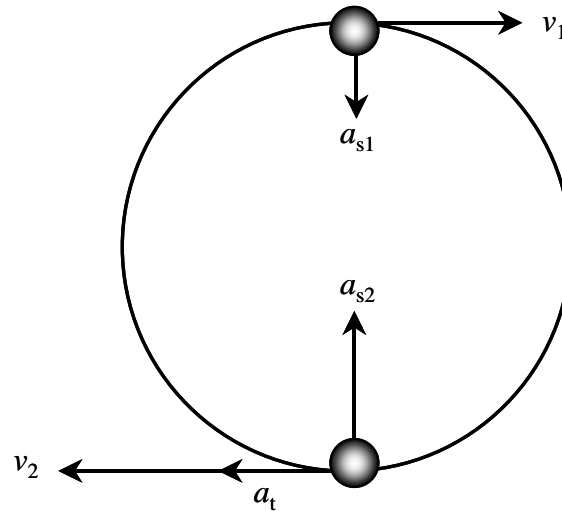
- (i) Percepatan ke pusat lintasan, a_s ,
- (ii) Percepatan tangensial yang arahnya menyinggung lintasan benda (sejajar dengan arah kecepatan), a_t .

Jika percepatan benda arah tangensial selalu konstan maka gerak melingkar semacam ini disebut gerak melingkar berubah beraturan.

Untuk gerak melingkar berubah beraturan, kebergantungan laju terhadap waktu dapat ditulis sebagai

$$v = v_o + a_t t \quad (3.17)$$

dengan t = waktu, v_o laju benda saat $t=0$, v laju benda saat t sembarang, a_t = percepatan tangensial benda (menyinggung lintasan). Kalian perhatikan, hubungan di atas persis sama dengan hubungan untuk gerak lurus berubah berturan.



Gambar 3.6 Pada gerak melingkar berubah beraturan, benda memiliki dua percepatan sekaligus, yaitu percepatan sentripetal ke pusat dan percepatan tangensial yang menyinggung lintasan.

Makin besar laju benda, makin besar pula percepatan sentripetalnya. Jadi, meskipun besar percepatan tangensial tetap, tetapi percepatan sentripetal selalu berubah menurut persamaan

$$a_s = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_o + a_t t)^2}{R} \quad (3.18)$$

Dari rumus laju, kita dapat menentukan kecepatan sudut benda sebagai fungsi waktu sebagai berikut

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{(v_o + a_t t)}{R} = \frac{v_o}{R} + \frac{a_t}{R} t \quad (3.19)$$

Persamaan (3.19) dapat disederhanakan menjadi

$$\omega = \omega_o + \alpha t \quad (3.20)$$

dengan $\omega_o = v_o / R$ adalah kecepatan sudut benda saat $t = 0$, ω adalah kecepatan sudut benda saat t sembarang, $\alpha = a_t / R$ adalah percepatan sudut benda. Tampak bahwa kecepatan sudut merupakan fungsi linier dari waktu.

Sudut yang ditempuh benda yang melakukan gerak melingkar berubah beraturan antara selang waktu $t = 0$ sampai sembarang waktu t sembarang adalah

$$\begin{aligned}\Delta\theta &= \int_0^t \omega dt \\ &= \int_0^t (\omega_o + \alpha t) dt \\ &= \omega_o \int_0^t dt + \alpha \int_0^t t dt \\ &= \omega_o t + \frac{1}{2} \alpha t^2\end{aligned}$$

Jika saat $t = 0$ posisi sudut benda adalah θ_o dan pada saat t sembarang posisi sudut benda adalah θ maka $\Delta\theta = \theta - \theta_o$. Dengan demikian kita peroleh

$$\theta - \theta_o = \omega_o t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

atau

$$\theta = \theta_o + \omega_o t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (3.21)$$

Contoh 3.4

Sebuah tabung pengering berputar dari keadaan diam hingga mencapai kecepatan sudut 800 rpm (rotation per minute) dalam 40 s. Hitunglah sudut yang telah diputari oleh tabung tersebut dan jumlah putaran yang telah dilakukan selama waktu tersebut.

Jawab

Kecepatan sudut akhir $\omega = 800 \text{ rpm} = 800 \times 2\pi \text{ rad/min} = 800 \times 2\pi \text{ rad/60 s} = 83,7$

rad/s.

Percepatan sudut $\alpha = (\omega - \omega_0)/t = (83,7-0)/40 = 2,1 \text{ rad/s}^2$.

Sudut yang diputari tabung $\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} = 0 \times 40 + \frac{2,1 \times 40^2}{2} = 1680 \text{ rad}$.

Sudut yang dibentuk selama satu putaran penuh adalah $2\pi \text{ rad}$. Jadi, jumlah putaran yang dilakukan tabung adalah $1680/2\pi = 267,5$ putaran.

Soal dan Penyelesaian

1) Sebuah mobil memiliki roda berjari-jari 0,55 m. Cari kecepatan sudut dan percepatan sentripetal titik yang berada di permukaan roda ketika mobil bergerak dengan laju 30 m/s.

Jawab

Kecepatan sudut titik di permukaan roda

$$\omega = v / R = 30/0,55 = 54,5 \text{ rad/s}.$$

Percepatan sentripetal titik di permukaan roda

$$a = v^2 / R = (30)^2/0,55 = 1636 \text{ m/s}^2.$$

2) Hitunglah laju dan percepatan sentripetal pada benda yang berada di khatulistiwa bumi akibat rotasi bumi. Jari-jari bumi di khatulistiwa adalah 6380 km.

Jawab

$$R = 6380 \text{ km} = 6,38 \times 10^6 \text{ m}.$$

$$\text{Periode rotasi bumi } T = 1 \text{ hari} = 24 \text{ jam} \times 3600 \text{ s/jam} = 86.400 \text{ s}$$

Laju titik di khatulistiwa bumi

$$v = 2\pi R / T = 2 \times 3,14 \times 6,38 \times 10^6 / 86.400 = 464 \text{ m/s}.$$

Percepatan sentripetal benda di khatulistiwa

$$a = v^2 / R = (464)^2 / 6,38 \times 10^6 = 0,034 \text{ m/s}^2.$$

3) Sebuah bintang neutron yang bermassa $4 \times 10^{30} \text{ kg}$ dan jari-jari 10 km berotasi dengan periode 50 ms. (a) Berapa percepatan sentripetal dan (b) gaya sentripetal pada benda bermassa 1 kg yang berada di permukaan bintang tersebut.

Jawab

Laju putaran benda di permukaan bintang

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \times 3,14 \times 10^4}{5 \times 10^{-2}} = 1,256 \times 10^6 \text{ m/s}$$

(a) Percepatan sentripetal benda di permukaan bintang

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(1,256 \times 10^6)^2}{10^6} = 1,58 \times 10^6 \text{ m/s}^2$$

(b) Gaya sentripetal pada benda

$$F = m a = 1 \times 1,58 \times 10^6 = 1,58 \times 10^6 \text{ N}$$

4) Sebuah mobil balap bergerak dari keadaan diam di lintasan balap berbentuk lingkaran dengan jari-jari 500 m dan percepatan konstant dan mencapai laju 35 m/s dalam 11 detik. (a) Berapa percepatan arah menyinggung lintasan dan (b) percepatan sentripetal serta percepatan total ketika laju mobil 30 m/s?

Jawab

(a) Percepatan arah menyinggung lintasan

$$a_t = (v_1 - v_o) / \Delta t = (35-0)/11 = 3,2 \text{ m/s}^2.$$

(b) Saat laju mobil 30 m/s, percepatan sentripetal adalah

$$a_s = v^2 / R = 30^2/500 = 1,8 \text{ m/s}^2.$$

Percepatan total mobil (karena a_t dan a_s saling tegak lurus) adalah

$$a_T = \sqrt{a_t^2 + a_s^2} = \sqrt{3,2^2 + 1,8^2} = 3,7 \text{ m/s}^2.$$

5) Pada laju minimum berapakah sebuah roller-coaster yang sedang berada di puncak lintasan (menghadap ke bawah) harus bergerak agar roller-coaster tidak lepas dari lintasan? Anggap jari-jari kelengkungan lintasan adalah 8,6 m.

Jawab

Percepatan arah ke bawah yang dialami roller-coaster adalah percepatan gravitasi sebesar 10 m/s². Agar roller coaster tidak jatuh maka lajunya harus menghasilkan percepatan sentripetal yang lebih besar atau sama dengan percepatan gravitasi. Atau laju minimum roller-coaster harus memenuhi

$$\frac{v}{R} = g, \text{ atau } v = \sqrt{gR} = \sqrt{10 \times 8,6} = 9,3 \text{ m/s.}$$

Soal Latihan

- 1) Sebuah bintang neutron yang bermassa 4×10^{30} kg dan jari-jari 10 km berotasi dengan periode 50 ms. Berapa percepatan sentripetal dan gaya gravitasi pada benda bermassa 1 kg yang berada di permukaan bintang tersebut.
- 2) Sebuah pesawat jet terbang dengan laju 1800 km/jam dan membentuk lintasan dengan jari-jari 6 km. Berapakah percepatan sentripetal pesawat? Berapakah percepatan tersebut dinyatakan dalam percepatan gravitasi bumi g?
- 3) Pada lomba balap di Sentul, sebuah mobil bergerak dengan percepatan menyinggung lintasan yang konstant pada lintasan berbentuk setengah lingkaran dengan jari-jari 200 m. Dari keadaan diam, mobil mencapai ujung lintasan seperempat lingkaran dengan laju 320 km/jam. Berapakah percepatan menyinggung lintasan (tangensial) dan percepatan sentripetal mobil?
- 4) Sebuah rotor sentrifuge berotasi pada kecepatan 50.000 rpm (rotation per minute). Tabung-tabung yang panjangnya 4 cm ditempatkan dalam sentrifuge tsb di mana salah mulut tabung berada pada jarak 6 cm dari sumbu rotasi dan dasarnya berada pada jarak 10 cm dari sumbu rotasi. Hitunglah percepatan sentripetal di dasar dan di mulut tabung dinyatakan dalam g (percepatan gravitasi bumi).
- 5) Sebuah pulsar memiliki diameter 15 km dan berotasi dengan frekuensi 9 Hz. Hitung laju dan percepatan sentripetal titik di khatulistiwa pulsar tersebut.

Bab 4

Hukum Newton dan Dinamika

Sejauh ini kita sudah membahas bermacam-macam gerak dalam dua dimensi. Namun, ada yang kurang dalam pembahasan-pembahasan tersebut, yaitu kita mempelajari gerak tanpa peduli dengan apa yang menyebabkan gerak itu terjadi. Kita mempelajari benda memiliki percepatan, tetapi kita tidak pernah bertanya mengapa percepatan itu muncul. Bidang fisika yang hanya mempelajari gerak tanpa mengindahkan penyebab munculnya gerak tersebut dinamakan *kinematika*. Dalam kinematika kita membahas benda yang tiba-tiba bergerak, tiba-tiba berhenti, tiba-tiba berubah kecepatan, tanpa mencari tahu mengapa hal tersebut terjadi. Pada bab ini dan beberapa bab berikutnya kita akan mempelajari gerak beserta penyebab munculnya gerak tersebut. Dalam fisika bidang ini dinamakan *dinamika*.

4.1 Hukum Newton tentang Gerak

Newton merumuskan hukum-hukum gerak yang sangat luar biasa. Newton menemukan bahwa semua persoalan gerak di alam semesta dapat diterangkan dengan hanya tiga hukum yang sederhana.

Hukum Newton I

Semua benda cenderung mempertahankan keadaannya: benda yang diam tetap diam dan benda yang bergerak, tetap bergerak dengan kecepatan konstant

Hukum Newton II

Sebelum mengungkapkan hukum Newton II mari kita definisikan besaran yang namanya momentum yang merupakan perkalian dari massa dan kecepatan, yaitu

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (4.1)$$

dengan \vec{p} momentum, m massa, dan \vec{v} kecepatan. Hukum Newton II menyatakan bahwa laju perubahan momentum benda sama dengan gaya yang bekerja pada benda tersebut

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (4.2)$$

Persamaan (4.2) dapat juga diungkapkan dalam bentuk lain. Kita dapat menulis

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \frac{m d\vec{v} + \vec{v} dm}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt} \\ &= m\vec{a} + \vec{v} \frac{dm}{dt}\end{aligned}\quad (4.3)$$

Khusus untuk benda yang tidak mengalami perubahan massa selama bergerak maka $dm/dt = 0$ sehingga

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (4.4)$$

Persamaan (4.2) atau (4.3) merupakan hukum II Newton dalam bentuk paling umum. Ke dua persamaan tersebut diterapkan untuk kasus di mana massa benda berubah-ubah selama gerak atau tidak berubah. Massa benda yang berubah selama gerak dijumpai pada roket atau benda yang bergerak mendekati laju cahaya di mana efek relativitas sudah mulai muncul. Pada kecepatan tersebut massa benda bergantung pada kecepatannya. Untuk kondisi di mana massa benda tidak berubah terhadap waktu, maka persamaan (4.4) dapat langsung diterapkan.

Hukum Newton III

Hukum ini mengungkapkan keberadaan gaya reaksi yang sama besar dengan gaya aksi, tetapi berlawanan arah. Jika benda pertama melakukan gaya pada benda kedua (**gaya aksi**), maka benda kedua melakukan gaya yang sama besar pada benda pertama tetapi arahnya berlawanan (**gaya reaksi**)

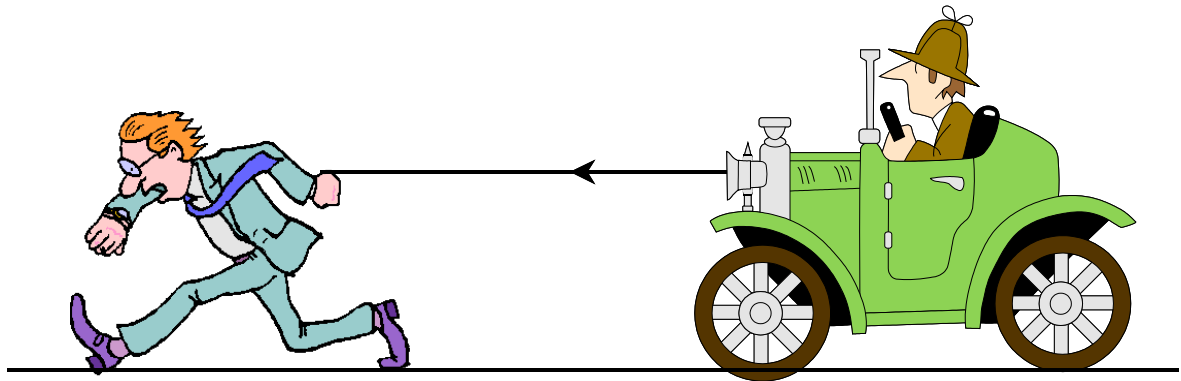
Jika kamu mendorong dinding dengan tangan, maka pada saat bersamaan dinding mendorong tanganmu dengan gaya yang sama tetapi berlawanan arah. Bumi menarik tubuh kamu dengan gaya yang sama dengan berat tubuhmu, maka pada saat bersamaan tubuh kamu juga menarik bumi dengan gaya yang sama besar tetapi berlawanan arah.

4.2 Diagram Gaya Bebas

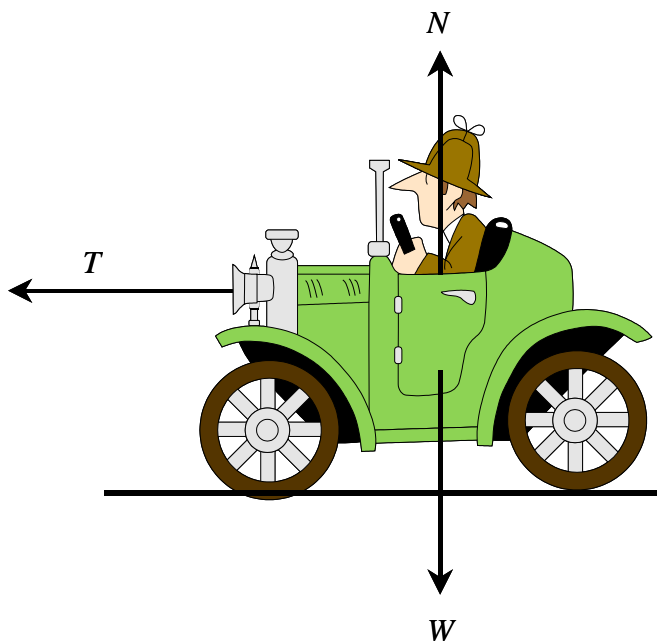
Dalam hukum Newton II seperti diungkapkan dalam persamaan (4.2) - (4.4), yang dimaksud gaya F adalah gaya total yang bekerja pada benda. Jika pada benda bekerja sejumlah gaya maka semua gaya tersebut harus dijumlahkan terlebih dahulu (secara vektor) sebelum menerapkan persamaan (4.2) - (4.4) untuk menghitung

percepatan.

Untuk menghindari kesalahan dalam menghitung gaya-gaya yang bekerja pada benda, kita akan sangat tertolong apabila terlebih dahulu melukis diagram gaya bebas yang bekerja pada benda. Contoh, sebuah benda berada di atas bidang datar yang licin ditarik ke kanan dengan gaya F (lihat gambar 4.1)



Gambar 4.1 Benda di atas bidang datar yang licin ditarik ke kanan dengan gaya F .



Gambar 4.2 Diagram gaya bebas pada benda.

Gaya-gaya yang bekerja pada benda adalah:

- Gaya berat (akibat gravitasi) yang arahnya ke bawah
- Gaya penahan yang dilakukan oleh rantai yang arahnya ke atas, tegak lurus lantai.

Gaya ini disebut gaya normal.

- Gaya tarikan tali yang arahnya ke kanan

Dengan demikian, diagram gaya pada benda tampak pada gbr 4.2

Contoh 4.1

Sebuah balok berada di atas bidang miring yang licin dengan sudut kemiringan α terhadap bidang datar. Gambarkan diagram gayanya.

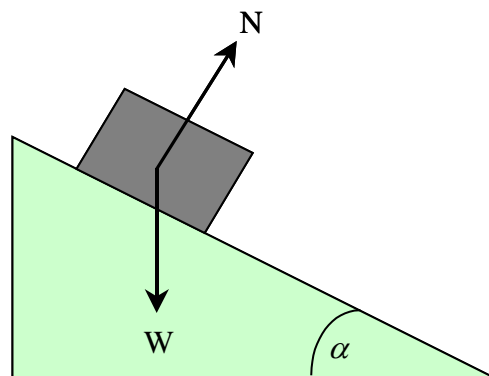
Jawab

Gaya-gaya yang bekerja pada benda adalah

Gaya berat (akibat gravitasi) yang arahnya ke bawah.

Gaya normal yang tegak lurus bidang.

Diagram gaya benda tampak pada gambar 4.3



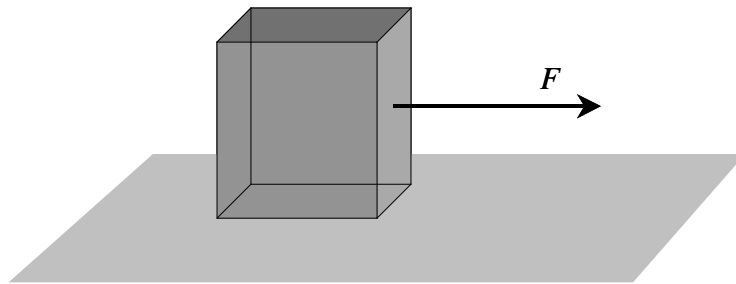
Gambar 4.3 Diagram gaya pada benda yang berada di atas bidang miring.

4.3 Aplikasi Hukum Newton

Untuk lebih memahami penerapan hukum-hukum Newton mari kita lihat aplikasinya dalam beberapa contoh berikut ini.

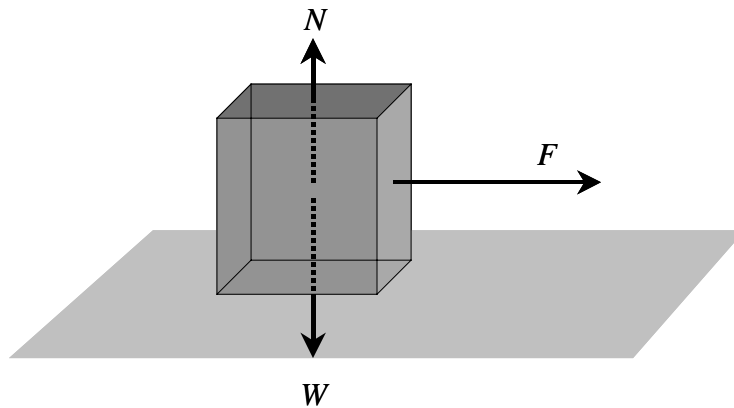
Benda di atas bidang datar

Benda bermassa m di atas bidang datar yang licin ditarik dengan gaya F seperti tampak pada Gbr 4.4. Kita akan menggambar diagram gaya bebas dan menentukan percepatan benda.



Gambar 4.4 Benda dikenai gaya mendatar F .

Diagram gaya bebas yang bekerja pada balok tampak pada Gbr. 4.5. Gaya-gaya yang bekerja hanyalah gaya tarik F , gaya berat W , dan gaya normal yang dilakukan lantai N .

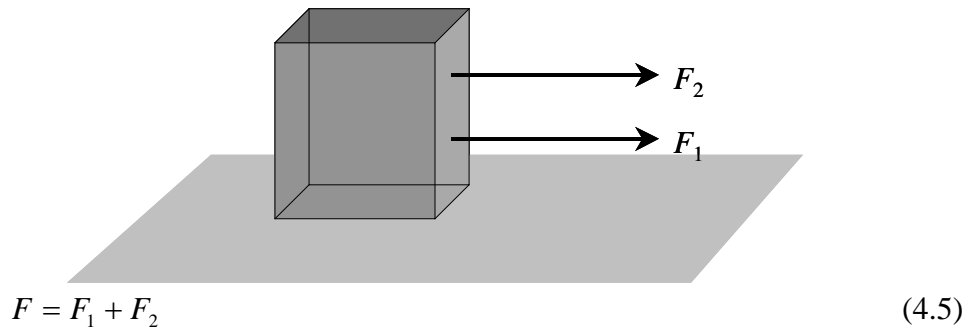


Gambar 4.5 Diagram gaya bebas yang bekerja pada balok

Gaya netto dalam arah vertical nol karena $N = W$ sehingga tidak ada percepatan dalam arah verikal. Gaya netto dalam arah horizontal adalah F sehingga percepatan dalam arah horizontal adalah

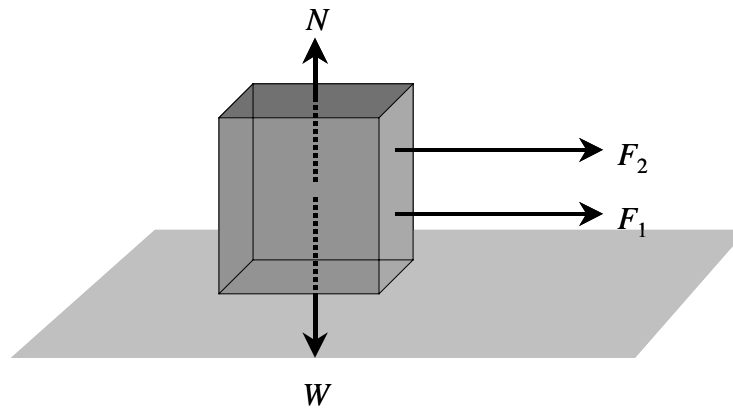
$$a = \frac{F}{m}$$

Jika ada beberapa gaya yang bekerja pada benda secara serentak maka untuk menghitung percepatan, kita hitung terlebih dahulu gaya total yang bekerja pada benda. Gaya total yang bekerja pada benda



Gambar 4.6 Benda dikenai gaya mendatar F_1 dan F_2 yang searah.

Diagram gaya bebas yang bekerja pada benda tampak pada Gbr. 4.7



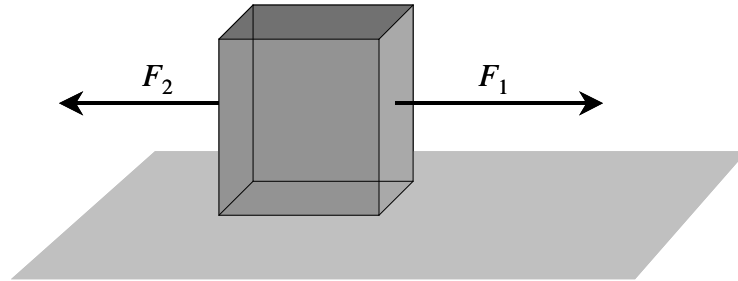
Gambar 4.7 Diagram gaya bebas pada benda di Gbr 4.6.

Gaya total dalam arah vertikal nol karena gaya N dan W sama besar sehingga tidak ada percepatan dalam arah vertikal. Gaya netto dalam arah horizontal adalah $F_1 + F_2$. Dengan demikian percepatan benda dalam arah horizontal adalah

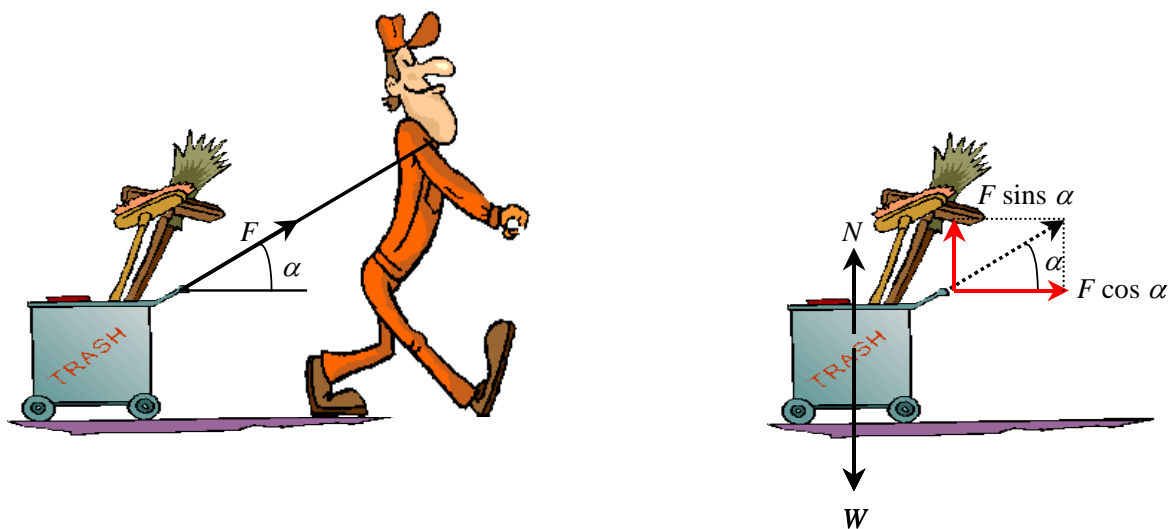
$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_1 + F_2}{m} \quad (4.6)$$

Jika kedua gaya yang bekerja pada benda berlawanan arah, seperti pada Gbr. 4.8, maka gaya total dalam arah vertikal tetap nol sedangkan gaya total dalam arah horizontal adalah $F_1 - F_2$. Dengan demikian percepatan dalam arah horizontal adalah

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_1 - F_2}{m} \quad (4.7)$$



Gambar 4.8 Dua gaya yang berlawanan arah yang bekerja pada benda secara bersamaan



Gambar 4.9 (kiri) Benda dikenai gaya F yang arahnya membentuk sudut α terhadap arah mendatar, (kanan) diagram gaya yang bekerja pada benda

Untuk kasus berikutnya kita lihat gaya yang arahnya tidak horisontal seperti pada Gbr. 4.9 (kiri). Gaya F dapat diuraikan atas dua komponen yang searah dan tegak lurus bidang datar. Penguraian tersebut memudahkan perhitungan. Komponen F yang sejajar bidang datar adalah $F \cos \alpha$, dan yang tegak lurus bidang datar adalah $F \sin \alpha$. Dengan penguraian ini, kita dapat menggambar diagram gaya seperti pada Gbr 4.9 (kanan)

i) Gaya total arah horizontal yang bekerja pada benda adalah

$$F_h = F \cos \alpha \quad (4.8)$$

sehingga percepatan benda arah horizontal adalah

$$a_h = \frac{F_h}{m} = \frac{F \cos \alpha}{m} \quad (4.9)$$

ii) Gaya total arah vertikal yang bekerja pada benda

$$F_v = F \sin \alpha + N - W \quad (4.10)$$

Ada dua kondisi yang mungkin dipenuhi untuk gerakan dalam arah vertikal. Kedua kondisi tersebut adalah:

a) Jika benda belum bergerak dalam arah vertikal maka $F_v = 0$ sehingga $F \sin \alpha + N - W = 0$ atau

$$N = W - F \sin \alpha \quad (4.11)$$

Kondisi ini dipenuhi jika $F \sin \alpha < W$ yaitu komponen gaya F arah vertikal lebih kecil daripada berat benda.

b) Jika benda sudah mulai bergerak dalam arah vertikal maka $N = 0$ sehingga gaya arah vertikal yang bekerja pada benda adalah

$$F_v = F \sin \alpha - W \quad (4.12)$$

Kondisi ini dipenuhi jika $F \sin \alpha > W$. Percepatan benda arah vertikal adalah

$$a_h = \frac{F_v}{m} = \frac{F \sin \alpha - W}{m} \quad (4.13)$$

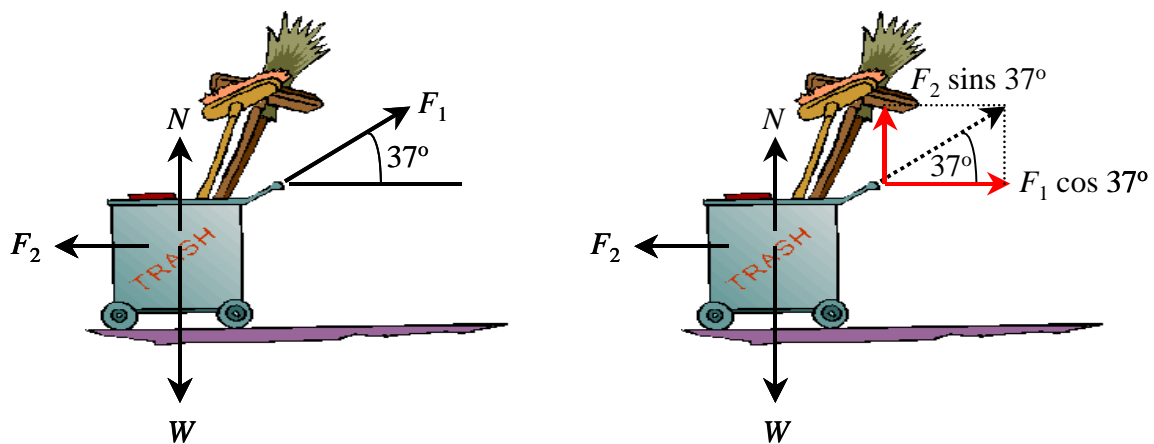
Contoh 4.2

Sebuah benda ditarik dengan gaya $F_1 = 100$ N ke kanan membentuk sudut 37° dengan arah horizontal dan gaya $F_2 = 20$ N ke kiri. Jika massa benda 10 kg, tentukan

percepatan benda. Tentukan juga percepatan benda jika F_1 diperbesar menjadi 200 N.

Jawab

Gaya-gaya yang bekerja pada benda tampak pada Gbr. 4.10 (kiri). Untuk mudahnya, kita ganti F_1 dengan dua buah gaya yang saling tegak lurus, yaitu $F_1 \cos 37^\circ$ (arah mendatar) dan $F_1 \sin 37^\circ$ (arah vertikal). Diagram gaya yang baru tampak pada Gbr 4.10 (kanan)



Gambar 4.10 (kiri) Diagram gaya yang bekerja pada benda, (kanan) diagram gaya baru yang ekuivalen dengan gambar kiri

Berdasarkan Gbr. 4.10 (kanan), gaya total arah horizontal

$$\begin{aligned} F_h &= F_1 \cos 37^\circ - F_2 = 100 \cos 37^\circ - 20 \\ &= 100 \times \frac{4}{5} - 20 = 80 - 20 = 60 \text{ N} \end{aligned}$$

Dengan demikian, percepatan arah horizontal adalah

$$a_h = \frac{F_h}{m} = \frac{60}{10} = 6 \text{ m/s}^2$$

Berat benda $W = mg = 10 \times 10 = 100 \text{ N}$. Gaya penggerak arah vertikal adalah $F_1 \sin 37^\circ = 100 \times (3/5) = 60 \text{ N}$. Tampak bahwa $F_1 \sin 37^\circ < W$ sehingga benda tidak melakukan gerakan dalam arah vertikal.

Jika F_1 dinaikkan menjadi 200 N maka gaya total arah horizontal

$$F_h = F_1 \cos 37^\circ - F_2 = 200 \cos 37^\circ - 20$$

$$= 200 \times \frac{4}{5} - 20 = 160 - 20 = 140 \text{ N}$$

Percepatan arah horizontal adalah

$$a_h = \frac{F_h}{m} = \frac{140}{10} = 14 \text{ m/s}^2$$

Gaya penggerak arah vertikal adalah $F_1 \sin 37^\circ = 200 \times (3/5) = 120 \text{ N}$. Tampak bahwa $F_1 \sin 37^\circ > W$ sehingga benda bergerak dalam arah vertikal. Besarnya gaya arah vertikal adalah

$$F_v = F \sin 37^\circ - W = 120 - 100 = 20 \text{ N}$$

Dengan demikian, percepatan benda dalam arah vertikal adalah

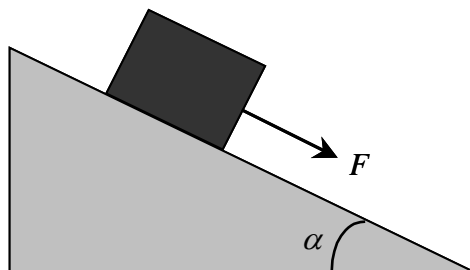
$$a_v = \frac{F_v}{m} = \frac{20}{10} = 2 \text{ m/s}^2$$

Percepatan total benda menjadi

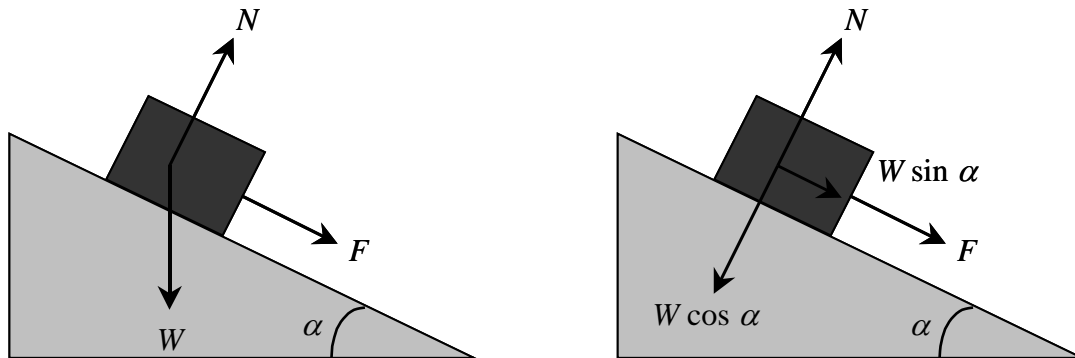
$$a = \sqrt{a_h^2 + a_v^2} = \sqrt{14^2 + 2^2} = \sqrt{200} = 14,1 \text{ m/s}^2$$

Benda di atas bidang miring

Sekarang kita akan membahas sifat gerak benda yang berada di atas bidang miring. Lihat Gambar 4.12. Sebuah benda berada di atas bidang miring yang licin. Misalkan gaya F sejajar bidang miring. Diagram gaya yang bekerja pada benda tampak pada Gbr 4.13 (kiri)



Gambar 4.12 Benda di atas bidang miring yang licin



Gambar 4.13 (kiri) Diagram gaya yang bekerja pada benda, (kanan) diagram gaya yang ekuivalen dengan gambar kiri, di mana berat sudah diganti dengan dua komponen yang tegak lurus.

Untuk memudahkan pembahasan, mari kita uraikan gaya W atas komponen gaya yang sejajar bidang miring ($W \sin \alpha$) dan tegak lurus bidang ($W \cos \alpha$). Dengan penggantian tersebut kita dapatkan diagram gaya pada Gbr. 4.13 (kanan). Gaya total arah sejajar bidang adalah

$$F_s = F + W \sin \alpha \quad (4.14)$$

Akibatnya percepatan benda dalam arah sejajar bidang adalah

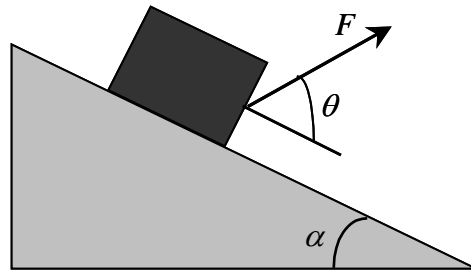
$$a_s = \frac{F_s}{m} = \frac{F + W \sin \alpha}{m} \quad (4.15)$$

Gaya total arah tegak lurus bidang adalah

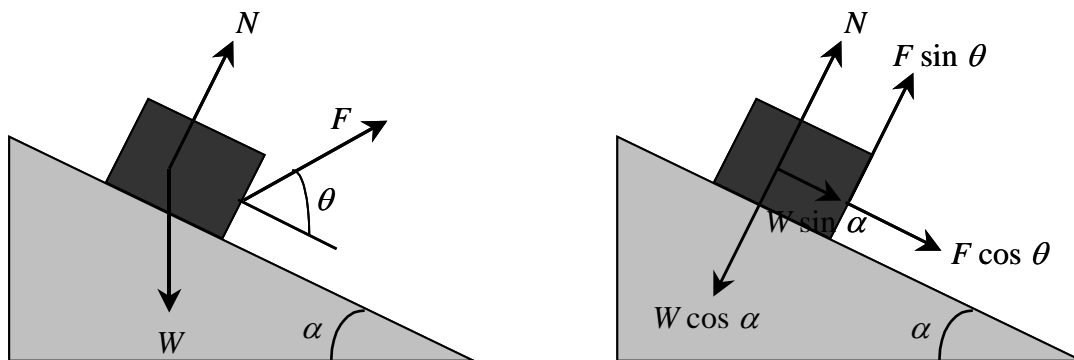
$$F_t = N - W \cos \alpha = 0 \quad (4.16)$$

Gaya tersebut nol karena benda tidak bergerak dalam arah tegak lurus bidang.

Sekarang kita tinjau jika F tidak sejajar bidang, seperti yang diilustrasikan dalam Gbr 4.14. Benda ditarik dengan gaya F yang membentuk sudut θ dengan arah kemiringan bidang. Diagram gaya yang bekerja pada benda yang ditunjukkan pada gambar 4.15 (kiri).



Gambar 4.14 Benda di atas bidang miring yang licin dan ditarik dengan gaya F



Gambar 4.15(kiri) Diagram gaya yang bekerja pada benda, (kanan) diagram gaya yang ekuivalen dengan gambar kiri, di mana berat dan gaya F sudah diganti dengan komponen-komponen yang tegak lurus.

Untuk menentukan percepatan benda, kita uraikan gaya F dan gaya berat W atas komponen-komponen yang sejajar dan tegak lurus bidang miring seperti diilustrasikan pada Gbr 4.15 (kanan). Kita ganti F dengan $F \cos \theta$ yang sejajar bidang miring dan $F \sin \theta$ yang tegak lurus bidang miring. Kita ganti W dengan $W \sin \alpha$ yang sejajar bidang miring dan $W \cos \alpha$ yang tegak lurus bidang miring. Gaya total arah sejajar bidang adalah

$$F_s = F \cos \theta + W \sin \alpha \quad (4.17)$$

sehingga percepatan benda dalam arah sejajar bidang memenuhi

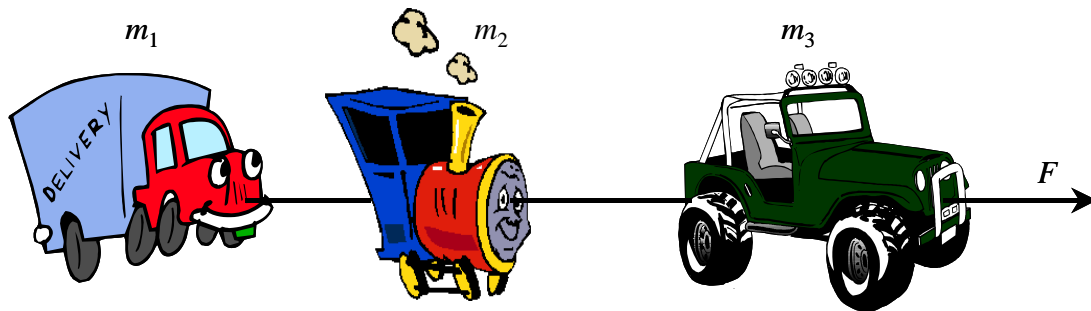
$$a_s = \frac{F_s}{m} = \frac{F \cos \theta + W \sin \alpha}{m} \quad (4.18)$$

Gaya penggerak arah tegak lurus bidang adalah $F \sin \theta$. Jika $F \sin \theta < W \cos \alpha$ maka benda tidak bergerak dalam arah tegak lurus bidang. Sebaliknya, jika $F \sin \theta > W \cos \alpha$, maka benda bergerak dalam arah tegak lurus bidang dengan percepatan

$$a_t = \frac{F \sin \theta - W \cos \alpha}{m} \quad (4.19)$$

Tegangan Tali

Sekarang kita akan diskusikan gerak benda-benda yang dihubungkan dengan tali seperti pada Gbr 4.16.

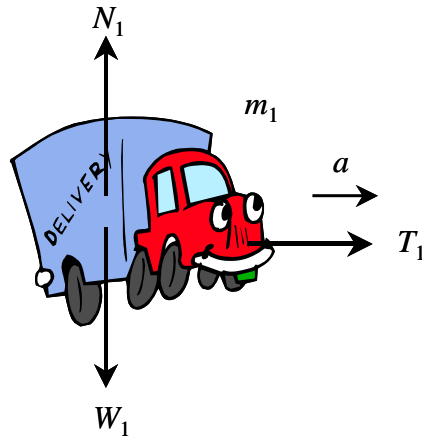


Gambar 4.16 Beberapa benda dihubungkan dengan tali dan ditarik dengan gaya ke kanan

Benda bermassa m_1 , m_2 , dan m_3 dihubungkan dengan tali. Benda m_3 ditarik dengan gaya mendatar F . Percepatan ketiga benda sama besarnya (karena dihubungkan oleh tali), yaitu

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (4.20)$$

Berapa tegangan tali? Tegangan tali yang menghubungkan benda m_1 dan m_2 berbeda dengan tegangan tali yang menghubungkan benda m_2 dan m_3 . Coba kita selidiki benda m_1 . Gaya mendatar yang bekerja pada benda ini hanya tegangan tali yang menghubungkannya dengan m_2 . Diagram gaya yang bekerja pada benda m_1 dilukiskan pada Gambar 4.17

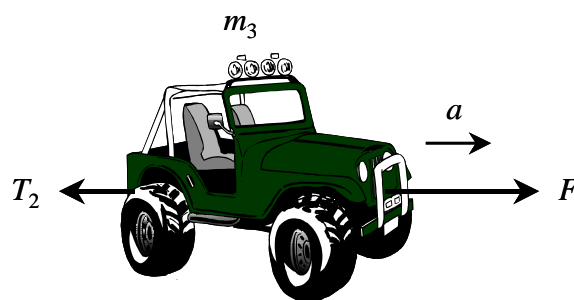


Gambar 4.17 Diagram gaya pada benda m_1 .

Coba lihat komponen gaya arah mendatar. Gaya mendatar, T_1 , menghasilkan percepatan a , sehingga terpenuhi

$$T_1 = m_1 a \quad (4.21)$$

Untuk menentukan tegangan tali yang menghubungkan benda m_2 dan m_3 , coba kita isolasi benda m_3 . Gaya mendatar yang bekerja pada benda adalah tegangan tali T_2 yang arahnya ke kiri dan gaya tarik F yang arahnya ke kanan. Diagram gaya yang bekerja pada benda m_3 dilukiskan pada Gambar 4.18



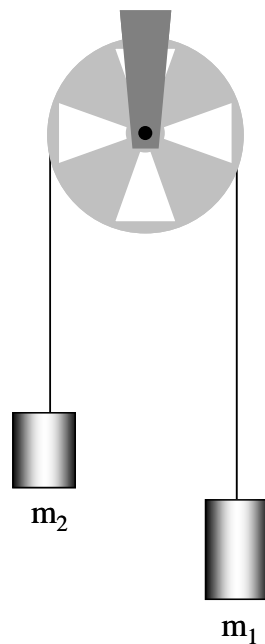
Gambar 4.18 Diagram gaya pada benda m_3 .

Gaya total arah mendatar yang bekerja pada benda m_3 adalah $F - T_2$. Dengan adanya percepatan a maka terpenuhi $F - T_2 = m_3 a$ yang menghasilkan tegangan tali

$$T_2 = F - m_3 a \quad (4.22)$$

Pesawat Atwood

Gambar pesawat Atwood sederhana diperlihatkan pada Gambar 4.19. Peralatan ini sering digunakan untuk mendemonstrasikan gerak lurus dengan kecepatan konstan dan gerak lurus dengan percepatan konstan dengan kecepatan dan percepatan yang dapat diatur. Besarnya percepatan dan kecepatan yang dihasilkan bergantung pada massa beban yang digantung pada dua sisi tali.

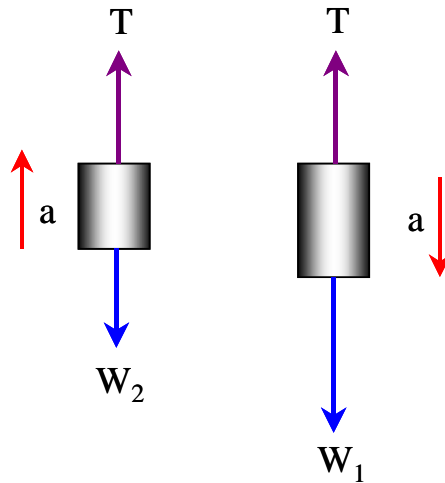


Gambar 4.19 Pesawat Atwood

Benda m_1 dan m_2 dihubungkan dengan tali melalui sebuah katrol. Massa tali biasanya sangat kecil dibandingkan dengan massa dua beban sehingga massa tali dapat diabaikan atau tali dianggap tidak bermassa. Jika katrol juga sangat kecil dibandingkan dengan massa dua beban maka katrol juga dapat dianggap tak bermassa. Untuk menganalisis gerakan dua beban, mari kita misalkan tegangan tali T . Kita juga asumsikan bahwa $m_1 > m_2$. Dengan asumsi ini maka benda m_1 bergerak ke bawah dan benda m_2 bergerak ke atas. Diagram gaya yang bekerja pada masing-masing benda tampak pada Gbr. 4.20. Karena dihubungkan dengan tali maka percepatan dua benda sama. Dengan mnegamati diagram gaya pada gbr 4.20 kita dapatkan

$$W_1 - T = m_1 a \quad (4.23)$$

$$T - W_2 = m_2 a \quad (4.24)$$



Gambar 4.20 Diagram gaya pesawat Atwood

Jumlahkan persamaan (4.23) dan (4.24) sehingga diperoleh

$$W_1 - W_2 = (m_1 + m_2) a$$

atau

$$\begin{aligned} a &= \frac{W_1 - W_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \end{aligned} \quad (4.25)$$

Tampak dari persamaan (4.25) bahwa benda makin kecil jika selisih massa dua beban makin kecil. Dengan demikian, kita dapat menghasilkan percepatan yang diinginkan dengan memilih massa dua benda yang sesuai.

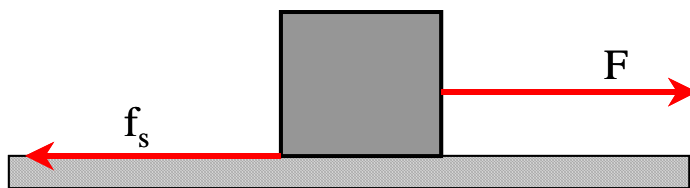
4.4 Gaya Gesekan

Di atas kita telah pelajari gerak benda pada bidang; baik bidang datar maupun bidang miring. Antara permukaan benda dan bidang diasumsikan tidak ada gesekan

sehingga berapapun gaya arah sejajar diberikan pada benda, maka benda akan bergerak. Tetapi kondisi demikian tidak selalu kita jumpai. Kalau kita letakkan balok di atas meja dan kita dorong dalam arah sejajar dengan permukaan meja, kita akan amati fenomena sebagai berikut:

- i) Jika gaya dorongan yang diberikan tidak terlalu besar maka benda belum bergerak
- ii) Jika gaya diperbesar terus maka ada nilai gaya tertentu di mana benda mulai bergerak.

Tidak Bergeraknya benda meskipun diberikan gaya dorong menandakan bahwa resultan gaya yang bekerja pada benda nol. Jadi, di samping gaya dorong yang kita berikan, ada gaya lain yang bekerja pada benda yang besarnya sama dengan gaya yang kita berikan tetapi berlawanan arah. Gaya apakah itu? Tidak lain daripada gaya gesekan antara permukaan benda dengan permukaan bidang. Dengan demikian, diagram gaya yang bekerja pada benda ketika benda belum bergerak tampak pada gambar 4.21



Gambar 4.21 Diagram gaya pada benda saat benda belum bergerak

dengan f_s gaya gesekan dan F gaya yang diberikan. Gaya total yang bekerja pada benda adalah $F - f_s$. Jika benda belum bergerak maka $F - f_s = 0$, atau

$$f_s = F \quad (4.26)$$

Kita simpulkan, ***selama benda belum bergerak maka gaya gesekan sama dengan gaya yang diberikan pada benda.***

Jika gaya yang diberikan diperbesar terus maka gaya gesekan pun makin besar (selama benda masih tetap bergerak) karena kedua gaya tersebut saling meniadakan, sampai suatu saat benda tepat bergerak. Pada saat benda tepat mulai bergerak, gaya gesekan tidak sanggup lagi mengimbangi gaya tarik yang diberikan. Dengan demikian, untuk dua permukaan yang mengalami kontak, ada nilai maksimum dari gaya gesekan

yang dapat dihasilkan. Berdasarkan percobaan, besarnya gaya gesekan maksimum memenuhi

$$f_{s,maks} = \mu_s N \quad (4.27)$$

dengan N adalah gaya normal oleh bidang pada benda dan μ_s adalah konstanta yang bergantung pada sifat permukaan dua benda yang melakukan kontak. μ_s dinamai koefisien gesekan.

Ketika benda sudah bergerak gaya gesekan tetap ada, tetapi nilainya berbeda dengan yang kita bahas di atas. Untuk membedakan gaya gesekan saat benda masih diam dan saat benda bergerak, kita definisikan gaya gesekan static, f_s untuk benda yang masih diam dan gaya gesekan kinetik f_k untuk benda yang sedang bergerak. Dengan demikian, persamaan (4.27) mengungkapkan gaya gesekan statik maksimum yang bekerja pada benda. Gaya gesekan kinetik hanya memiliki satu nilai, tidak bergantung pada kecepatan relatif antara dua permukaan yang melakukan kontak. Besarnya gaya gesekan kinetik memenuhi

$$f_k = \mu_k N \quad (4.28)$$

dengan μ_k dinamai koefisien gesekan kinetik.

Gaya yang diperlukan untuk mempertahankan benda yang bergerak agar tetap bergerak lebih kecil daripada gaya yang diperlukan untuk memulai gerakan sebuah benda. Ini penyebabnya mengapa saat memulai mengayuh sepeda kalian merasa berat daripada mempertahankan sepeda tetap bergerak. Ini juga penyebab mengapa kendaraan ketika mulai bergerak harus menggunakan gigi rendah (daya besar) sedangkan setelah bergerak cukup dengan gigi tinggi (daya kecil). Sifat di atas menghasilkan ketidaksamaan berikut, $f_k < f_{s,maks}$ atau $\mu_k N < \mu_s N$, yang menghasilkan $\mu_k < \mu_s$.

Dari uraian di atas, dapat kita ringkas tentang gaya gesekan yang bekerja pada benda

$$\text{gaya gesekan} = \begin{cases} f_s = F & \text{jika } F < f_{s,maks} & (\text{benda diam}) \\ f_s = f_{s,maks} = \mu_s N & \text{jika } F = f_{s,maks} & (\text{benda mau bergerak}) \\ f_k = \mu_k N & \text{jika } F > f_{s,maks} & (\text{benda bergerak}) \end{cases}$$

(4.29)

4.5 Lebih paham dengan gaya gesekan

Untuk memahami penggunaan gaya gesekan mari kita bahas contoh-contoh berikut ini.

Contoh 4.2

Sebuah benda yang bermassa 5 kg berada di atas bidang datar. Koefien gesekan antara benda dan bidang adalah $\mu_s = 0,4$ dan $\mu_k = 0,2$. Jika benda ditarik dengan gaya 15 N arah horizontal ke kanan apakah benda bergerak dan berapa gaya gesekan benda dan bidang?

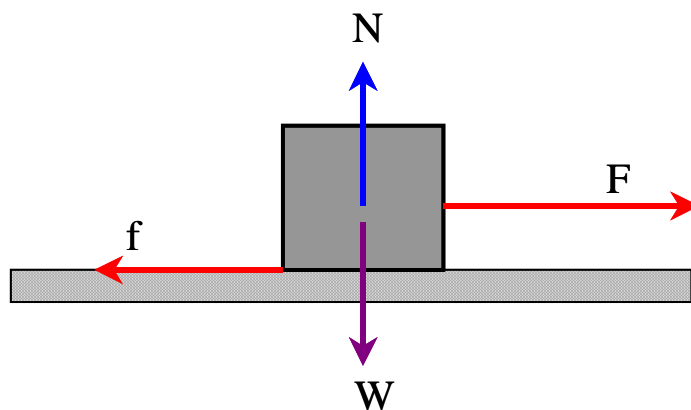
Jawab

Diagram gaya yang bekerja pada benda tampak pada Gambar 4.22. Karena tidak ada gerakan arah vertical maka

$$N = W = mg = 5 \times 10 = 50 \text{ N}$$

Gaya gesekan statik maksimum adalah

$$f_{s,maks} = \mu_s N = 0,4 \times 50 = 20 \text{ N}$$



Gambar 4.22 Diagram gaya pada benda

Tampak bahwa $F < f_{s,maks}$ sehingga benda belum bergerak. Karena benda belum

bergerak maka gaya gesekan yang bekerja pada benda adalah gaya gesekan static yang besarnya sama dengan gaya yang diberikan, yaitu

$$f_s = F = 15 \text{ N}$$

Contoh 4.3

Kembali ke soal pada contoh 1, jika gaya yang diberikan adalah $F = 25 \text{ N}$ maka $F > f_{s,\text{maks}}$, yang berakibat benda sudah bergerak. Karena benda bergerak maka gaya gesekan berubah menjadi gaya gesekan kinetik

$$f_k = \mu_k N = 0,2 \times 50 = 10 \text{ N}$$

Percepatan benda adalah

$$a = \frac{F - f_k}{m} = \frac{20 - 10}{5} = 2 \text{ m/s}^2.$$

Contoh 4.4

Sebuah benda bermassa 4 kg berada di atas bidang yang memiliki kemiringan 37° dan koefisien gesekan dengan benda $\mu_s = 0,4$ dan $\mu_k = 0,3$. Apakah benda akan meluncur ke bawah? Berapakah gaya gesekan benda dengan bidang?

Jawab

Diagram gaya yang bekerja pada benda tampak pada Gbr 4.23. Pada gambar tersebut kita sudah mengganti berat benda W dengan komponen yang sejajar dan tegak lurus bidang. Benda tidak melakukan gerakan dalam arah tegak lurus bidang sehingga

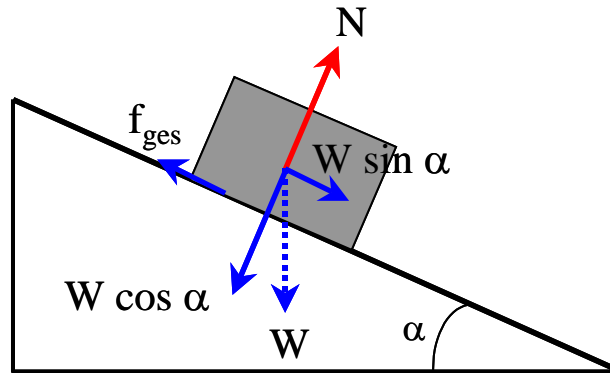
$$N = W \cos \alpha = mg \cos 37^\circ = 4 \times 10 \times \frac{4}{5} = 32 \text{ N}$$

Gaya gesekan static maksimum

$$f_{s,\text{maks}} = \mu_s N = 0,4 \times 32 = 12,8 \text{ N}$$

Gaya penggerak benda arah sejajar bidang

$$F = W \sin \alpha = mg \sin \alpha = 4 \times 10 \times \frac{3}{5} = 24 \text{ N}$$



Gambar 4.23 diagram gaya pada benda di contoh 2

Karena $F > f_{s,\text{maks}}$ maka benda sudah bergerak. Gaya gesekan yang bekerja pada benda adalah gaya gesekan kinetik

$$f_k = \mu_k N = 0,2 \times 32 = 6,4 \text{ N}$$

Percepatan benda adalah

$$a = \frac{F - f_k}{m} = \frac{24 - 6,4}{4} = 4,4 \text{ m/s}^2.$$

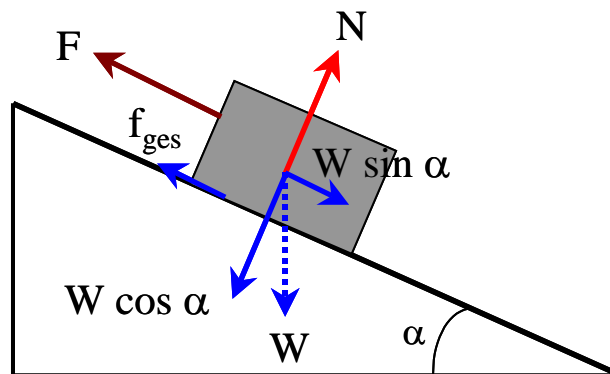
Contoh 4.5

Pada soal di contoh 4.4, misalkan benda ditarik dengan gaya F sejajar bidang ke atas. Berapa besar gaya F agar benda tidak bergerak?

Jawab

Agar benda tidak bergerak maka

- i) F harus cukup besar sehingga dapat menahan benda dari kecenderungan bergerak ke bawah
- ii) F tidak boleh sangat besar agar benda tidak tertarik ke atas.



Gambar 4.24 diagram gaya pada benda di contoh 4.5

Untuk menghindari kecenderungan benda bergerak ke bawah maka harus terpenuhi

$$W \sin \alpha - F \leq f_{s,maks}$$

atau

$$F \geq W \sin \alpha - f_{s,maks}$$

$$F \geq mg \sin 37^\circ - 12,8$$

$$F \geq 4 \times 10 \times \frac{3}{5} - 12,8$$

$$F \geq 11,2 \text{ N} \quad (a)$$

Untuk menghindari kecenderungan benda bergerak ke atas maka harus terpenuhi

$$F - W \sin \alpha \leq f_{s,maks}$$

atau

$$F \leq W \sin \alpha + f_{s,maks}$$

$$F \leq 4 \times 10 \times \frac{3}{5} + 12,8$$

$$F \leq 36,8 \text{ N} \quad (b)$$

Dari kondisi (a) dan (b) dapat kita simpulkan bahwa, agar benda tidak bergerak (baik ke atas maupun ke bawah) maka F harus memenuhi

$$11,2 \text{ N} \leq F \leq 36,8 \text{ N}$$

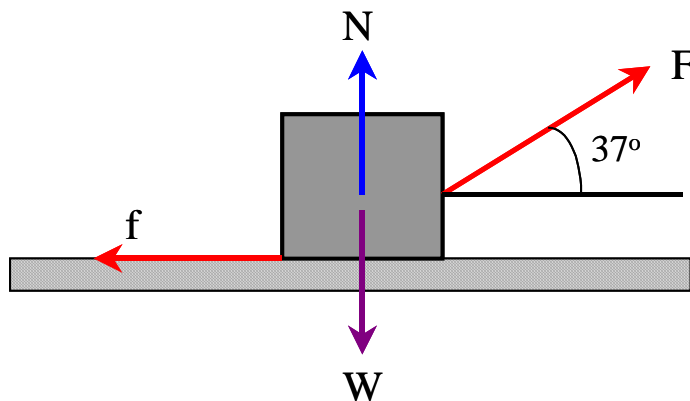
- ☐ Jika $F < 11,2 \text{ N}$ maka benda bergerak ke bawah
- ☐ Jika $F > 36,8 \text{ N}$ maka benda bergerak ke atas

Contoh 4.6

Sekarang kita lihat kasus di mana gaya yang menarik benda membentuk sudut tertentu dengan bidang. Gaya F sebesar 20 N ditarik ke kanan membentuk sudut 37° dengan arah horizontal. Massa benda 5 kg dan koefisien gesekan $\mu_s = 0,4$ dan $\mu_k = 0,2$. Apakah benda sudah bergerak? Berapa gaya gesekan benda dengan bidang?

Jawab

Diagram gaya yang bekerja pada benda tampak pada Gambar 4.25



Gambar 4.25 diagram gaya pada benda di contoh 4

Gaya-gaya arah vertikal yang bekerja pada benda

$$W = mg = 5 \times 10 = 50 \text{ N (ke bawah)}$$

$$F \sin 37^\circ = 20 \times \frac{3}{5} = 12 \text{ N (ke atas)}$$

Karena $F \sin 37^\circ < W$ maka benda tidak bergerak dalam arah vertikal. Resultan gaya

dalam arah vertical nol atau $N + F \sin 37^\circ - W = 0$ yang menghasilkan

$$N = W - F \sin 37^\circ = 50 - 12 = 38 \text{ N}$$

Gaya gesekan statik maksimum

$$f_{s,maks} = \mu_s N = 0,4 \times 38 = 15,2 \text{ N}$$

Gaya penarik benda ke kanan

$$F \cos 37^\circ = 20 \times \frac{4}{5} = 16 \text{ N}$$

Karena $F \cos 37^\circ > f_{s,maks}$ maka benda sudah bergerak ke kanan. Gaya gesekan yang dialami benda menjadi gaya gesekan kinetik

$$f_k = \mu_k N = 0,2 \times 38 = 7,6 \text{ N}$$

Percepatan benda adalah

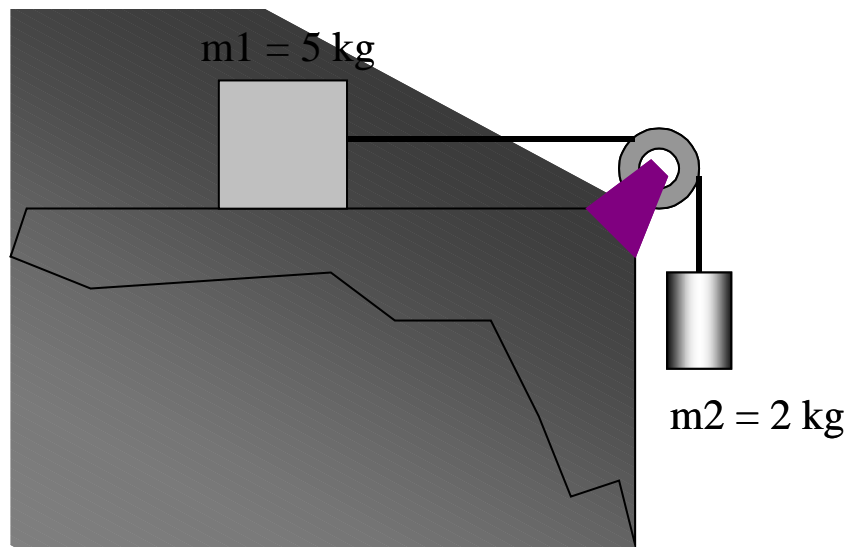
$$a = \frac{F \cos 37^\circ - f_k}{m} = \frac{16 - 7,6}{5} = 1,68 \text{ m/s}^2.$$

Contoh 4.7

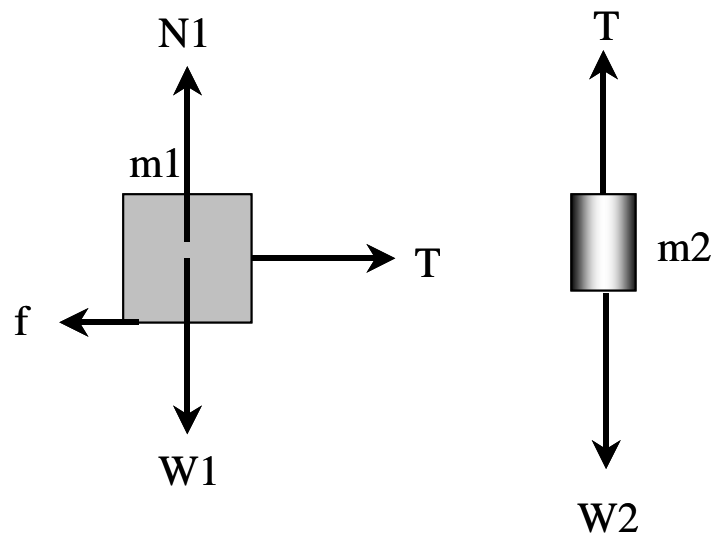
Sebuah benda yang memiliki massa 5 kg berada di atas bidang dengan koefisien gesekan $\mu_s = 0,3$ dan $\mu_k = 0,2$. Benda tersebut dihubungkan dengan benda lain yang memiliki massa 2 kg oleh seutas tali yang dilewatkan pada sebuah katrol seperti pada Gbr 4.26. Tentukan percepatan benda dan tegangan tali

Jawab

Misalkan tegangan tali T maka diagram gaya yang bekerja pada masing-masing benda dilukiskan pada Gambar 4.27



Gambar 4.26 Susunan benda pada contoh 5



Gambar 4.27 Diagram gaya pada benda m_1 dan m_2

Pertama, mari kita cek apakah benda sudah bergerak

Lihat diagram gaya untuk m_1

$$N_1 = W_1 = m_1 g = 5 \times 10 = 50 \text{ N}$$

gaya gesekan static maksimum benda m_1 dengan lantai

$$f_{s,maks} = \mu_s N_1 = 0,3 \times 50 = 15 \text{ N}$$

Gaya yang memaksa benda m_1 bergerak ke kanan adalah berat m_2 , yaitu

$$W_2 = m_2 g = 2 \times 10 = 20 \text{ N}$$

Jadi, $W_2 > f_{s,maks}$ sehingga benda sudah bergerak. Gaya gesekan pada benda m_1 berubah menjadi gesekan kinetik

$$f_k = \mu_k N = 0,2 \times 50 = 10 \text{ N}$$

Percapatan ke dua benda sama (karena dihubungkan oleh tali), yaitu

$$a = \frac{W_2 - f_k}{m_1 + m_2} = \frac{20 - 10}{5 + 2} = \frac{10}{7} \text{ m/s}^2$$

Untuk menentukan tegangan tali, lihat diagram gaya untuk benda m_2 . Tampak bahwa

$$W_2 - T = m_2 a$$

atau

$$T = W_2 - m_2 a = 20 - 2 \times (10/7) = 17 \text{ N}.$$

Soal dan Penyelesaian

1) Sebuah peluru bermassa 1 g ditembakkan dari senapan dengan laju 110 m/s ke sebuah balok. Peluru menancap ke dalam balok hingga kedalaman 5 cm. Hitunglah gaya rata-rata yang dilakukan balok untuk menghentikan peluru.

Jawab

Setelah menancap ke dalam balok sedalam 5 cm, peluru berhenti. Jadi laju akhir peluru

adalah nol.

Dengan menggunakan persamaan

$$v^2 = v_o^2 + 2as$$

maka $0 = 110^2 + 2a \times 0,05$ atau

$$a = -\frac{110^2}{2 \times 0,05} = -\frac{12.100}{0,1} = -121.000 \text{ m/s}^2$$

Gaya yang dilakukan balok untuk menghentikan peluru

$$F = ma = 0,001 \times (-121.000) = -121 \text{ N}$$

2) Mesin sebuah pesawat menghasilkan gaya 140 kN selama lepas landas. Massa pesawat 40 ton. Tentukan: (a) Percepatan yang dihasilkan mesin pesawat dan (b) Minimum panjang landasan jika untuk memulai terbang diperlukan laju 60 m/s.

Jawab

(a) Percepatan yang dihasilkan mesin pesawat

$$a = \frac{F}{m} = \frac{140.000}{40.000} = 3,5 \text{ m/s}^2$$

(b) Panjang landasan yang diperlukan, s, memenuhi

$$v^2 = v_o^2 + 2as$$

$$60^2 = 0 + 2 \times 3,5 \times s$$

$$s = \frac{60^2}{7} = \frac{3600}{7} = 514 \text{ m.}$$

3) Mobil Trust SSC memecahkan rekor kecepatan di darat yang paling tinggi di tahun 1997. Massa mobil adalah $1,0 \times 10^4$ kg. Selama 12 detik waktu yang dijalani mobil, tersapat dua tahapan percepatan yang duhasilkan. Tahap pertama dimulai dari waktu nol sampai 4 s dan tahap kedua dari waktu 4 s sampai 12 s.

- a) Pada tahap pertama mobil menghasilkan percepatan dari keadaan berhenti hingga mencapai laju 44 m/s dalam 4 detik. Hitunglah percepatan yang dihasilkan dan gaya yang diperlukan untuk menghasilkan percepatan tersebut.
- b) Dalam tahap kedua mobil tetap menghasilkan percepatan hingga lajunya 280 m/s dalam sisa waktu 8 detik. Hitung percepatan mobil selama selang waktu ini dan gaya yang dihasilkan mesin.
- c) Hitung jarak yang ditempuh mobil dari keadaan diam hingga mencapai laju 280 m/s

Jawab

- a) Percepatan mobil pada tahap pertama

$$a_1 = \frac{v - v_o}{t} = \frac{44 - 0}{4} = 11 \text{ m/s}^2$$

Gaya yang dihasilkan mesin mobil

$$F = ma_1 = (1,0 \times 10^4) \times 11 = 1,1 \times 10^5 \text{ N}$$

- b) Percepatan mobil pada tahap kedua

$$a_2 = \frac{v' - v}{t'} = \frac{280 - 44}{8} = \frac{236}{8} = 29,5 \text{ m/s}^2$$

Gaya yang dihasilkan mesin

$$F = ma_2 = (1,0 \times 10^4) \times 29,5 = 2,95 \times 10^5 \text{ N}$$

- c) Jarak yang ditempuh mobil pada tahap pertama, s_1 , memenuhi

$$v^2 = v_o^2 + 2a_1s_1$$

$$44^2 = 0 + 2 \times 11 \times s_1$$

atau

$$s_1 = \frac{44^2}{22} = \frac{1936}{22} = 88 \text{ m}$$

Jarak yang ditempuh mobil pada tahap kedua, s_2 , memenuhi

$$v'^2 = v^2 + 2a_2s_2$$

$$280^2 = 44^2 + 2 \times 29,5 \times s_2$$

atau

$$s_2 = \frac{280^2 - 44^2}{59} = \frac{76.464}{59} = 1.296 \text{ m}$$

Jarak total yang ditempuh mobil untuk mencapai laju 280 m/s adalah

$$s = s_1 + s_2 = 88 + 1.296 = 1.384 \text{ m}$$

4) Sebuah kotak bermassa 20 kg diam di atas meja. (a) berapa berat kotak dan gaya normal yang bekerja padanya? (b) Kotak bermassa 10 kg diletakkan di atas kotak bermassa 20 kg. Berapa gaya normal yang bekerja pada kotak 20 kg dan gaya normal pada kotak 10 kg yang dilakukan kotak bermassa 20 kg.

Jawab

(a) Lihat gambar 4.28(a) sebagai ilustrasi

Berat kotak adalah

$$W_1 = m_1g = 20 \times 10 = 200 \text{ N}$$

Karena tidak ada gerakan arah vertical maka gaya normal pada benda oleh meja adalah

$$N_1 = W_1 = 200 \text{ N}$$

(b) Lihat gambar 4.28(b) sebagai ilustrasi untuk menentukan gaya normal pada benda bermassa 20 kg oleh permukaan meja.

Karena tidak ada gerakan arah vertikal maka gaya normal pada benda oleh meja adalah

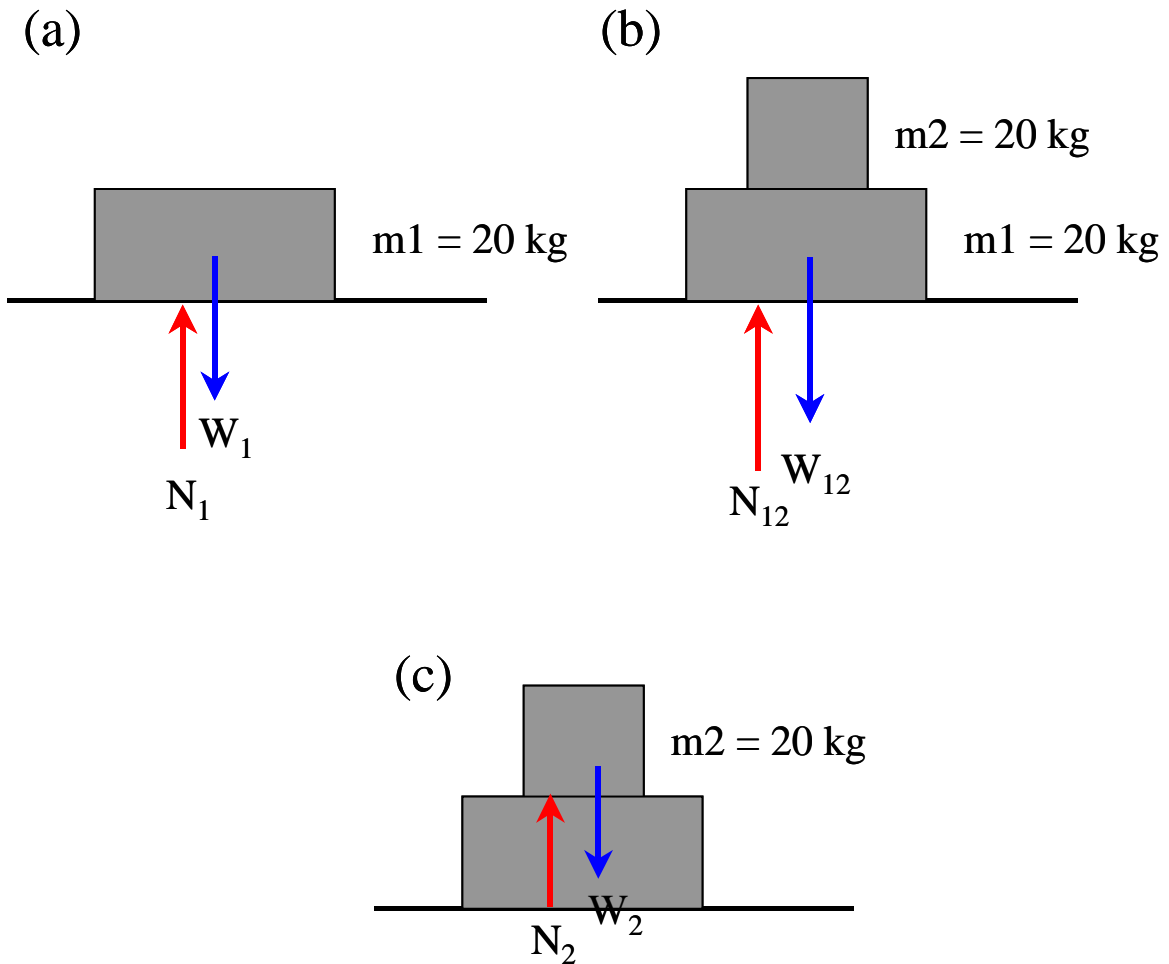
$$N_{12} = W_{12} = (m_1 + m_2)g = (20 + 10) \times 10 = 300 \text{ N}$$

Untuk menentukan gaya normal pada benda bermassa 10 kg, lihat gambar 10.22(c)

Karena tidak ada gerakan arah vertical maka gaya normal pada benda m2 oleh benda

m1 adalah

$$N_2 = W_2 = m_2 g = 10 \times 10 = 100 \text{ N}$$



4.28 Susunan kotak menurut soal nomor 4

Soal Latihan

- 1) Berapa besar tegangan tali jika tali tersebut digunakan untuk menarik mobil yang massanya 1050 kg hingga memiliki percepatan $1,2 \text{ m/s}^2$
- 2) Sebuah elevator dengan massa 4850 kg didisain sehingga mampu bergerak dengan percepatan maksimum $0,06g$. Berapakah gaya maksimum dan minimum yang harus dihasilkan motor penarik kabel?
- 3) Kabel elevator memiliki kemampuan penunjang maksimum 21.750 N. Massa

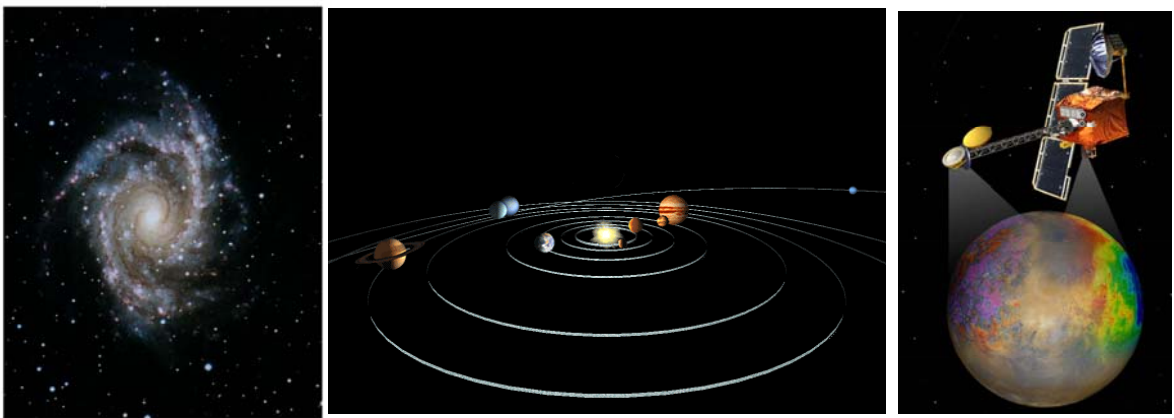
elevator adalah 2.100 kg. Berapakah percepatan maksimum yang diijinkan agar kabel tidak putus.

- 4) Berdasarkan model sederhana jantung mamalia, pada tiap detakan, setiap 20 g darah dipercepat dari 0,25 m/s ke 0,35 m/s selama 0,1 s. Berapa besar gaya yang dilakukan otot jantung?
- 5) Seorang nelayan menarik jala yang cukup berat di atas tanah dengan tali yang membentuk sudut 15° dengan arah horizontal. Jika gaya yang diberikan nelayan tersebut 400 N, berapakah gaya arah horizontal yang diberikan pada jala? Apakah komponen vertikal gaya menolong dia meringankan tarikan?
- 6) Lift yang beratnya 6000 N memuat dua penumpang yang beratnya masing-masing 700 N. Berapakah tegangan kawat lift jika lift dalam keadaan diam? Berapa juga tegangan kawat jika lift bergerak naik dengan laju konstan dan bergerak turun dengan laju konstan?
- 7) Sebuah mobil yang memiliki massa 900 kg bergerak dengan laju 25 m/s. Mobil tersebut tiba-tiba direm dengan kuat sehingga berhenti dalam waktu 5 s. Berapa gaya yang dilakukan oleh rem mobil?
- 8) Mobil terbaru dirancang hingga sanggup mencapai laju 125 km/jam dalam waktu sekitar 5 sekon. Berapakah percepatan yang dihasilkan mesin mobil tersebut?
- 9) Seorang penerjun payung yang memiliki berat 700 N meluncur ke bawah dengan kecepatan konstan. Berapakah gaya ke atas yang bekerja pada penerjun payung tersebut?
- 10) Sebuah crane digunakan untuk menurunkan kontainer yang beratnya 8500 N secara perlahan-lahan dengan laju konstan. Berapakah tegangan kabel crane?
- 11) Sebuah lift yang beratnya 5500 N membawa seorang yang massanya 84 kg ke lantai sepuluh sebuah gedung dengan laju konstan. Berapakah tegangan kabel lift tersebut?
- 12) Sebuah mobil yang massanya 800 kg mengalami percepatan dari laju 8 m/s hingga laju 32 m/s dalam waktu 16 s tanpa mengalami perubahan arah. (a) Berapa percepatan mobil? (b) Gaya yang bekerja pada mobil selama mengalami percepatan?
- 13) Sebuah mobil yang massanya 1000 kg menarik sebuah troli yang massanya 450 kg. Mobil tersebut melakukan gaya arah horizontal sebesar 3.500 N terhadap tanah dalam usaha mendapatkan percepatan. Berapa gaya yang dilakukan mobil pada troli? Anggap koefisien gesekan antara troli dan tanah 0,15.
- 14) Seorang pemain ski meluncur turun pada lereng yang memiliki kemiringan 30°. Anggaplah koefisien gesekan kinetik 0,1, tentukan percepatan pemain ski tersebut dan lajunya setelah ia meluncur 5 sekon.

Bab 5

Hukum Gravitasi

Matahari bergerak mengitari planet dalam lintasan mendekati lingkaran. Bulan mengitari bumi dalam lintasan yang menyerupai lingkaran pula? Kenapa benda-benda tersebut tetap berada pada lintasannya? Kenapa benda-benda tersebut tidak terlempar ke luar? Berarti ada gaya yang menahan benda-benda tersebut ke arah pusat lintasannya. Lalu gaya apakah itu? Bukankan antara bumi dan matahari yang ada hanya ruang kosong? Bukankan antara bumi dan bulan hanya ada ruang kosong?



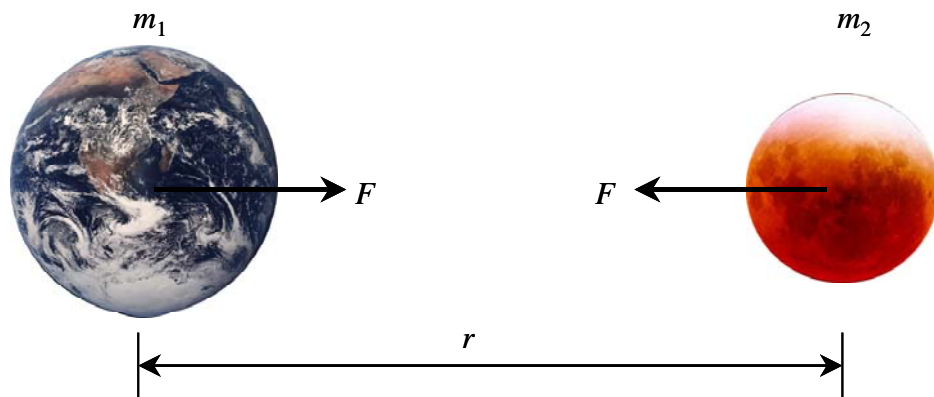
Gambar 5.1 Bintang-bintang berkumpul membentuk galaksi, planet-planet bergerak mengitari matahari pada orbit-orbitnya dan satelit mengelilingi bumi terjadi karena adanya gaya gravitasi.

5.1 Hukum Gravitasi Universal Newton

Untuk menjelaskan fenomena ini Newton mengusulkan teori gravitasi universal. Universal artinya berlaku untuk semua benda di alam semesta. Tiap-tiap benda di alam semesta melakukan gaya tarik-menarik. Besarnya gaya berbanding lurus dengan perkalian massa ke dua benda dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak ke dua benda tersebut. Secara matematik, besarnya gaya gravitasi adalah

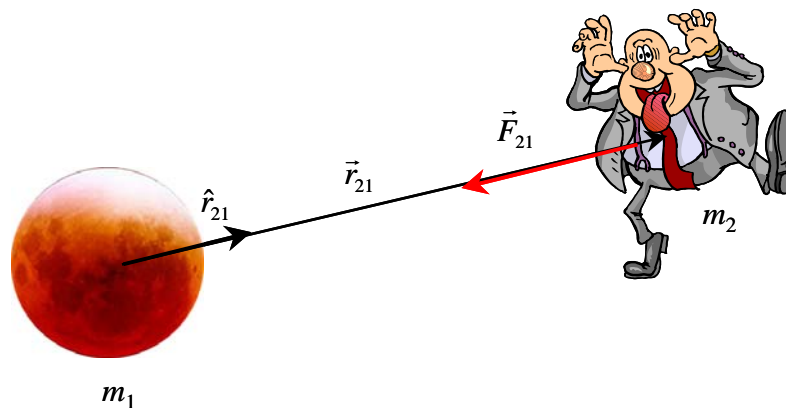
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (5.1)$$

m_1 massa benda pertama, m_2 massa benda kedua, r jarak ke dua benda, $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N m²/kg², dikenal dengan **konstanta gravitasi umum**.



Gambar 5.1 Dua massa saling tarik-menarik dengan gaya gravitasi

Gaya gravitasi inilah yang mengikat planet-planet sehingga tetap berada di sistem tata surya meskipun planet-planet tersebut selalu bergerak. **Arah gaya gravitasi sejajar dengan garis hubung kedua benda.**



Gambar 5.2 Deskripsi arah vektor gaya

Karena gaya merupakan besaran vector maka gaya gravitasi dapat ditulis dengan lengkap menggunakan notasi vector. Misalkan \vec{r}_{21} adalah vector posisi benda m_2 relatif terhadap benda m_1 . Vektor satuan yang searah dengan \vec{r}_{21} adalah

$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|} \quad (5.2)$$

di mana $|\vec{r}_{21}|$ adalah panjang dari vector \vec{r}_{21} . Gaya pada benda m_2 yang dilakukan

benda m_1 dalam notasi vector adalah

$$\vec{F}_{21} = -G \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_{21}|^2} \hat{r}_{21} \quad (5.3)$$

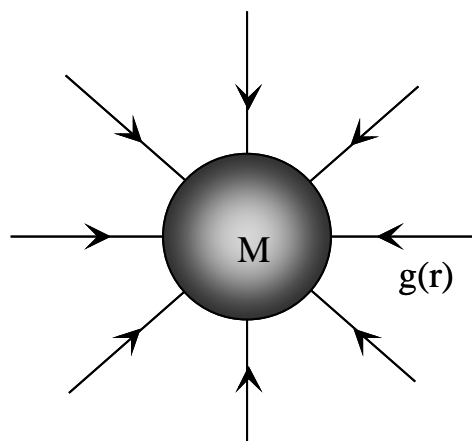
Tanda negatif menginformasikan bahwa arah gaya berlawanan dengan arah vector \hat{r}_{21} .

5.2 Gaya Tanpa Sentuhan

Kenapa dua benda yang tidak bersentuhan dapat saling tarik-menarik? Kenapa matahari dapat menarik bumi meskipun keduanya tidak bersentuhan? Untuk menjelaskan masalah ini diperkenalkan konsep **kuat medan gravitasi**. Setiap benda menghasilkan medan gravitasi pada seluruh ruang di sekitarnya. *Tarikan gravitasi matahari pada bumi dapat dipandang sebagai interaksi antara medan gravitasi matahari di lokasi bumi dengan massa bumi*. Besarnya kuat medan gravitasi benda yang bermassa M adalah

$$g(r) = G \frac{M}{r^2} \quad (5.4)$$

Arah kuat medan gravitasi adalah menuju ke pusat benda seperti tampak pada Gambar 5.3. Juga tampak dari persamaan (5.4), kuat medan gravitasi berbanding terbalik dengan jarak dari pusat benda.

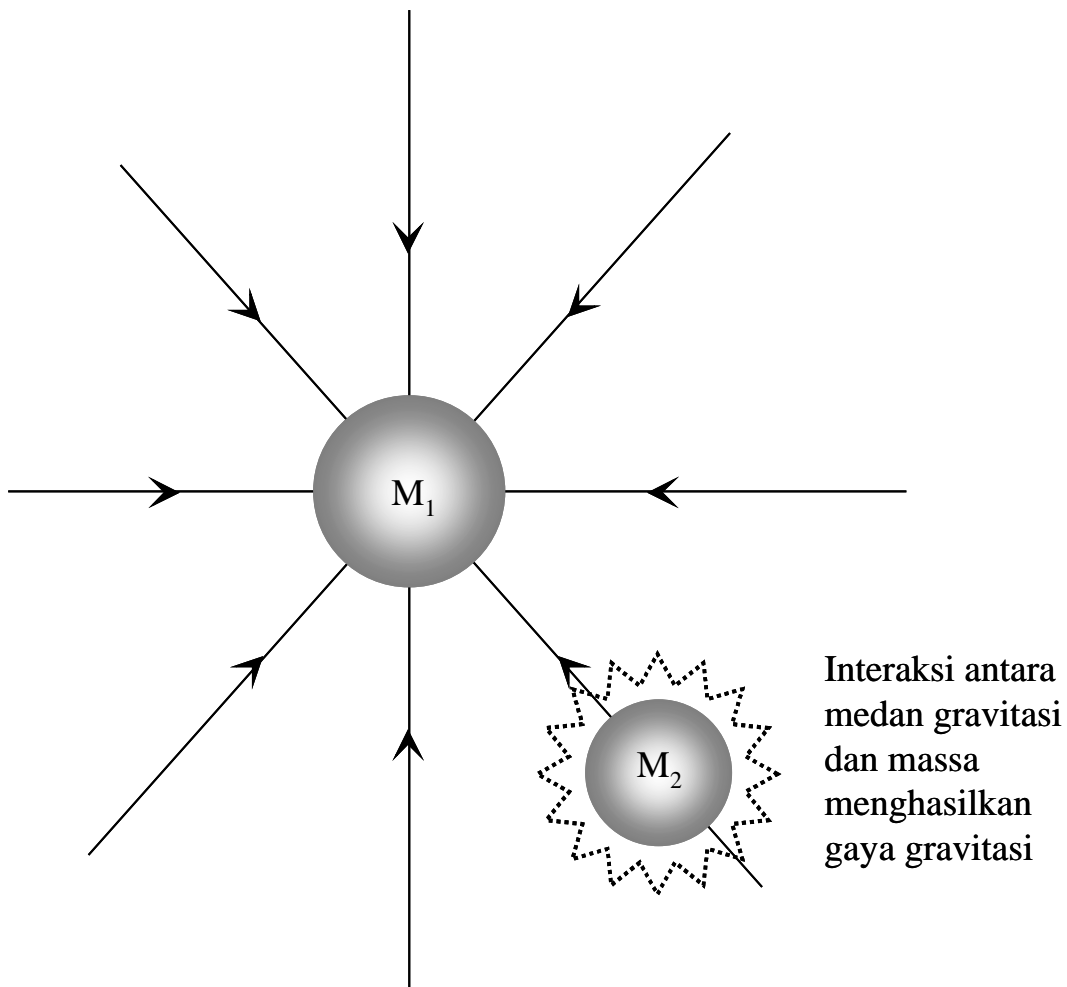


Gambar 5.3 Arah kuat medan gravitasi

Jika dinyatakan dalam notasi vector maka kuat medan gravitasi yang dihasilkan

benda bermassa m_1 pada lokasi benda bermassa m_2 adalah

$$\vec{g}_{21} = -G \frac{m_1}{|\vec{r}_{21}|} \hat{r}_{21} \quad (5.5)$$



Gambar 5.4 Gaya gravitasi muncul akibat interaksi antara medan gravitasi yang dihasilkan suatu massa dengan massa lain yang berada pada lokasi medan gravitasi itu.

Tampak dari persamaan (5.3) dan (5.5), gaya yang dilakukan benda m_1 pada benda m_2 dapat ditulis sebagai

$$\vec{F}_{21} = \vec{g}_{21}m_2 \quad (5.6)$$

Contoh 5.1

Massa bumi $5,98 \times 10^{24}$ kg dan massa bulan adalah $7,35 \times 10^{22}$ kg. Jarak bumi-bulan adalah $3,84 \times 10^8$ m. Tentukan: (a) gaya yang dilakukan bumi pada bulan, (b) gaya yang dilakukan bulan pada bumi, (c) kuat medan gravitasi bumi pada posisi bulan, dan (d) kuat medan gravitasi bulan pada bumi.

Jawab

(a) Besar gaya yang dilakukan bumi pada bulan

$$\begin{aligned} F &= G \frac{M_{bm} M_{bl}}{R_{bm-bl}^2} \\ &= 6,67 \times 10^{-11} \frac{(5,98 \times 10^{24}) \times (7,35 \times 10^{22})}{(3,85 \times 10^8)^2} = 1,99 \times 10^{20} \text{ N} \end{aligned}$$

(b) Gaya yang dilakukan bulan pada bumi merupakan gaya reaksi dari gaya yang dilakukan bumi pada bulan. Gaya tersebut sama besar tetapi berlawanan arah. Jadi, besar gaya yang dilakukan bulan pada bumi adalah $1,99 \times 10^{20}$ N.

(c) Besar kuat medan gravitasi bumi pada posisi bulan

$$\begin{aligned} g_{bl-bm} &= G \frac{M_{bm}}{R_{bm-bl}^2} \\ &= 6,67 \times 10^{-11} \frac{5,98 \times 10^{24}}{(3,85 \times 10^8)^2} = 2,7 \times 10^{-3} \text{ N/kg} \end{aligned}$$

(d) Besar kuat medan gravitasi bulan pada posisi bumi

$$\begin{aligned} g_{bm-bl} &= G \frac{M_{bl}}{R_{bm-bl}^2} \\ &= 6,67 \times 10^{-11} \frac{7,35 \times 10^{22}}{(3,85 \times 10^8)^2} = 3,26 \times 10^{-5} \text{ N/kg} \end{aligned}$$

5.3 Kuat medan gravitasi di permukaan bumi

Jari-jari bumi adalah 6370 km. Variasi ketinggian tempat-tempat di permukaan bumi sangat kecil dibandingkan dengan jari-jari bumi. Lokasi tertitinggi di permukaan bumi, yaitu gunung Everest tingginya sekitar 9 km, sangat kecil dibandingkan dengan jari-jari bumi. Dengan demikian, kuat medan gravitasi di berbagai tempat di permukaan bumi tidak berbeda jauh. Kita hitung kuat medan gravitasi pada tempat yang memiliki ketinggian h dari permukaan bumi,

$$g = G \frac{M_B}{(R_B + h)^2} \quad (5.7)$$

Persamaan di atas dapat ditulis seperti berikut ini

$$\begin{aligned} g &= G \left(\frac{M_B}{R_B^2} \right) \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R_B} \right)^2} \\ &= G \left(\frac{M_B}{R_B^2} \right) \left(1 + \frac{h}{R_B} \right)^{-2} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Jika ketinggian h jauh lebih kecil daripada jari-jari bumi, maka $h/R_B \ll 1$. Dalam kondisi demikian maka kita dapat menguraikan $(1 + h/R_B)^{-2}$ dalam deret binomial dan mengambil dua suku pertama saja. Suku ketiga dan seterusnya sangat kecil. Uraian binomial tersebut adalah $(1 + h/R_B)^{-2} = 1 - 2h/R_B + \dots$. Dengan mengambil dua suku pertama saja sebagai aprokasi maka persamaan (5.8) dapat ditulis

$$g \cong G \left(\frac{M_B}{R_B^2} \right) \left(1 - \frac{2h}{R_B} \right) \quad (5.9)$$

Kuat medan gravitasi di permukaan bumi sendiri adalah

$$g_{perm} = G \frac{M_B}{R_B^2} = 6,67 \times 10^{-11} \frac{5,98 \times 10^{24}}{(6,37 \times 10^6)^2} = 9,8 \text{ N/kg}$$

Dengan demikian, kuat medan pada ketinggian h dari permukaan bumi kira-kira

$$g \cong 9,8 \times \left(1 - \frac{2h}{R_B}\right) \text{ N/kg} \quad (5.10)$$

Contoh 5.2

Berapa kuat medan gravitasi bumi pada lokasi satelit yang berada pada ketinggian 2 500 m di atas permukaan bumi?

Jawab

$$g \cong 9,8 \times \left(1 - \frac{2h}{R_B}\right) = 9,8 \times \left(1 - \frac{2 \times 2500}{6,37 \times 10^6}\right) = 9,79 \text{ N/kg}$$

5.4 Kuat Medan Gravitasi di Dalam Bumi

Makin jauh dari permukaan bumi, kuat medan gravitasi makin kecil. Perubahannya berbanding terbalik dengan kuadrat jarak dari pusat bumi. Bagaimana dengan sebaliknya. Bagaimana perubahan kuat medan gravitasi bumi jika posisi tersebut masuk ke dalam bumi? Apakah makin besar atau makin kecil?

Ketika kita masuk ke dalam bumi hingga berada pada jarak r dari pusat bumi ($r < R_B$) maka gaya gravitasi yang dialami semata-mata dihasilkan oleh bola yang berjari-jari r . Bagian bumi di sebelah luar yang memiliki ketebalan $R_B - r$ tidak memberi kontribusi pada gaya gravitasi. Jadi kita seolah-olah mencari kuat medan gravitasi di permukaan bola yang berjari-jari r . Untuk mencari kuat medan tersebut kita perlu terlebih dahulu mencari massa bola berjari-jari r . Untuk maksud ini kita pakai perbandingan volum.

Volum bumi keseluruhan: $V_B = (4\pi/3)R_B^3$

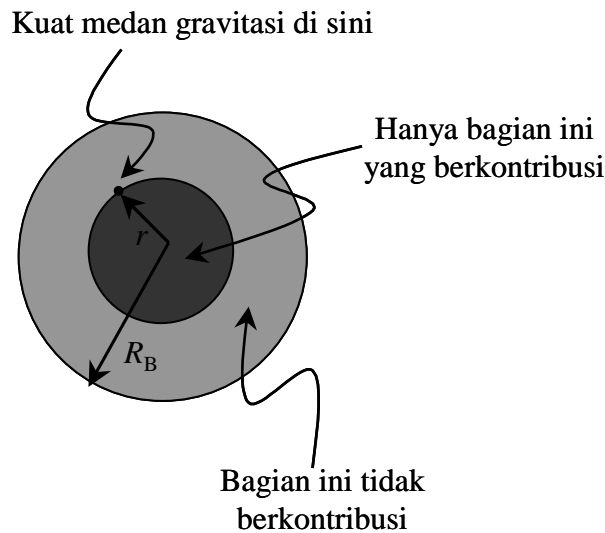
Volum bola berjari-jari r : $V_b = (4\pi/3)r^3$

Jika massa bumi M_B maka massa bola adalah $m = (V_b / V_B)M_B = (r^3 / R_B^3)M_B$.

Kuat medan gravitasi di permukaan bola sama dengan kuat medan gravitasi pada jarak r dari pusat bumi adalah

$$g = G \frac{m}{r^2}$$

$$\begin{aligned}
&= G \frac{(r^3 / R_B^3) M_B}{r^2} \\
&= \frac{GM_B}{R_B^3} r
\end{aligned}
\tag{5.11}$$



Gambar 5.5 Medan gravitasi pada jarak r dari pusat bumi hanya disumbangkan oleh bola berjari-jari r . Kulit bumi setebal $R_B - r$ tidak memberi kontribusi.

5.5 Hukum Kepler untuk gerak planet

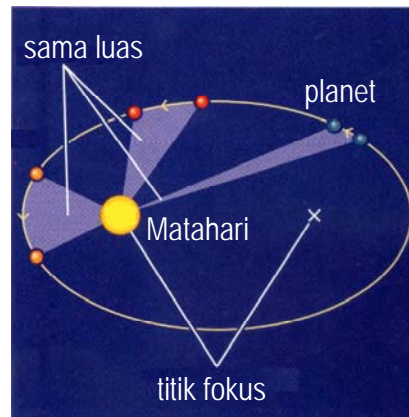
Hukum gravitasi umum Newton dapat menjelaskan dengan sangat teliti grekan planet-planet mengelilingi matahari. Namun, sebelum Newton merumuskan hukum gravitasi, Johannes Kepler telah merumuskan tiga hukum gerak planet yang sangat terkenal saat itu.

Hukum Kepler I

Tiap planet bergerak mengelilingi matahari dalam lintasan berbentuk ellips dan matahari terletak pada salah satu titik fokus ellips (ellips memiliki dua titik fokus).

Hukum Kepler II

Pada selang waktu yang sama, garis penghubung planet dan matahari menyapu daerah yang sama luasnya.



Gambar 5.6 Pada selang waktu yang sama garis hubung planet dan matahari menyapu daerah yang luasnya sama

Hukum Kepler III

Perbandingan kuadrat periode revolusi planet mengelilingi matahari dengan pangkat tiga jarak rata-rata planet ke matahari sama untuk semua planet.

5.6 Pembuktian Hukum Kepler dengan Hukum Gravitasi Newton

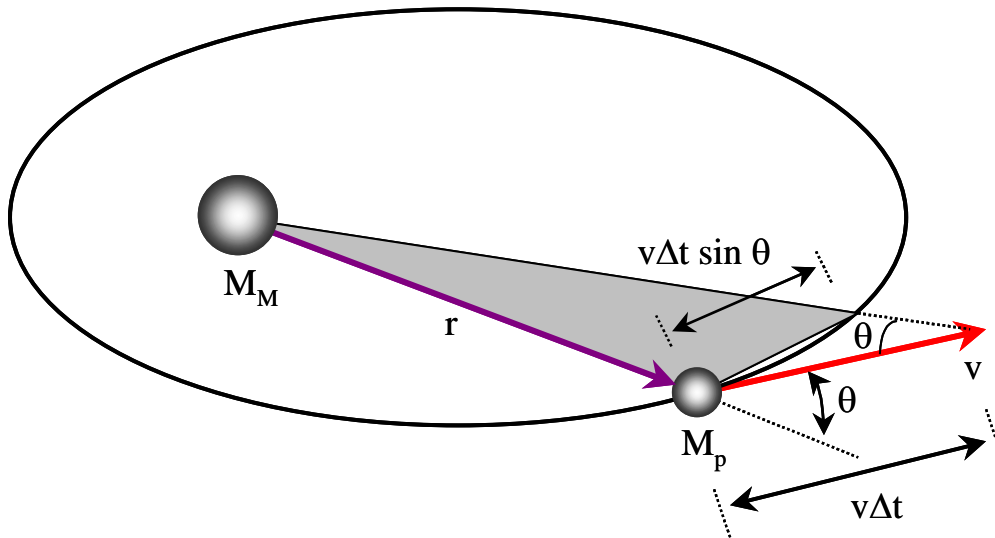
Sangat mencengangkan ternyata semua hukum Kepler dapat dijelaskan dengan menggunakan hukum gravitasi umum Newton. Untuk membuktikan hukum Kepler I kita perlu pengetahuan matematika yang lebih tinggi, yaitu kalkulus. Di sini kita buktikan bahwa hukum gravitasi Newton dapat menurunkan hukum Kepler II dan III.

Pebuktian hukum Kepler II

Lihat Gambar 5.7. Selama selang waktu Δt planet menyapu daerah yang diarsir. Kita akan hitung luas daerah yang diarsir tersebut.

- i) Kecepatan planet saat itu adalah v , dan menyinggung lintasan.
- ii) Jika planet bergerak lurus mengikuti arah kecepatan, maka jarak tempuh planet selama selang waktu Δt adalah $v\Delta t$.
- iii) Tetapi karena ada tarikan matahari, mata lintasan planer membelok mengikuti lengkungan ellips. Akibatnya, sepala selang waktu Δt , planet hanya menempuh jarak $v\Delta t \sin \theta$. Di sini θ adalah sudut yang dibentuk oleh vektor jari-jari dengan vektor kecepatan planet.
- iv) Daerah yang disapu planet berbentuk segitiga. Panjang alas segi tiga kira-kira sama

dengan jari-jari planet dan tingginya kira-kira sama dengan $v\Delta t \sin \theta$. Dengan demikian, luas daerah yang disapu planet selama Δt adalah



Gambar 5.7 Sketsa pembuktian hukum Kepler II

$$\begin{aligned}
 \Delta A &= \frac{1}{2} \times \text{panjang} \times \text{tinggi} \\
 &= \frac{1}{2} \times r \times (v\Delta t \sin \theta) \\
 &= \frac{1}{2M_p} (M_p r v \sin \theta) \Delta t
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Selama mengitari matahari momentum sudut planet selalu konstan (nanti akan dibahas di gerak rotasi). Momentum sudut planet saat mengitari matahari memenuhi

$$\vec{L} = \vec{r} \times (M_p \vec{v}) \tag{5.13}$$

Apabila dinyatakan dalam bentuk skalar maka

$$L = M_p r v \sin \theta \tag{5.14}$$

Dengan demikian luas daerah yang disapu jari-jari planet dapat ditulis

$$\Delta A = \left(\frac{L}{2M_p} \right) \Delta t \quad (5.15)$$

Untuk satu planet, bagian yang berada dalam tanda kurung selalu konstant. Dengan demikian, untuk satu planet, luas daerah yang disapu berbanding lurus dengan waktu. Dengan perkataan lain, ***pada selang waktu yang sama, luas daerah yang disapu garis hubung planet dengan matahari selalu sama.*** Ini adalah ungkapan hukum Kepler II.

Pembuktian Hukum Kepler III

Untuk membuktikah hokum Kepler III, kita anggap lintasan planet sekitar matahari berbentuk lingkaran. Hal ini tidak tertalu salah, karena walalupun lintasan planet sekitar matahari berbentuk ellips, namun ellips yang terbentuk sangat mendekati bentuk lingkaran. Gaya gravitasi matahari pada planet adalah

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad (5.16)$$

dengan M massa matahari, m massa planet, r jarak matahari-planet. Gaya ini berperan sebagai gaya sentripetal pada planet sehingga

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \quad \text{atau}$$

$$G \frac{M}{r} = v^2 \quad (5.17)$$

Dengan asumsi lintasan yang mendekati lingkaran maka laju revolusi planet memenuhi $v = 2\pi r / T$ sehingga

$$G \frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 \quad (5.18)$$

yang selanjutnya dapat ditulis sebagai

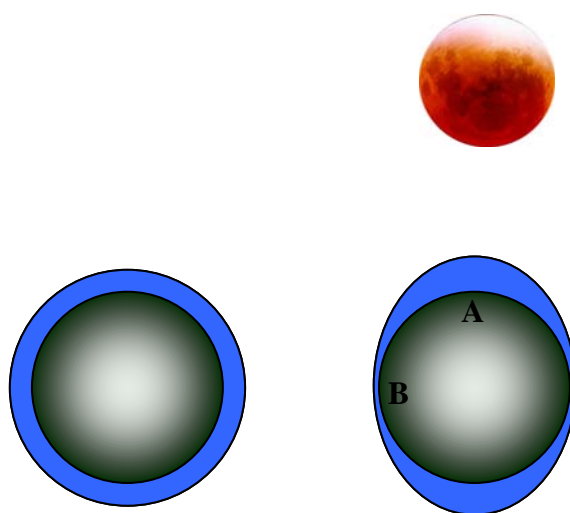
$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \quad (5.19)$$

Ruas kanan hanya bergantung pada massa matahari. Jadi T^2/r^3 akan sama untuk semua planet, sesuai dengan hukum Kepler III. Dengan memasukkan massa matahari dan konstanta gravitasi sama nilai di ruas kanan persamaan (5.19) adalah $2,97 \times 10^{-20} \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$.

5.7 Pasang Surut Akibat Gravitasi Matahari dan Bulan

Pasang surut air laut timbul akibat gaya gravitasi matahari dan bulan pada air laut. Air laut adalah zat cair yang mudah berubah bentuk akibat dikenai gaya. Karena gaya gravitasi matahari atau bulan pada tempat yang berbeda di laut berbeda besarnya maka bentuk permukaan laut bisa berbeda akibat dikenai gaya tersebut. Ini mengakibatkan ada permukaan laut yang naik permukaannya (pasang) dan permukaan laut yang turun permukaannya (surut).

Kuat medan gravitasi matahari di bumi lebih besar daripada kuat medan gravitasi yang dihasilkan oleh bulan. Kalian bisa membuktikannya dengan menggunakan hukum gravitasi Newton. Tetapi, pasang surut yang disebabkan oleh gravitasi bulan lebih besar daripada yang disebabkan oleh gaya gravitasi matahari. Mengapa demikian? Ternyata besarnya pasang surut tidak ditentukan oleh kuat medan gravitasi, tetapi ditentukan oleh perbedaan besar kuat medan gravitasi pada berbagai titik di laut. Untuk jelasnya, lihat skema pada Gbr 5.8.



Gambar 5.8 Ilustrasi peristiwa pasang surut air laut. (kiri) bumi tidak mendapat gaya gravitasi, (kanan) bumi mendapat gaya gravitasi dari bulan atau matahari

Sebagai ilustrasi kita anggap bumi ditutupi oleh laut dengan ketebalan tertentu. Tanpa adanya tarikan matahari atau bulan, ketebalan air laut di berbagai tempat di permukaan bumi sama sehingga tidak terjadi pasang atau surut. Saat terjadi pasang-surut, bagian permukaan laut yang menghadap atau membelakangi matahari atau bulan meninggi sedangkan bagian permukaan laut di sisi samping menurun. Kuat lemah pasang surut ditentukan oleh perbedaan kuat gaya gravitasi pada permukaan laut yang menghadap matahari atau bulan dengan permukaan laut yang berada di sisi samping. Makin kuat tarikan pada sisi yang menghadap matahari/bulan dan makin lemah tarikan pada sisi samping maka makin besar pasang surut yang dihasilkan. Berdasarkan Gbr. 6.8, kekuatan pasang-surut ditentukan oleh selisih kuat medan gravitasi pada titik A dan titik B. Untuk menentukan beda kuat medan tersebut mari kita misalkan

Massa matahari M_m

Massa bumi M_{bm}

Massa bulan M_{bl}

Jarak bumi-matahari r_{bm-m}

Jarak bumi-bulan r_{bm-bl}

Jari-jari bumi: R_b

Maka

Jarak matahari ke permukaan bumi yang menghadap matahari: $r_{bm-m} - R_b$

Jarak matahari ke permukaan bumi yang berada di sisi samping: r_{bm-m}

Jarak bulan ke permukaan bumi yang menghadap bulan: $r_{bm-bl} - R_b$

Jarak bulan ke permukaan bumi yang berada di sisi samping: r_{bm-bl}

Kuat medan gravitasi matahari pada permukaan bumi yang menghadap matahari

$$g_{mA} = G \frac{M_m}{(r_{bm-m} - R_b)^2} \quad (5.20)$$

Kuat medan gravitasi matahari pada permukaan bumi di sisi samping

$$g_{mB} = G \frac{M_m}{r_{bm-m}^2} \quad (5.21)$$

Kuat medan gravitasi bulan pada permukaan bumi yang menghadap bulan

$$g_{blA} = G \frac{M_b}{(r_{bm-bl} - R_b)^2} \quad (5.22)$$

Kuat medan gravitasi bulan pada permukaan bumi di sisi samping

$$g_{blB} = G \frac{M_b}{r_{bm-bl}^2} \quad (5.23)$$

perbedaan kuat medan gravitasi matahari di permukaan bumi yang menghadap matahari dan yang berada di sisi samping adalah

$$\begin{aligned} \Delta g_m &= g_{mA} - g_{mB} \\ &= G \frac{M_m}{(r_{bm-m} - R_b)^2} - G \frac{M_m}{r_{bm-m}^2} = GM_m \left\{ \frac{1}{(r_{bm-m} - R_b)^2} - \frac{1}{r_{bm-m}^2} \right\} \\ &= GM_m \left\{ \frac{r_{bm-m}^2 - (r_{bm-m} - R_b)^2}{(r_{bm-m} - R_b)^2 r_{bm-m}^2} \right\} = GM_m \left\{ \frac{r_{bm-m}^2 - (r_{bm-m}^2 - 2r_{bm-m}R_b + R_b^2)}{(r_{bm-m} - R_b)^2 r_{bm-m}^2} \right\} \\ &= GM_m \left\{ \frac{2r_{bm-m}R_b - R_b^2}{(r_{bm-m} - R_b)^2 r_{bm-m}^2} \right\} \end{aligned} \quad (5.24)$$

Karena jari-jari bumi sangat kecil dibandingkan dengan jarak bumi matahari, maka kita dapat melakukan pendekatan $r_{bm-m} - R_b \approx r_{bm-m}$ dan $2r_{bm-m}R_b - R_b^2 \approx 2r_{bm-m}R_b$.

Dengan demikian kita dapatkan bentuk aproksimasi

$$\begin{aligned} \Delta g_m &\approx GM_m \left\{ \frac{2r_{bm-m}R_b}{r_{bm-m}^2 r_{bm-m}^2} \right\} \\ &= 2GM_m \frac{R_b}{r_{bm-m}^3} \end{aligned} \quad (5.25)$$

Dengan cara yang persis sama, maka kita dapatkan perbedaan kuat medan gravitasi bulan di sisi depan dan sisi samping bumi adalah

$$\Delta g_{bl} \approx 2GM_{bl} \frac{R_b}{r_{b-bl}^3} \quad (5.26)$$

Perbandingan selisih kuat medan gravitasi bulan dan matahari pada bumi adalah

$$\frac{\Delta g_{bl}}{\Delta g_m} = \frac{2GM_{bl}R_b / r_{bm-bl}^2}{2GM_m R_b / r_{bm-m}^2} = \left(\frac{M_{bl}}{M_m} \right) \left(\frac{r_{bm-m}}{r_{bm-bl}} \right)^3 \quad (5.27)$$

Dengan menggunakan data $M_{bl} = 7,4 \times 10^{22}$ kg, $M_m = 2 \times 10^{30}$ kg, $r_{bm-bl} = 3,85 \times 10^5$ km, dan $r_{bm-m} = 1,5 \times 10^8$ km kita peroleh

$$\frac{\Delta g_{bl}}{\Delta g_m} = \left(\frac{7,4 \times 10^{22}}{2 \times 10^{30}} \right) \left(\frac{1,5 \times 10^8}{3,85 \times 10^5} \right)^3 = 2,2$$

Dengan demikian, perbandingan perbedaan tinggi pasang surut akibat pengaruh bulan dan matahari lebih dari dua banding satu. Atau pasang yang diakibatkan oleh bulan lebih tinggi daripada yang diakibatkan oleh matahari.

Soal dan Penyelesaian

1) tentukan kuat medan gravitasi bumi pada tempat yang jaraknya dari permukaan bumi adalah tiga kali jari-jari bumi. Diketahui, kuat medan gravitasi di permukaan bumi adalah 9,8 N/kg.

Jawab

Jarak titik pengamatan dari permukaan bumi: $h = 3 R_B$

Jarak titik pengamatan dari pusat bumi: $r = R_B + h = 4 R_B$

Kuat medan gravitasi di permukaan bumi: $g_{perm} = 9,8$ N/kg

Kuat medan gravitasi bumi pada tempat yang ditanyakan

$$\begin{aligned} g &= G \frac{M_B}{r^2} = G \frac{M_B}{R_B^2} \frac{R_B^2}{r^2} = g_{perm} \left(\frac{R_B}{r} \right)^2 \\ &= 9,8 \times \left(\frac{R_B}{4R_B} \right)^2 = \frac{9,8}{16} = 0,6 \text{ N/kg} \end{aligned}$$

2) Jika jari-jari bumi menjadi setengah jari-jari sekarang tetapi massanya tetap, menjadi berapakah kuat medan gravitasi di permukaan bumi?

Jawab

$$R_B^* = \frac{1}{2} R_B$$

$$g = G \frac{M_B}{R_B^{*2}} = G \frac{M_B}{(R_B / 2)^2} = 4G \frac{M_B}{R_B^2} = 4 \times 9,8 = 39,2 \text{ N/kg}$$

3) Sebuah benda langit memiliki jari-jari 5000 km. Kuat medan gravitasi di permukaan benda langit tersebut adalah 8 N/kg. Berapakah massa jenis benda langit tersebut?

Jawab

Kuat medan gravitasi di permukaan benda langit

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

Tetapi

$$M = \rho V = \rho \times \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right)$$

Maka

$$g = G \frac{\rho \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right)}{R^2} = \frac{4}{3} \pi G \rho R$$

atau

$$\rho = \frac{3g}{4\pi GR} = \frac{3 \times 8}{4 \times 3,14 \times (6,67 \times 10^{-11}) \times (5 \times 10^6)} = 5,7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

4) Periode orbit bulan mengelilingi bumi adalah 27,3 hari. Hitunglah jarak rata-rata bulan dari bumi jika kuat medan gravitasi di permukaan bumi adalah 9,8 N/kg dan jari-jari bumi 6400 km.

Jawab

Gerakan bulan mengelilingi bumi juga memenuhi hukum yang mirip dengan hukum Kepler III. Kita bisa menggunakan persamaan (5.19) dengan mengganti massa matahari untuk gerak planet sekitar matahari dengan massa bumi untuk gerak bulan sekitar bumi. Jadi, untuk bulan yang mengelilingi bumi

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_B}$$

atau

$$r^3 = \frac{GM_B}{4\pi^2} T^2 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{GM_B}{R_B^2} R_B^2 T^2 = \frac{1}{4\pi^2} g_{perm} R_B^2 T^2$$

Di soal diberikan $T = 27,3$ hari $= 27,3 \text{ hari} \times (24 \text{ jam/hari}) \times (60 \text{ mnt/jam}) \times (60 \text{ s/mnt})$
 $= 2,36 \times 10^6 \text{ s}$ dan $R_B = 6400 \text{ km} = 6,4 \times 10^6 \text{ m}$. Dengan demikian

$$r^3 = \frac{1}{4 \times 3,14^2} \times 9,8 \times (6,4 \times 10^6)^2 \times (2,36 \times 10^6)^2 = 5,67 \times 10^{25} \text{ m}^3.$$

atau

$$r = (5,67 \times 10^{25})^{1/3} = 3,8 \times 10^8 \text{ m}.$$

5) Jupiter adalah planet terbesar dalam system tata surya. Massa Jupiter adalah $9,56 \times 10^{-4}$ kali massa matahari. Jarak Jupiter ke matahari adalah $7,78 \times 10^{11} \text{ m}$. Tentukan lokasi titik di antara Jupiter dan matahari di mana gaya gravitasi Jupiter dan Matahari saling meniadakan.

Jawab

Dari soal diberikan

$M_J = 9,56 \times 10^{-4} M_M$. Misalkan jarak titik tersebut dari matahari adalah r . Maka jaraknya dari Jupiter adalah $r' = 7,78 \times 10^{11} - r$. Agar gaya gravitasi Matahari dan Jupiter saling menghilangkan maka besar gaya gravitasi oleh matahari dan oleh Jupiter harus sama. Misalkan massa benda m maka harus terpenuhi

$$G \frac{M_M m}{r^2} = G \frac{M_J m}{r'^2}$$

atau

$$G \frac{M_M m}{r^2} = G \frac{(9,56 \times 10^{-4} M_M) m}{(7,78 \times 10^{11} - r)^2}$$

atau

$$\frac{1}{r^2} = \frac{9,56 \times 10^{-4}}{(7,78 \times 10^{11} - r)^2}$$

atau

$$(7,78 \times 10^{11} - r)^2 = 9,56 \times 10^{-4} r^2$$

Ambil akar pada dua ruas

$$7,78 \times 10^{11} - r = 0,03r$$

atau

$$1,03r = 7,78 \times 10^{11}$$

atau

$$r = \frac{7,78 \times 10^{11}}{1,03} = 7,55 \times 10^{11} \text{ m}$$

Soal Latihan

- 1) Pesawat luar angkasa pertama yang diluncurkan adalah Sputnik I yang memiliki periode edar sekitar bumi selama 96 menit. Hitunglah ketinggian rata-rata Sputnik dari permukaan bumi. Gunakan percepatan gravitasi bumi $9,8 \text{ N/kg}$ dan jari-jari bumi 6400 km .
- 2) Satelit-satelit komunikasi mengorbit bumi dengan periode 24 jam pada lintasan geostasioner sehingga satelit tampak tidak bergerak ketika diamati di bumi. Orbit tersebut disebut juga juga geosinkron karena bergerak sekitar bumi dengan laju rotasi yang sama dengan bumi. Gunakan hukum Kepler III untuk menentukan jari-jari orbit satelit.
- 3) Tetukan lokasi titik di antara bumi dan bulan di mana gaya gravitasi bumi dan bulan saling meniadakan.

Bab 6

Usaha dan Energi

6.1 Usaha

Ketika kendaraan menempuh perjalanan, maka lama kelamaan bahan bakar habis. Bahan bakar tersebut diubah menjadi energi, yang kemudian digunakan oleh mesin kendaraan untuk memindahkan posisi kendaraan. Posisi kendaraan bisa berpindah karena mesin melakukan gaya. Dari penjelasan tersebut tampak adanya keterkaitan antara gaya dan usaha. Dan memang usaha dan gaya dihubungkan oleh persamaan

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (6.1)$$

dengan \vec{r}_1 dan \vec{r}_2 masing-masing adalah posisi awal dan posisi akhir benda. Di samping bergantung pada \vec{r}_1 dan \vec{r}_2 , integral (6.1) juga bergantung pada lintasan. Walaupun \vec{r}_1 dan \vec{r}_2 sama, bisa saja usaha yang dilakukan berbeda jika lintasan yang ditempuh berbeda.

Persamaan (6.1) adalah ungkapan umum untuk usaha yang dapat diterapkan pada bentuk gaya apa saja dan lintasan apa saja. Untuk kasus khusus di mana besarnya gaya serta sudut antara gaya dan arah perpindahan yang konstan maka persamaan (6.1) dapat disederhanakan menjadi

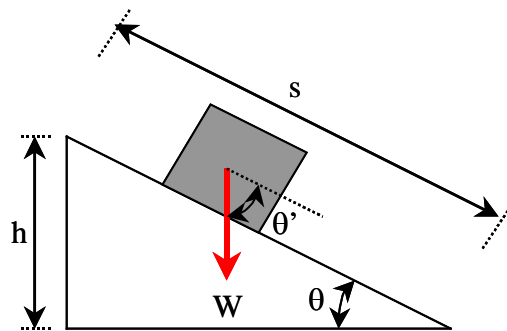
$$\begin{aligned} W &= \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} F dr \cos \theta \\ &= F \cos \theta \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} dr = F \cos \theta s \end{aligned} \quad (6.2)$$

dengan s adalah panjang lintasan (jauh perpindahan benda). Contoh sederhana kasus seperti ini adalah benda yang diletakkan pada bidang miring seperti pada Gbr. 6.1.

Tampak dari persamaan (6.2) bahwa:

- Meskipun pada sebuah benda bekerja gaya, namun jika benda tidak berpindah maka usaha yang dilakukan nol.
- Jika gaya dan perpindahan tegak lurus maka usaha yang dilakukan juga nol ($\cos \theta = 0$). Jika kalian memikul benda lalu berjalan di jalan yang mendatar, kalian tidak melakukan usaha. Walaupun pundak kalian melakukan gaya, dan kalian melakukan

perpindahan (berjalan), tetapi arah gaya yang dilakukan pundak (ke atas) tegak lurus arah perpindahan (arah mendatar). Kalian melakukan usaha saat mengangkat beban dari posisi duduk ke posisi berdiri. Pada saat ini arah perpindahan (ke atas) sama dengan arah gaya (ke atas). Hal yang sama terjadi pada satelit yang mengitari bumi. Gaya gravitasi bumi tidak melakukan usaha pada satelit yang mengelilingi bumi dalam orbit lingkaran karena arah gaya (ke pusat lingkaran) selalu tegak lurus arah perpindahan satelit (menyinggung lingkaran).



Gambar 6.1 Gaya melakukan usaha ketika memindahkan sebuah benda.

c) Usaha terbesar yang dilakukan oleh sebuah gaya muncul ketika arah perpindahan dan arah gaya sama. Untuk jarak perpindahan yang sama, usaha yang dilakukan gaya gravitasi bumi pada benda yang jatuh arah vertikal lebih besar daripada usaha yang dilakukan pada benda yang jatuhnya tidak vertikal. Arah perpindahan benda yang jatuh vertikal sama dengan arah gaya gravitasi bumi, sedangkan arah perpindahan benda yang jatuhnya tidak vertikal tidak searah gaya gravitasi bumi.

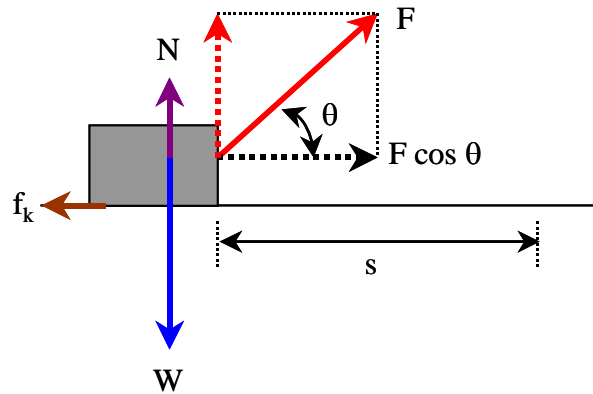
Contoh 6.1

Sebuah balok yang bermassa 10,0 kg berada di atas bidang datar dengan koefisien gesekan kinetik 0,2. Benda tersebut ditarik dengan gaya 60,0 N yang membentuk sudut $\theta = 60^\circ$ terhadap arah horisontal. Jika benda berpindah sejauh 20,0 m dalam arah horisontal berapakah usaha yang dilakukan gaya tersebut dan berapa usaha yang dilakukan gaya gesekan?

Jawab

Usaha yang dilakukan oleh gaya penarik

$$W = F s \cos \theta = 60,0 \times 20,0 \times \cos 60^\circ = 60,0 \times 20,0 \times 0,866 = 1\,039 \text{ J}$$



Gambar 6.2

Untuk menentukan usaha yang dilakukan gaya gesekan, terlebih dahulu kita menentukan besar gaya gesekan. Untuk membantu menentukan gaya gesekan, perhatikan Gbr. 6.2. Tampak dari gambar tersebut bahwa $N + F \sin \theta = W$ atau

$$\begin{aligned} N &= W - F \sin \theta = mg - F \sin \theta = 70 \text{ N} \\ &= 10,0 \times 10 - 60,0 \times \sin 30^\circ = 100,0 - 60 \times 0,5 = 70 \text{ N} \end{aligned}$$

Besar gaya gesekan kinetik adalah

$$f_k = \mu_k N = 0,2 \times 70 = 14 \text{ N}$$

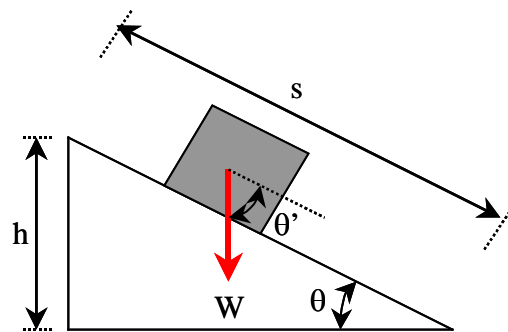
Gaya gesekan selalu berlawanan dengan arah perpindahan, sehingga sudut antara keduanya adalah $\theta' = 180^\circ$. Usaha yang dilakukan gaya gesekan kinetik

$$W_k = f_k s \cos \theta' = 14 \times 20,0 \times \cos 180^\circ = 14 \times 20,0 \times (-1) = -280 \text{ J}$$

Contoh 6.2

Sebuah benda meluncur pada bidang miring yang memiliki kemiringan 30° . Ketinggian salah satu ujung bidang miring terhadap ujung yang lain adalah 2,0 m. Massa benda adalah 2,5 kg dan koefisien gesekan kinetik antara benda dan bidang adalah 0,25. Berapa usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi ketika benda bergerak dari ujung atas ke ujung bawah bidang miring?

Jawab



Gambar 6.3

Usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi tidak dipengaruhi oleh adanya gaya gesekan benda dengan bidang miring. Tampak dari Gbr 6.3 bahwa besar perpindahan benda s memenuhi $h/s = \sin \theta$, atau

$$s = \frac{h}{\sin \theta} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = \frac{2}{0,5} = 4 \text{ m.}$$

Besar gaya gravitasi (berat benda) adalah

$$F = mg = 2,5 \times 10 = 25 \text{ N}$$

Sudut antara gaya gravitasi dan arah perpindahan benda θ' memenuhi $\theta + \theta' = 90^\circ$, atau

$$\theta' = 90^\circ - \theta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

Usaha yang dilakukan gaya gravitasi adalah

$$W_g = F s \cos \theta' = 25 \times 4 \times \cos 60^\circ = 25 \times 4 \times 0,5 = 50 \text{ J}$$

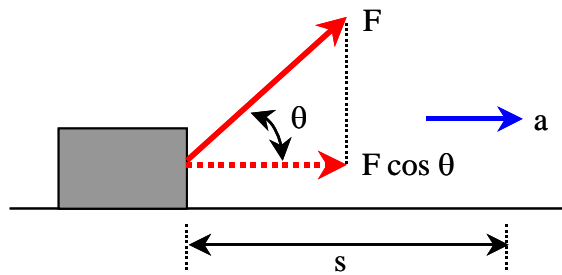
6.2 Teorema Usaha Energi

Misalkan sebuah benda mula-mula memiliki laju v_1 . Pada benda dikenai gaya sehingga benda berpindah sejauh tertentu. Karena ada gaya yang bekerja maka benda memiliki percepatan (ingat hukum Newton II) sehingga kecepatan benda berubah. Kita

akan menurunkan teorema usaha energi mulai dari kasus yang paling khusus yaitu gaya konstan.

Penurunan Untuk Percepatan Konstan

Misalkan benda ditarik dengan gaya F yang konstan dan benda berpindah sejauh s dalam arah yang membentuk sudut θ terhadap arah gaya. Lihat Gbr. 6.4



Gambar 6.4

Usaha yang dilakukan gaya tersebut adalah

$$W = F s \cos \theta$$

Komponen gaya yang menghasilkan percepatan hanya komponen arah horizontal sebesar $F \cos \theta$. Maka percepatan benda dalam arah horizontal adalah

$$a = \frac{F \cos \theta}{m} \quad (6.3)$$

Untuk gerak dengan percepatan tetap, laju benda setelah berpindah sejauh s memenuhi $v_2^2 - v_1^2 = 2as$, atau

$$v_2^2 - v_1^2 = 2 \frac{F \cos \theta}{m} s$$

Jika dua ruas dengan $m/2$ maka diperoleh

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = F s \cos \theta \quad (6.4)$$

Ruas kanan tidak lain daripada kerja yang dilakukan gaya. Dengan mendefinisikan energi kinetik sebagai

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (6.5)$$

maka kita peroleh suatu rumus yang umum

$$K_2 - K_1 = W \quad (6.6)$$

dengan

$K_1 = (1/2)mv_o^2$ adalah energi kinetik mula-mula benda

$K_2 = (1/2)mv^2$ adalah energi kinetik akhir benda

W adalah usaha yang dilakukan gaya.

Persamaan (6.6) menyatakan bahwa ***kerja yang dilakukan oleh suatu gaya sama dengan perubahan energi kinetik benda***. Ini merupakan ungkapan **prinsip usaha energi**.

Penurunan Untuk Gaya Sembarang

Penurunan persamaan (6.6) telah kita lakukan dengan menganggap bahwa besar gaya konstan serta arah gaya dan perpindahan juga konstan. Apakah kita jumpai juga bentuk yang sama untuk arah gaya sembarang serta arah perpindahan yang sembarang? Mari kita turunkan untuk kasus yang lebih umum. Kita mulai dari ungkapan umum untuk kerja seperti pada persamaan (6.1)

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Kita gunakan hukum Newton II untuk mengganti ungkapan gaya dengan percepatan dengan menganggap bahwa massa benda tidak berubah, yaitu $\vec{F} = m\vec{a}$. Dengan demikian

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (m\vec{a}) \bullet d\vec{r} = m \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{a} \bullet d\vec{r} \quad (6.7)$$

Tetapi $\vec{a} = d\vec{v} / dt$ dan kita dapat menulis

$$\vec{a} \bullet d\vec{r} = \frac{d\vec{v}}{dt} \bullet d\vec{r} = d\vec{v} \bullet \frac{d\vec{r}}{dt} = d\vec{v} \bullet \vec{v}$$

Kita ingat sifat perkalian scalar dua vektor yang sama yaitu $\vec{v} \bullet \vec{v} = v^2$. Kalau kita diferensialkan terhadap waktu ke dua ruas ini maka

$$\frac{d(v^2)}{dt} = \frac{d(\vec{v} \bullet \vec{v})}{dt}$$

Dengan menggunakan aturan diferensial parsial maka

$$\frac{d(\vec{v} \bullet \vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} \bullet \vec{v} + \vec{v} \bullet \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\vec{v} \bullet \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Dengan demikian kita peroleh

$$\frac{d(v^2)}{dt} = 2\vec{v} \bullet \frac{d\vec{v}}{dt}$$

atau

$$d(v^2) = 2\vec{v} \bullet d\vec{v}$$

Akhirnya kita dapat menulis

$$\vec{a} \bullet d\vec{r} = \frac{1}{2} d(v^2) \quad (6.8)$$

Substitusi persamaan (6.8) ke dalam persamaan (6.7) kemudian mengganti batas integral posisi dari \vec{r}_1 sampai \vec{r}_2 menjadi batas integral laju dari v_1 sampai v_2 diperoleh

kerja yang dilakukan gaya menjadi

$$W = m \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{2} d(v^2) = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \\ = K_2 - K_1$$

yang persis seperti persamaan (6.6).

Prinsip usaha energi dapat membantu dalam beberapa hal. Seringkali gaya yang bekerja pada benda sulit ditentukan. Lalu bagaimana bisa menentukan kerja yang dilakukan gaya tersebut? Caranya adalah dengan mengukur berapa energi kinetik awal dan akhir benda. Selisih energi kinetik tersebut (energi kinetik akhir kurang energi kinetik awal) merupakan usaha yang dilakukan gaya.

Contoh 6.3

Benda yang mula-mula diam tiba-tiba memiliki energi kinetik 100,0 J setelah berpindah sejauh 10,0 m. Berapa usaha yang dilakukan gaya dan berapa besar gaya rata-rata? Anggap arah gaya sama dengan arah perpindahan benda.

Jawab

Usaha yang dilakukan gaya

$$W = K - K_o = 100,0 - 0 = 100,0 \text{ J}$$

Karena gaya sejajar dengan arah perpindahan maka $\theta = 0^\circ$. Gaya rata-rata $\langle F \rangle$ memenuhi

$$W = \langle F \rangle s \cos \theta = \langle F \rangle s \cos 0^\circ = \langle F \rangle s$$

atau

$$\langle F \rangle = \frac{W}{s} = \frac{100,0}{10,0} = 10,0 \text{ N}$$

Contoh 6.4

Sebuah benda yang memiliki massa 8,0 kg mula-mula bergerak dengan laju 12,0

m/s di atas bidang datar. Antara benda dan bidang terdapat koefisien gesekan kinetik 0,3. Dengan menggunakan prinsip usaha energi, tentukan jarak yang ditempuh benda hingga berhenti.

Jawab

Energi kinetik awal benda

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 8,0 \times (12,0)^2 = 576 \text{ J}$$

Energi kinetik akhir benda (benda diam) adalah $K_2 = 0$. Dengan prinsip usaha energi, maka kerja yang dilakukan gaya adalah

$$W = K_2 - K_1 = 0 - 576 = -576 \text{ J}$$

Gaya yang melakukan kerja hanyalah gaya gesekan kinetik, yang besarnya

$$f_k = \mu_k N = \mu_k mg = 0,3 \times 8,0 \times 10 = 240 \text{ N}$$

Usaha yang dilakukan gaya gesekan adalah

$$W_k = f_k s \cos 180^\circ = 240 \times s \times (-1) = -240 s$$

Usaha ini sama dengan perubahan energi kinetik benda. Jadi

$$-240 s = -576$$

atau

$$s = \frac{576}{240} = 2,4 \text{ m.}$$

6.3 Daya

Ada suatu gaya yang dapat melakukan usaha yang besarnya tertentu dalam waktu yang sangat lama. Tetapi ada gaya lain yang dapat menghasilkan usaha yang sama dalam waktu yang sangat cepat. Maka untuk membedakan gaya dengan kemampuan menghasilkan energi yang cepat dan lambat tersebut, didefinisikan suatu

besaran yang disebut **daya**. Daya didefinisikan sebagai

$$P = \frac{dW}{dt} \quad (6.9)$$

dengan P daya (satunya watt dan disingkat W). Dari persamaan (6.1) kita mendapatkan $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Dengan demikian,

$$\begin{aligned} P &= \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \\ &= \vec{F} \cdot \vec{v} \end{aligned} \quad (6.10)$$

Contoh 6.5

Sebuah gaya sebesar 45,0 N menarik benda hingga berpindah sejauh 35,0 meter dalam waktu 8,0 s. Arah gaya persis sama dengan arah perpindahan benda. Berapakah daya yang dilakukan gaya tersebut?

Jawab

Karena gaya sejajar dengan perpindahan maka $\theta = 0^\circ$. Usaha yang dilakukan gaya

$$W = F s \cos \theta = 45,0 \times 35,0 \times \cos 0^\circ = 45,0 \times 35,0 \times 1 = 1\,575 \text{ J}$$

Daya yang dihasilkan adalah

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1575}{8,0} = 197 \text{ W}$$

Contoh 6.6

Sebuah benda yang massanya 12,0 kg yang mula-mula diam dikenai satu gaya. Setelah berlangsung 10,0 s laju benda menjadi 5,0 m/s. Berapa daya yang dilakukan gaya tersebut?

Jawab

Usaha yang dilakukan gaya kita tentukan dari selisih energi kinetik benda. Energi kinetik mula-mula benda

$$K_1 = 0 \text{ (karena benda diam)}$$

Energi kinetik akhir benda

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 12,0 \times (5,0)^2 = 150 \text{ J}$$

Perubahan energi kinetik benda

$$\Delta K = K_2 - K_1 = 150 - 0 = 150 \text{ J}$$

Usaha yang dilakukan gaya sama dengan perubahan energi kinetik benda. Jadi

$$W = \Delta K = 150 \text{ J}$$

Daya yang dihasilkan

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{150}{10} = 15,0 \text{ W}$$

6.4 Gaya Konservatif

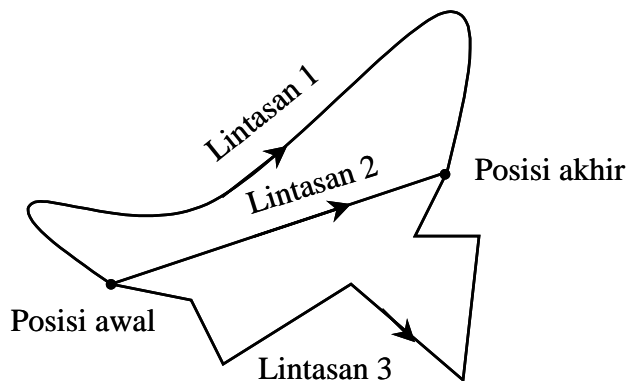
Kerja yang dilakukan oleh gaya untuk memindahkan benda umumnya bergantung pada lintasan yang ditempuh. Benda lintasan umumnya menghasilkan kerja yang berbeda meskipun posisi awal dan akhir sama. Namun ada jenis gaya, di mana usaha yang dilakukan oleh gaya tersebut sama sekali tidak bergantung pada lintasan yang ditempuh. Usaha yang dilakukan gaya semata-mata bergantung pada posisi awal dan posisi akhir benda. Gaya yang memiliki sifat demikian disebut **gaya konservatif**. Contoh gaya konservatif adalah

$$\text{Gaya gravitasi: } F(r) = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\text{Gaya listrik (Coulomb): } F(r) = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\text{Gaya pegas (Hooke): } F(x) = -kx$$

$$\text{Gaya antar molekul: } F(r) = -\frac{6A}{r^7} + \frac{12B}{r^{13}}$$



Gambar 6.5 Lintasan mana pun yang ditempuh benda, apakah lintasan 1, lintasan 2, atau lintasan 3, usaha yang dilakukan gaya konservatif untuk memindahkan benda dari psosis awal ke posisi akhir sama.

Gaya yang tidak memenuhi sifat di atas kita kelompokkan sebagai gaya **non konservatif**. Contoh gaya non konservatif adalah gaya gesekan, gaya tumbukan dua benda ketika proses tumbukan menghasilkan panas, dan sebagainya.

Jika benda dikenai gaya konservatif lalu benda berpindah dan kembali ke posisi semula maka usaha total yang dilakukan gaya tersebut nol. Ketika benda dilempar ke atas maka selama benda bergerak ke atas gaya gravitasi (konservatif) melakukan usaha negatif. Saat benda turun kembali ke tempat pelemparan, usaha yang dilakukan gaya gravitasi positif. Usaha yang dilakukan gaya gravitasi saat benda bergerak sampai puncak lintasan (negatif) persisis sama besar dengan usaha yang dilakukan gaya gravitasi saat benda turun dari posisi tertinggi kembeli ke tempet pelemparan (positif), hanya tandanya berlawanan. Sehingga usaha total yang dilakukan gaya gravitasi untuk memindahkan benda dari tempat pelemparan ke posisi maksimum dan kembali lagi ke tempat pelemparan adalah nol.

Ketika planet melengkapi satu revolusi mengelilingi matahari maka usaha yang dilakukan gaya gravitasi planet adalah nol. Akibatnya, kecepatan planet tetap seperti semula.

6.5 Energi Potensial

Karena usaha yang dilakukan oleh gaya konservatif hanya bergantung pada posisi awal dan akhir maka kita akan tertolong jika mendefinisikan suatu besaran yang namanya **energi potensial**. Di tiap titik dalam ruang yang mengandung medan konservatif (artinya apabila benda diletakkan dalam suatu titik dalam ruang tersebut

maka benda mengalami gaya konservatif) maka ada energi potensial yang bergantung pada posisi dan massa benda. Energi potensial didefinisikan sebagai berikut:

Usaha yang dilakukan gaya konservatif untuk memindahkan benda dari posisi awal ke posisi akhir sama dengan negatif selisih energi potensial akhir dan awal.

Misalkan benda mula-mula berada pada posisi \vec{r}_1 dan berpindah ke posisi \vec{r}_2 .

Energi potensial saat di posisi \vec{r}_1 : $U(\vec{r}_1)$

Energi potensial saat di posisi \vec{r}_2 : $U(\vec{r}_2)$

Perubahan energi potensial: $\Delta U = U(\vec{r}_2) - U(\vec{r}_1)$

Usaha yang dilakukan oleh gaya konservatif: W_{12}

Berdasarkan definisi di atas maka

$$W_{12} = -\Delta U \quad (6.11)$$

Energi Potensial Gravitasi di Sekitar Permukaan Bumi

Gaya gravitasi bumi termasuk gaya konservatif. Dengan demikian kita dapat mendefinisikan energi potensial gravitasi. Berikut kita turunkan energi potensial gravitasi di sekitar permukaan bumi. Kita membatasi pada daerah di sekitar permukaan bumi karena di daerah tersebut percepatan gravitasi dapat dianggap konstan.

- i) Misalkan sebuah benda berpindah secara vertikal dari ketinggian h_1 ke ketinggian h_2 .
- ii) Gaya gravitasi yang bekerja pada benda adalah: $W = -m g$ (arah ke atas kita ambil positif sehingga gaya gravitasi diberi tanda negatif)
- iii) Perpindahan benda adalah: $\Delta h = h_2 - h_1$

Usaha yang dilakukan gaya gravitasi bumi

$$W_g = W \Delta h = -mg(h_2 - h_1) = -mgh_2 - (-mgh_1) \quad (6.12)$$

Karena kerja oleh gaya konservatif sama dengan selisih energi potensial maka kita dapat juga menulis

$$W_g = -\Delta U = -(U_2 - U_1) = -U_2 - (-U_1) \quad (6.13)$$

Dengan membandingkan persamaan (6.12) dan (6.13) kita dapat mendefinisikan energi potensial gravitasi di sekitar permukaan bumi adalah

$$U = mgh \quad (6.14)$$

Contoh 6.7

Sebuah benda yang massanya 5,0 kg jatuh dari ketinggian 20,0 m ke ketinggian 5,0 m. Berapa perubahan energi potensial benda dan berapa usaha yang dilakukan gaya gravitasi?

Jawab

Energi potensial awal $U_1 = m g h_1 = 5,0 \times 10 \times 20,0 = 1\,000 \text{ J}$

Energi potensial akhir $U_2 = m g h_2 = 5,0 \times 10 \times 5,0 = 250 \text{ J}$

Perubahan energi potensial benda

$$\Delta U = U_2 - U_1 = 250 - 1000 = -750 \text{ J}$$

Usaha yang dilakukan gaya gravitasi sama dengan negatif perubahan energi potensial, yaitu

$$W_g = -\Delta U = -(-750) = 750 \text{ J}$$

Bentuk Umum Energi Potensial Gravitasi

Energi potensial gravitasi yang diungkapkan oleh persamaan (6.14) hanya benar jika lokasi benda berada di sekitar permukaan bumi di mana percepatan gravitasi bumi dapat dianggap konstan pada berbagai titik. Namun, jika benda bergerak hingga pada jarak yang jauh dari bumi, maka persamaan (6.14) tidak berlaku. Oleh karena itu kita perlu menentukan ungkapan energi potensial gravitasi yang lebih umum.

Gaya gravitasi bumi yang bekerja pada benda yang memiliki massa m adalah

$$\vec{F} = -G \frac{M_B m}{r^2} \hat{r} \quad (6.15)$$

dengan G konstanta gravitasi universal, M_B massa bumi, r jarak benda dari pusat bumi dan \hat{r} vektor satuan yang searah dengan jari-jari bumi. Tanda negatif menunjukkan bahwa arah gaya gravitasi bumi mengarah ke pusat bumi, yaitu berlawanan dengan arah \hat{r} yang keluar menjauhi bumi. Berdasarkan definisi usaha, kita dapat menulis usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi bumi untuk memindahkan benda dari posisi \vec{r}_1 ke posisi \vec{r}_2 adalah

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \bullet d\vec{r}$$

Dengan menggunakan definisi energi potensial, usaha ini sama dengan negatif perubahan energi potensial, atau

$$W = -\Delta U = -[U(\vec{r}_2) - U(\vec{r}_1)]$$

Dari dua persamaan di atas kita dapat menulis

$$U(\vec{r}_2) - U(\vec{r}_1) = - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \bullet d\vec{r} \quad (6.16)$$

Lebih khusus, jika kita pilih \vec{r}_1 sebagai posisi referensi, yaitu \vec{r}_{ref} , dan \vec{r}_2 adalah posisi sembarang, yaitu \vec{r} saja maka persamaan (6.16) dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned} U(\vec{r}) - U(\vec{r}_{ref}) &= - \int_{\vec{r}_{ref}}^{\vec{r}} \vec{F} \bullet d\vec{r} \\ &= - \int_{\vec{r}_{ref}}^{\vec{r}} \left(-G \frac{M_B m}{r^2} \hat{r} \right) \bullet d\vec{r} \\ &= GM_B m \int_{\vec{r}_{ref}}^{\vec{r}} \frac{dr}{r^2} = GM_B m \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_{ref}}^r \end{aligned}$$

$$= GM_B m \left(\frac{1}{r_{ref}} - \frac{1}{r} \right) \quad (6.17)$$

Jika kita memilih bahwa titik referensi berada pada jarak tak berhingga dan nilai potensial di posisi referensi tersebut diambil sama dengan nol maka

$$U(r) - 0 = GM_B m \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r} \right)$$

yang memberikan energi potensial pada sembarang jarak dari pusat bumi adalah

$$U(r) = -\frac{GM_B m}{r} \quad (6.18)$$

Contoh 6.8

Berapa energi potensial gravitasi sebuah benda yang memiliki jarak dari pusat bumi sebesar dua kali jari-jari bumi? Massa benda adalah 4,0 kg dan jari-jari bumi 6400 km.

Jawab

$$U = -G \frac{Mm}{r} = -G \frac{Mm}{2R} = -G \frac{Mm}{2R} \frac{R}{R} = -G \frac{M}{R^2} \frac{mR}{2}$$

Tetapi $GM/R^2 = g$, yaitu percepatan gravitasi di permukaan bumi. Jadi, kita dapat menulis

$$U = -g \frac{mR}{2} = -10 \times \frac{4,0 \times (6,4 \times 10^6)}{2} = -1,28 \times 10^8 \text{ J.}$$

6.6 Energi Mekanik

Pada teorema usaha energi, gaya yang bekerja pada benda yang mengubah energi kinetik adalah semua jenis gaya, baik yang konservatif maupun yang non konservatif. Kita telah memperoleh rumus umum $W = \Delta K$. Kita dapat memisahkan kerja yang dilakukan oleh gaya konservatif dan non konservatif dan menulis W sebagai berikut

$$W = W_{kons} + W_{non-kons} \quad (6.19)$$

Tetapi, berdasarkan persamaan (6.11), $W_{kons} = -\Delta U$, sehingga persamaan (6.19) dapat ditulis sebagai

$$W = -\Delta U + W_{non-kons} \quad (6.20)$$

Dengan menggunakan prinsip usaha energi bahwa kerja yang dilakukan sama dengan perubahan energi kinetik maka persamaan (6.20) dapat kita tulis menjadi

$$\Delta K = -\Delta U + W_{non-kons}$$

atau

$$\begin{aligned} W_{non-kons} &= \Delta U + \Delta K = (U_2 - U_1) + (K_2 - K_1) \\ &= (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) \end{aligned} \quad (6.21)$$

Kita definisikan besaran yang namanya energi mekanik

$$EM = U + K \quad (6.22)$$

sehingga kita dapat menulis persamaan (6.21) sebagai

$$W_{non-kons} = EM_2 - EM_1$$

atau

$$W_{non-kons} = \Delta EM \quad (6.23)$$

Persamaan menyatakan bahwa *usaha yang dilakukan oleh gaya non konservatif sama dengan perubahan energi mekanik benda.*

Contoh 6.9

Sebuah benda yang memiliki massa 0,5 kg meluncur turun dari bidang miring yang kasar dengan laju awal nol. Ketinggian bidang miring dari dasar adalah 3,0 m.

Saat di dasar, laju benda adalah 6,0 m/s. Berapa usaha yang dilakukan oleh (a) gaya gravitasi dan (b) gaya gesekan?

Jawab

(a) Usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi sama dengan negatif perubahan energi potensial.

$$\text{Energi potensial awal: } U_1 = m g h_1 = 0,5 \times 10 \times 3 = 15 \text{ J}$$

$$\text{Energi potensial akhir: } U_2 = m g h_2 = 0,5 \times 10 \times 0 = 0 \text{ J}$$

$$\text{Perubahan energi potensial: } \Delta U = U_2 - U_1 = 0 - 15 = -15 \text{ J}$$

$$\text{Usaha yang dilakukan gaya gravitasi: } W_g = -\Delta U = -(-15) = 15 \text{ J}$$

(b) Menentukan usaha oleh gaya gesek (non konservatif)

$$\text{Energi kinetik awal benda: } K_1 = 0$$

$$\text{Energi kinetik akhir benda: } K_2 = (1/2)mv^2 = (1/2) \times 0,5 \times 6^2 = 9 \text{ J}$$

$$\text{Energi mekanik awal: } EM_1 = U_1 + K_1 = 15 + 0 = 15 \text{ J}$$

$$\text{Energi mekanik akhir: } EM_2 = U_2 + K_2 = 0 + 9 = 9 \text{ J}$$

$$\text{Perubahan energi mekanik: } \Delta EM = EM_2 - EM_1 = 9 - 15 = -6 \text{ J}$$

$$\text{Usaha yang dilakukan oleh gaya gesekan (gaya non konservatif) adalah } W_{\text{ges}} = \Delta EM = -6 \text{ J.}$$

6.7 Hukum Kekekalan Energi Mekanik

Suatu kasus menarik muncul jika pada benda hanya bekerja gaya konservatif dan tidak ada gaya non-konservatif. Dalam kondisi demikian maka $W_{\text{non-kons}} = 0$ sehingga berdasarkan persamaan (6.23) $\Delta EM = 0$ atau

$$EM_1 = EM_2 \tag{6.24}$$

Hubungan ini adalah ungkapan dari hukum kekekalan energi mekanik. Jadi, ***jika tidak ada gaya non-konservatif yang bekerja pada benda maka energi mekanik benda kekal.***

Contoh 6.10

Sebuah batu yang massanya 120 gram dilemparkan ke atas dengan laju awal 8,0 m/s. Dengan menggunakan hukum kekekalan energi mekanik: (a) tentukan laju batu saat ketinggiannya 3,0 meter dan (b) ketinggian maksimum yang dicapai batu.

Jawab

Abaikan gesekan udara. Gaya yang bekerja pada batu hanya gaya gravitasi yang sifatnya konservatif. Dengan demikian, berlaku hukum kekekalan energi mekanik.

Energi mekanik saat batu dilemparkan

$$EM_1 = U_1 + K_1 = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = 0,12 \times 10 \times 0 + \frac{1}{2} \times 0,12 \times 8^2 = 3,84 \text{ J}$$

(a) Energi mekanik saat batu mencapai ketinggian $h_2 = 2 \text{ m}$ adalah

$$\begin{aligned} EM_2 &= U_2 + K_2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \\ &= 0,12 \times 10 \times 2 + \frac{1}{2} \times 0,12 \times v_2^2 = 2,4 + 0,06v_2^2 \end{aligned}$$

Dengan hukum kekekalan energi mekanik $EM_2 = EM_1$ maka

$$2,4 + 0,06v_2^2 = 3,84$$

atau

$$v_2^2 = \frac{3,84 - 2,4}{0,06} = 24$$

atau

$$v_2 = \sqrt{24} = 4,9 \text{ m/s}$$

(b) Saat benda mencapai ketinggian maksimum $v_3 = 0$. Energi mekaniknya adalah

$$\begin{aligned} EM_3 &= U_3 + K_3 = mgh_3 + \frac{1}{2}mv_3^2 \\ &= 0,12 \times 10 \times h_3 + \frac{1}{2} \times 0,12 \times 0 = 1,2h_3 \end{aligned}$$

Dengan hukum kekekalan energi $EM_2 = EM_1$ maka

$$1,2h_3 = 3,84$$

atau

$$h_3 = \frac{3,84}{1,2} = 3,2 \text{ m}$$

Contoh 6.11

Dengan menggunakan hukum kekekalan energi, tentukan laju minimum agar benda lepas dari ikatan gravitasi bumi. Diketahui jari-jari bumi $6,4 \times 10^6 \text{ m}$ dan percepatan gravitasi di permukaan bumi $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Jawab

Misalkan laju benda saat dilepaskan dari permukaan bumi v_o . Kita gunakan rumus energi potensial gravitasi bumi yang lebih umum karena akan menyangkur gerak benda sampai jarak yang jauh dari bumi. Energi mekanik benda saat di permukaan bumi

$$EM_1 = U_1 + K_1 = -G \frac{Mm}{R} + \frac{1}{2}mv_o^2$$

dengan M massa bumi, m massa benda, dan R jari-jari bumi. Benda dikatakan lepas dari ikatan gravitasi bumi jika benda tersebut dapat mencapai jarak tak berhingga. Laju minimum untuk lepas adalah laju sehingga pada jarak tak berhingga dari bumi, laju benda nol. Jadi, energi mekanik benda pada jarak tak berhingga adalah

$$EM_2 = U_2 + K_2 = -G \frac{Mm}{\infty} + \frac{1}{2}m \times 0^2 = 0$$

Dengan menggunakan hukum kekekalan energi mekanik $EM_2 = EM_1$ maka

$$-G \frac{Mm}{R} + \frac{1}{2}mv_o^2 = 0 \quad (6.25)$$

yang dapat ditulis sebagai

$$v_o^2 = 2 \frac{GM}{R} = 2R \frac{GM}{R^2}$$

Tetapi, $GM / R^2 = g$, yaitu percepatan gravitasi di permukaan bumi, sehingga dapat kita tulis

$$v_o^2 = 2Rg \quad (6.26)$$

Dengan menggunakan data di soal kita dapatkan

$$v_o^2 = 2 \times (6,4 \times 10^6) \times 9,8 = 1,254 \times 10^8$$

atau

$$v_o = \sqrt{1,254 \times 10^8} = 1,12 \times 10^4 \text{ m/s}$$

6.8 Usaha oleh gaya pegas

Berdasarkan hukum Hooke, gaya yang dilakukan oleh pegas ketika pegas menyimpang sejauh x dari titik seimbang adalah

$$F = -k x \quad (6.27)$$

Usaha yang dilakukan oleh pegas ketika menyimpang dari posisi seimbang $x = 0$ ke posisi sembarang x yang sembarang adalah

$$W = \int_0^x F dx$$

Karena gaya pegas merupakan gaya konservatif maka usaha yang dilakukan gaya pegas sama dengan negatif selisih energi potensial pegas, yaitu

$$-\Delta U = \int_0^x F dx$$

atau

$$-[U(x) - U(0)] = \int_0^x (-kx) dx$$

atau

$$U(x) - U(0) = \frac{1}{2}k \int_0^x x \, dx = \frac{1}{2}k [x^2]_0^x = \frac{1}{2}kx^2$$

Dengan memilih energi potensial nol pada titik seimbang maka diperoleh energi potensial pegas pada sembarang penyimpangan adalah

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad (6.28)$$

Contoh 6.12

Ketika digantungkan dengan beban 1,5 kg, panjang pegas bertambah sebesar 4 cm. Berapa energi potensial pegas saat pegas menyimpang sejauh 2 cm?

Jawab

Berat beban yang digantung pada pegas

$$W = mg = 1,5 \times 10 = 15 \text{ N}$$

Saat digantung beban tersebut, terjadi penyimpangan $\Delta x = 4 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$. Maka konstanta pegas adalah

$$k = \frac{W}{\Delta x} = \frac{15}{0,04} = 375 \text{ N/m.}$$

Ketika terjadi penyimpangan $x = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$ maka energi potensial pegas adalah

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 375 \times (0,02)^2 = 0,075 \text{ J}$$

Contoh 6.13

Sebuah benda yang bermassa 200 g digantungkan pada ujung pegas yang memiliki konstanta 800 N/m. Benda tersebut kemudian disimpangkan dari titik keseimbangan barus sejauh 4 cm. Dengan menganggap bahwa energi potensial pada titik keseimbangan baru nol, hitunglah

- a) Energi kinetik dan energi potensial saat benda akan dilepaskan dari simpangan maksimum.
- b) Energi kinetik dan potensial saat simpangan pegas setengah dari simpangan maksimum
- c) Energi kinetik dan potensial saat simpangan pegas nol.

Jawab

Dari informasi soal kita dapatkan

Konstanta pegas $k = 800 \text{ N/m}$

Simpangan maksimum pegas $x_0 = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$.

- a) Saat benda akan dilepaskan dari simpangan maksimum, benda tidak memiliki kecepatan.

Energi kinetik benda: $K_1 = 0$

Energi potensial: $U_1 = \frac{1}{2} kx_0^2 = \frac{1}{2} \times 800 \times (0,04)^2 = 0,64 \text{ J}$.

- b) Saat simpangan benda setengah simpangan maksimum: $x = x_0/2 = 0,02 \text{ m}$.

$$U_2 = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 800 \times (0,02)^2 = 0,16 \text{ J}$$

Karena tidak ada gaya gesekan maka energi mekanik konstan sehingga $U_2 + K_2 = U_1 + K_1$, atau

$$K_2 = U_1 + K_1 - U_2 = 0,64 + 0 - 0,16 = 0,48 \text{ J}$$

- c) Saat simpangan pegas minimum, yaitu $x = 0$, maka energi potensial $U = 0$. Energi kinetik dihitung dengan hukum kekekalan energi mekanik

$$U_3 + K_3 = U_1 + K_1$$

$$0 + K_3 = 0,64 + 0$$

atau

$$K_3 = 0,64 \text{ J}$$

Soal dan Penyelesaian

- 1) Sebuah batu yang memiliki massa 50 kg jatuh dari sebuah tebing ke pantai yang berada 30 meter di bawah. Berapakah: (a) energi kinetik, dan (b) laju batu tepat saat

akan menyentuh pantai?

Jawab

a) Karena gaya yang bekerja hanya gaya gravitasi, maka kita dapat gunakan hukum kekekalan energi mekanik

$$EM_1 = EM_2$$

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + K_2$$

$$50 \times 10 \times 30 + \frac{1}{2} \times 50 \times 0 = 50 \times 10 \times 0 + K_2$$

$$15000 + 0 = 0 + K_2$$

atau

$$K_2 = 15000 \text{ J}$$

b) Laju benda saat tepat akan menyentuh pantai, v_2 memenuhi

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

atau

$$v_2^2 = \frac{2K_2}{m} = \frac{2 \times 15000}{50} = 600$$

$$v_2 = \sqrt{600} = 24 \text{ m/s}$$

2) Seorang pembalap sepeda menaiki tanjakan dengan laju tetap. Setelah 100 s, ketinggian yang dicapai adalah 25 m. Massa pembalap bersama sepedanya adalah 60 kg. Hitunglah daya rata-rata yang dihasilkan pembalap

Jawab

Karena laju sepeda tetap maka laju sepeda saat di dasar dan di puncak lintasan tetap sehingga energi kinetik saat di dasar dan di puncak lintasan sama. Kerja yang dilakukan pembalap merupakan gaya non-konservatif. Dengan menggunakan persamaan (6.23)

$$W = W_{\text{non-kons}} = \Delta EM = EM_2 - EM_1 = (mgh_2 + K_2) - (mgh_1 + K_1)$$

Karena laju pembalap tetap, maka $K_1 = K_2$ sehingga

$$W = mg(h_2 - h_1) = 60 \times 10 \times 25 = 15\,000 \text{ J}$$

Daya yang dikeluarkan pembalap

$$P = \frac{W}{t} = \frac{15000}{100} = 150 \text{ W}$$

3) Pada lintasan ski yang menurun, panjang total lintasan dari titik start ke titik finish adalah 1 800 m. Penurunan total secara vertikal titik finish terhadap titik start adalah 550 m. Berat pemain ski (termasuk perlengkapannya) adalah 900 N. Waktu yang diperlukan pemain berpindah dari titik start ke titik finish adalah 65 s. Hitunglah

- (a) Laju rata-rata pemain ski selama meluncur.
- (b) Kehilangan energi gravitasi ketika pemain ski berpindah dari titik start ke titik finish.
- (c) Jika gaya hambat rata-rata yang dialami pemain ski adalah 250 N, berapa usaha yang dilakukan untuk melawan gaya hambatan tersebut?

Jawab

Panjang lintasan yang ditempuh $s = 1\,800 \text{ m}$, waktu tempuh $t = 65 \text{ s}$, dan gaya hambat rata-rata $f_k = 250 \text{ N}$.

- a) Laju rata-rata pemain ski

$$v = \frac{s}{t} = \frac{1800}{65} = 28 \text{ m/s}$$

- b) Kehilangan energi gravitasi hanya bergantung pada ketinggian vertikal lintasan, yaitu

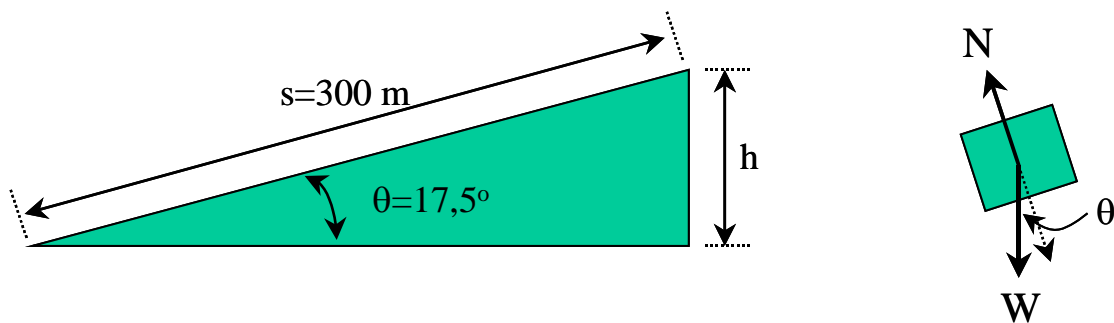
$$\Delta U = mg(h_2 - h_1) = W(h_2 - h_1) = 900 \times (0 - 550) = -4,5 \times 10^5 \text{ J}.$$

- c) Usaha yang dilakukan untuk melawan gaya hambat rata-rata

$$W = f_k s = 250 \times 1800 = 4,5 \times 10^5 \text{ J}$$

- 4) Berapa kerja maksimum yang diperlukan untuk mendorong mobil yang memiliki massa 1000 kg sejauh 300 m mendaki tanjakan yang kemiringannya $17,0^\circ$?
- (a) Jika dianggap tidak ada gaya gesekan antara mobil dengan jalan
- (b) Jika koefisien gesekan antara mobil dengan jalan adalah 0,25

Jawab



Gambar 6.6

Kita menganggap saat didorong laju mobil tetap sehingga tidak ada perubahan energi kinetik selama gerakan.

- (a) Gaya non konservatif yang bekerja hanya gaya dorong. Dengan prinsip usaha energi,

$$W_{\text{non-kons}} = EM_2 - EM_1 = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

Karena laju mobil dianggap tetap maka $K_1 = K_2$, sehingga

$$W_{\text{non-kons}} = (U_2 - U_1) = mgh$$

Berdasarkan Gbr 6.6 $h = 300 \times \sin 17,5^\circ = 300 \times 0,3 = 90\text{ m}$ sehingga

$$W_{\text{non-kons}} = mgh = 1000 \times 10 \times 90 = 9 \times 10^5\text{ J.}$$

Jadi usaha dorongan yang diperlukan adalah $9 \times 10^5\text{ J}$.

- (b) Gaya non konservatif yang bekerja pada benda adalah gaya dorong dan gaya gesekan. Sehingga

$$W_{non-kons} = W_{dorong} + W_{ges}$$

Tetapi

$$W_{ges} = -f_{ges}s = -\mu Ns = -\mu W \sin \theta s = -\mu mg \sin \theta s$$

$$= -0,25 \times 1000 \times 10 \times \sin 17,5^\circ \times 300 = -0,25 \times 1000 \times 10 \times 0,3 \times 300$$

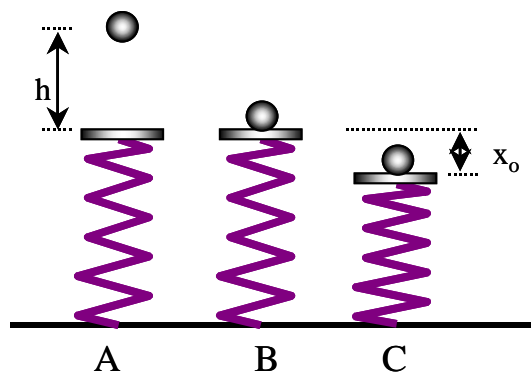
$$= -2,25 \times 10^5 \text{ J.}$$

Dengan demikian, usaha dorongan yang dilakukan

$$W_{dorong} = W_{non-kons} - W_{ges} = 9 \times 10^5 - (2,25 \times 10^5) = 11,25 \times 10^5 \text{ J.}$$

5) Sebuah pegas vertikal memiliki konstanta 900 N/m dikaitkan pada meja. Pegas tersebut kemudian ditekan sejauh 0,15 m. (a) Berapa laju benda yang bermassa 300 g yang dapat diberikan oleh pegas tersebut? (b) Berapa jauh di atas posisi awal pegas (sebelum ditekan) bola akan terbang?

Jawab



Gambar 6.7

Pada posisi A:

$$\text{Energi potensial pegas: } U_{pA} = \frac{1}{2} k x_o^2 = \frac{1}{2} \times 900 \times (0,15)^2 = 10,125 \text{ J}$$

$$\text{Energi potensial gravitasi: } U_{gA} = -mgx_o = -0,3 \times 10 \times 0,15 = -0,45 \text{ J}$$

$$\text{Energi kinetik: } K_A = 0$$

Energi mekanik: $EM_A = U_{pA} + U_{gA} + K_A = 10,125 - 0,45 + 0 = 9,675 \text{ J}$

a) Menentukan laju benda terbesar ketika berada pada posisi B:

Energi potensial pegas: $U_{pB} = \frac{1}{2}k \times 0^2 = 0 \text{ J}$

Energi potensial gravitasi: $U_{gB} = -mg \times 0 = 0 \text{ J}$

Energi kinetik: $K_B = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2} \times 0,3 \times v^2 = 0,15v^2$

Energi mekanik: $EM_B = U_{pB} + U_{gB} + K_B = 0 + 0 + 0,15v^2 = 0,15v^2 \text{ J}$

Karena energi mekanik konstan maka $EM_B = EM_A$, atau

$$0,15v^2 = 9,675$$

yang memberuikan nilai untuk laju

$$v = \sqrt{\frac{9,675}{0,15}} = \sqrt{64,5} = 8 \text{ m/s.}$$

c) Menentukan ketinggian maksimum yang dicapai benda (posisi C)

Energi potensial pegas: $U_{pC} = 0 \text{ J}$

Energi potensial gravitasi: $U_{gC} = mgh = 0,3 \times 10 \times h = 3h \text{ J}$

Energi kinetik: $K_C = 0$ (karena benda di puncak lintasan)

Energi mekanik: $EM_C = U_{pC} + U_{gC} + K_C = 0 + 3h + 0 = 3h \text{ J}$

Dengan hukum kekekalan energi mekanik $EM_C = EM_A$ diperoleh

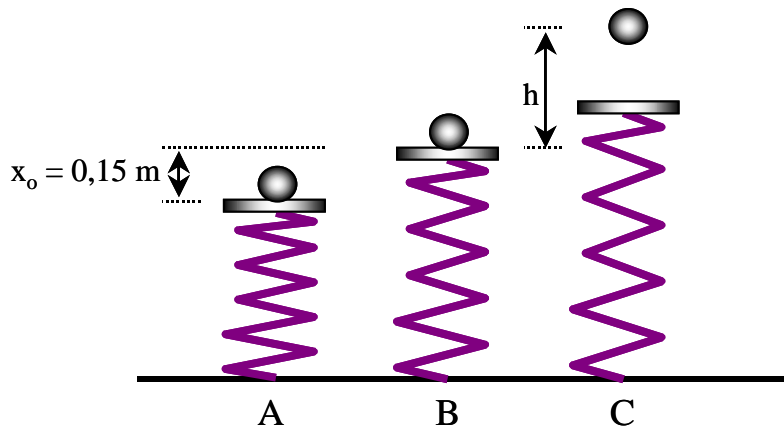
$$3h = 9,675$$

atau

$$h = 9,675/3 = 3,225 \text{ m}$$

6) Sebuah bola bermassa 2,5 kg yang mula-mula diam jatuh secara vertikal sejauh 55 cm sebelum menhenai sebuah pegas vertikal. Benda tersebut menekan pegas sejauh 15 cm sebelum kemudian berhenti. Hitunglah konstanta pegas.

Jawab



Gambar 6.8 Bola jatuh mengenai pegas

Karena tidak ada gaya non konservatif yang bekerja maka kita dapat menggunakan hukum kekekalan energi mekanik. Di sini ada dua macam energi potensial, yaitu energi potensial pegas dan energi potensial gravitasi. Kita ambil ketinggian benda pada posisi B sebagai ketinggian nol.

Pada posisi A:

Energi potensial gravitasi: $U_{gA} = m g h$

Energi potensial pegas : $U_{pA} = 0$

Energi kinetik benda : $K_A = 0$

Pada posisi C:

Energi potensial gravitasi: $U_{gB} = - m g x_0$

Energi potensial pegas : $U_{pB} = (1/2) k x_0^2$

Energi kinetik benda : $K_B = 0$

Dengan hukum kekekalan energi mekanik kita peroleh

$$U_{gA} + U_{pA} + K_A = U_{gB} + U_{pB} + K_B$$

$$mgh + 0 + 0 = -mgx_0 + \frac{1}{2} kx_0^2 + 0$$

atau

$$\frac{1}{2}kx_o^2 = mgh + mgx_o = mg(h + x_o)$$

atau

$$k = \frac{2mg(h + x_o)}{x_o^2} = \frac{2 \times 2,5 \times 10 \times (0,55 + 0,15)}{(0,15)^2} = \frac{35}{0,0225} = 1556 \text{ N/m.}$$

7) Sebuah mobil yang sedang bergerak dengan laju 60 km/jam direm sehingga berhenti pada jarak 20 m. Jika mobil tersebut mula-mula bergerak dengan laju 120 km/jam, berapa jauh mobil baru berhenti jika direm?

Jawab

Energi kinetik awal mobil: $K_1 = (1/2)mv^2$.

Energi kinetik akhir mobil: $K_2 = 0$.

Perubahan energi kinetik mobil: $\Delta K = K_2 - K_1 = 0 - (1/2)mv^2 = -(1/2)mv^2$.

Gaya gesekan oleh rem dengan arah gerak mobil berlawanan arah, atau $\theta = 180^\circ$.

Dengan demikian, kerja yang dilakukan oleh rem:

$$W = Fs \cos \theta = F s \cos 180^\circ = -F s$$

Dengan teorema usaha energi, maka

$$W = \Delta K$$

atau

$$-Fs = -(1/2)mv^2$$

Jika gaya yang dilakukan rem tetap sama, maka

$$s \propto v^2$$

Dengan demikian,

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2}$$

atau

$$s_2 = \frac{v_2^2}{v_1^2} s_1$$

Dengan menggunakan, $v_1 = 60$ km/jam, $v_2 = 120$ km/jam, dan $s_1 = 20$ m, maka

$$s_2 = \frac{(120)^2}{(60)^2} \times 20 = 80 \text{ m}$$

8) Sebuah kereta yang memiliki massa 50,0 kg ditarik sejauh 40,0 m dengan gaya 100,0 N yang membentuk sudut 37° terhadap arah perpindahan. Lantai bersifat licin dan menghasilkan gaya gesekan pada kereta sebesar 50,0 N. Tentukan kerja yang dilakukan oleh masing-masing gaya dan kerja total yang dilakukan oleh semua gaya.

Jawab

Kerja yang dilakukan oleh gaya F adalah

$$W = F s \cos \theta = 100,0 \times 40,0 \times \cos 37^\circ = 100,0 \times 40,0 \times (4/5) = 3\,200 \text{ J}$$

Gaya gesekan berlawanan dengan arah perpindahan sehingga $\theta = 180^\circ$. Kerja yang dilakukan oleh gaya gesekan menjadi

$$W_k = f_k s \cos \theta' = 50,0 \times 40,0 \times \cos 180^\circ = 50,0 \times 40,0 \times (-1) = -2\,000 \text{ J}$$

Kerja total

$$W_T = W + W_k = 3200 + (-2000) = 1\,200 \text{ J}$$

Soal-Latihan

1. Jika lintasan bulan mengelilingi bumi berbentuk ellips, apakah bumi melakukan kerja pada bulan selama bulan mengitari bumi?
2. Massa planet Mars adalah $6,4 \times 10^{23}$ kg, jari-jarinya $3,39 \times 10^6$ m, dan periode rotasinya $8,862 \times 10^4$ s. (a) Hitung perubahan energi potensial per satuan massa

yang dimiliki pesawat Mars Lander ketika berpindah dari jarak $2,0 \times 10^7$ m ke permukaan Mars. (b) Hitung laju minimum yang diperlukan benda untuk lepas dari tarikan Mars.

3. Seorang yang massanya 70 kg berlari menaiki tangga yang memiliki ketinggian vertikal 4,5 m. Waktu yang diperlukan untuk mencapai puncakn tangga adalah 4,0 m. (a) Berapa usaha yang dilakukan pelari tersebut. (b) Berapa daya yang dikeluarkan pelari tersebut?
4. Kereta yang memiliki berat 900 N mula-mula diam di lantai. Berapa kerja yang diperlukan untuk menggerakkan kereta pada laju konstan: (a) sejauh 6,0 meter sepanjang lantai yang melakukan gaya gesekan 180 N pada benda, (b) digerakkan secara vertikan setinggi 6,0 m?
5. Seorang laki-laki berenang melawan arus sungai. Jika ia tidak bergerak terhadap tepi sungai, apakah ia melakukan kerja? Jika laki-laki tersebut diam mengambang saja dan dibawa oleh arus sungai, apakah ia melakukan kerja?
6. (a) Jika energi kinetik sebuah benda diperbesar menjadi dua kali, berapa kali perubahan lajunya? (b) Jika laju sebuah benda diperbesar menjadi dua kali, menjadi berapa kalikan energi kinetiknya?
7. Sebuah bola baseball yang memiliki massa 140 g bergerak dengan laju 35 m/s. Bola tersebut ditangkap oleh pemain lawan. Saat ditangkap, tangan pemain mundur ke belakang sejauh 25 cm. Berapa gaya rata-rata yang dilakukan tangan pemain?
8. Berapa usaha yang diperlukan untuk menghentikan electron yang sedang bergerak dengan laju $1,9 \times 10^6$ m/s. Massa electron $9,1 \times 10^{-31}$ kg.

Bab 7

Elastisitas Bahan

Ambil sebuah pegas, lalu regangkan. Tampak bahwa panjang pegas bertambah. Namun, begitu dilepaskan, pegas kembali ke panjang semula. Sebaliknya, jika pegas ditekan dari dua ujungnya maka panjang pegas berkurang. Namun, begitu tekanan dihilangkan, pegas akan kembali ke panjang semula. Sifat pegas yang kembali ke keadaan semula setelah gaya yang bekerja padanya dihilangkan disebut *sifat elasis*.

Namun, besar tarikan atau tekanan yang diberikan tidak boleh terlalu besar. Jika pegas ditarik cukup jauh, bisa terjadi setelah tarikan dihilangkan, panjang akhir pegas lebih besar daripada panjang semula. Begitu pula jika pegas ditekan cukup jauh, bisa jadi panjang akhir pegas lebih kecil daripada panjang semula. Kondisi ini terjadi karena pegas telah melampaui batas elastisitasnya.

7.1 Modulus Elastisitas

Sifat elastis tidak hanya dimiliki oleh pegas, tetapi juga oleh bahan lainnya. Hampir semua bahan memperlihatkan sifat elastisitas. Ada bahan yang sangat elastis seperti karet dan ada yang kurang elastis seperti keramik. Sifat elastis adalah sifat bahan yang cenderung kembali ke bentuk semula ketika gaya yang bekerja pada benda dihilangkan. Kawat besi yang ditarik dengan gaya tertentu mengalami pertambahan panjang, dan jika gaya yang bekerja pada kawat tersebut dilepaskan, maka panjang kawat besi kembali ke semula.

Ada benda yang sangat mudah diubah-ubah panjangnya, dan ada yang sangat sulit diubah panjangnya. Benda yang bentuknya mudah diubah oleh gaya dikatakan lebih elastis. Untuk membedakan bahan berdasarkan keelastisannya, maka didefinisikan besaran yang namanya **modulus Young**. Benda yang lebih elastis (lebih lunak) memiliki modulus elastis yang lebih kecil.

Modulus Young

Misalkan sebuah benda memiliki panjang L . Jika benda tersebut ditarik dengan gaya tertentu, maka panjang benda bertambah ΔL . Besar pertambahan panjang tersebut berbanding lurus dengan panjang semula, atau

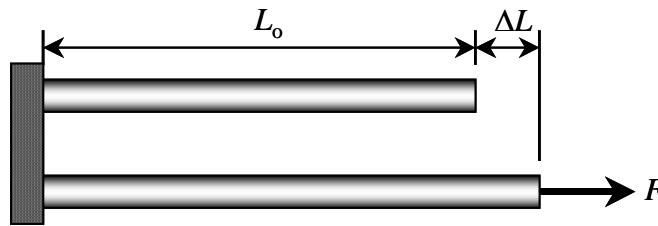
$$\Delta L \propto L \quad (7.1)$$

Hubungan ini yang menjadi alasan mengapa menambah panjang karet yang lebih

panjang lebih mudah dilakukan daripada menambah panjang karet yang lebih pendek. Untuk mengganti kesebandingan di atas dengan tanda sama dengan, kita perkenalkan sebuah konstanta, δ , sehingga

$$\Delta L = \delta L \quad (7.2)$$

Konstanta δ dikenal dengan **regangan atau strain**.



Gambar 7.1 Kawat ditarik dengan gaya tertentu mengalami pertambahan panjang

Ketika suatu gaya F ditekan atau digunakan untuk meregangkan sebuah benda yang memiliki luas penampang A , maka gaya tersebut disebar ke seluruh penampang benda. Makin luas penampang benda yang dikenai gaya, makin kecil gaya per satuan luas yang dirasakan permukaan, yang pada akhirnya akan berpengaruh pada perubahan panjang benda. Yang lebih menentukan perubahan panjang benda bukan besarnya gaya secara langsung, tetapi gaya per satuan luas penampang. Besar gaya per satuan luas penampang ini disebut tekanan atau stress,

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (7.3)$$

Dari hasil percobaan yang dilakukan orang pada sejumlah besar bahan diamati sifat yang menarik, yaitu ***perbandingan tekanan dan regangan untuk suatu benda selalu konstan***. Pernyataan ini dapat diungkapkan dengan persamaan berikut ini

$$Y = \frac{\sigma}{\delta} = \text{konstant} \quad (7.4)$$

Konstanta Y dikenal dengan **modulus Young** bahan. Dengan mensubstitusi persamaan (7.2) dan (7.3) ke dalam persamaan (7.4) kita dapat juga menulis

$$Y = \frac{F / A}{\Delta L / L}$$

atau

$$F = \left(\frac{YA}{L} \right) \Delta L \quad (7.5)$$

Bandingkan persamaan (7.5) dengan hukum Hooke untuk pegas $F = kx$. Tampak kemiripan bukan? Kemiripan ini muncul karena bahan pun menunjukkan sifat elastis seperti pegas. Dari kemiripan tersebut dapat kita simpulkan bahwa untuk bahan, “konstanta pegas” yang dimilikinya memenuhi persamaan

$$k = \frac{YA}{L} \quad (7.6)$$

Contoh 7.1

Suatu kawat baja memiliki diameter 2 mm dan panjang 4 m. Kawat tersebut digunakan untuk menggantung benda yang bermassa 5,0 kg. Modulus Young kawat adalah $200 \times 10^9 \text{ N/m}^2$. Berdasarkan informasi tersebut hitunglah

- Pertambahan panjang kawat
- “Konstanta pegas” untuk kawat

Jawab

Dari informasi soal kita dapatkan diameter kawat $d = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$, jari-jari kawat $r = d/2 = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$, luas penampang kawat $A = \pi r^2 = 3,14 \times (1 \times 10^{-3})^2 = 3,14 \times 10^{-6} \text{ m}^2$, panjang kawat $L = 4 \text{ m}$, dan berat beban $W = mg = 5,0 \times 10 = 50 \text{ N}$.

- Berdasarkan persamaan (7.3) dan (7.4) strain kawat adalah

$$\delta = \frac{\sigma}{Y} = \frac{1}{Y} \frac{W}{A} = \frac{50}{(200 \times 10^9)(3,14 \times 10^{-6})} = 8 \times 10^{-5}$$

Dengan menggunakan persamaan (7.2) pertambahan panjang kawat adalah

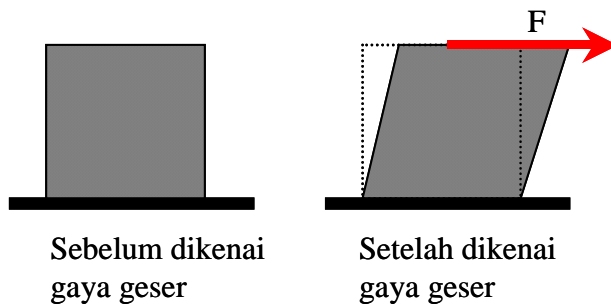
$$\Delta L = \delta L = (8 \times 10^{-5}) \times 4 = 3,2 \times 10^{-4} \text{ m}$$

b) Dengan menggunakan persamaan (7.6) konstanta pegas untuk kawat

$$k = \frac{YA}{L} = \frac{(200 \times 10^9) \times (3,14 \times 10^{-6})}{4} = 1,57 \times 10^5 \text{ N/m}$$

Modulus Geser

Disamping dapat menyebabkan panjang benda berubah (berkurang atau bertambah), gaya dapat juga menyebabkan bentuk benda berubah. Misalkan kalian memiliki sebuah balok karet. Salah satu sisinya dilengketkan di permukaan meja. Pada sisi atas kalian dorong dengan gaya menyinggung permukaan karet. Apa yang kalian amati? Tentu bentuk benda menjadi miring di mana sisi atas bergeser. Besarnya perubahan bentuk benda bergantung pada jenis bahan. Untuk membedakan respons benda terhadap gaya geser tersebut maka didefinisikan suatu besaran yang namanya **modulus geser**. Makin sulit benda berubah bentuk, maka makin besar nilai modulus gesernya.



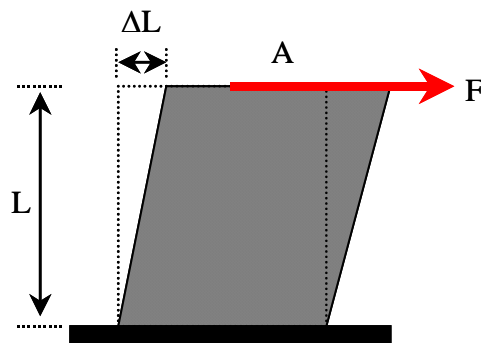
Gambar 7.2 Benda berbentuk balok yang dikenai gaya geser.

Berdasarkan percobaan yang dilakukan pada sejumlah benda diamati bahwa pergeseran posisi ujung atas benda saat dikenai gaya geser sebanding dengan tinggi benda, atau

$$\Delta L \propto L \tag{7.7}$$

Untuk mengubah tanda kesebandingan dengan tanda sama dengan, kita perkenalkan konstanta δ yang dinamai **strain geser**, sehingga

$$\Delta L = \delta L \tag{7.8}$$



Gambar 7.3 Besaran-besaran yang mempengaruhi bentuk benda.

Besarnya perubahan posisi ujung benda tidak bergantung langsung pada besarnya gaya geser, tetapi bergantung pada gaya geser per satuan luas permukaan yang disentuh gaya. Maka kita perlu memperkenalkan besaran yang namanya **tekanan geser**,

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (7.9)$$

Tekanan geser agak berbeda dengan tekanan yang mengubah panjang benda. Pada perhitungan tekanan geser, arah gaya sejajar dengan arah permukaan. Sedangkan pada saat membahas perubahan panjang benda, arah gaya yang bekerja tegak lurus permukaan. Berdasarkan eksperimen untuk sejumlah besar bahan diperoleh hubungan yang menarik, yaitu

Perbandingan antara tegangan geser dan regangan geser selalu konstan,

atau

$$G = \frac{\sigma}{\delta} = \text{konstant} \quad (7.10)$$

Konstanta G dinamakan **modulus geser**. Dengan mensubstitusi persamaan (7.8) dan (7.9) ke dalam persamaan (7.10) kita dapat menulis

$$G = \frac{F / A}{\Delta L / L}$$

atau

$$F = \left(\frac{GA}{L} \right) \Delta L \quad (7.11)$$

Persamaan (7.11) juga mengambil bentuk hukum Hooke, dengan “konstanta pegas”

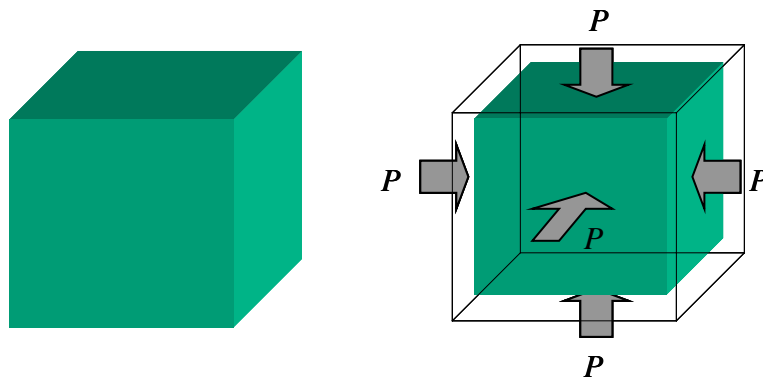
$$k = \frac{GA}{L} \quad (7.12)$$

Modulus Volum

Jika sebuah benda ditekan dari semua sisi, maka volum benda akan berkurang.

Dari sejumlah eksperimen diamati bahwa pengurangan volum ΔV memenuhi

- i) Berbanding lurus dengan volum semula
- ii) Sebanding dengan perubahan tekanan yang diberikan



Gambar 7.4 Benda mengalami penyusutan volum ketika dikenai tekanan dari segala arah

Dari pengamatan tersebut dapat diturunkan hubungan antara perubahan volum, volum awal benda, dan perubahan tekanan sebagai berikut

$$\Delta V \propto V_o \Delta P \quad (7.13)$$

Kalau kesebandingan di atas diganti dengan tanda sama dengan, maka kita perkenalkan suatu konstanta pembanding, B , sehingga

$$\Delta V = -\frac{1}{B} V_o \Delta P \quad (7.14)$$

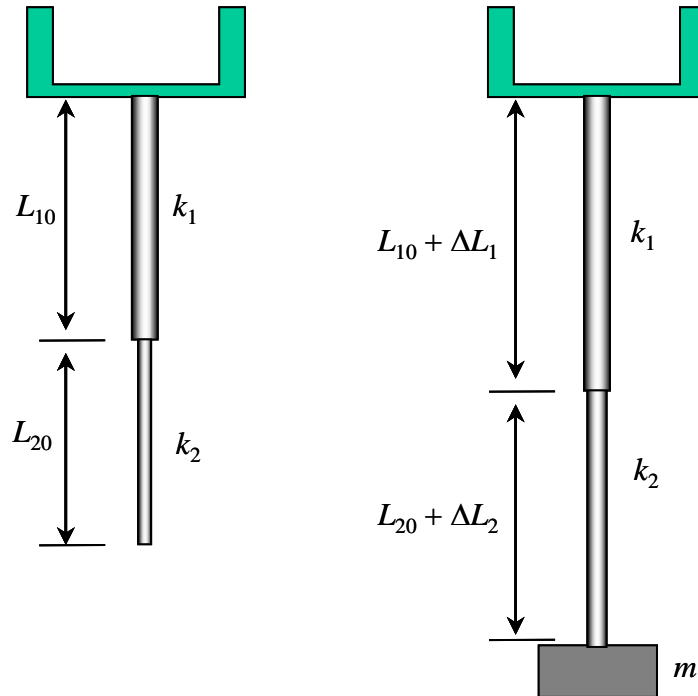
Konstanta B dikenal dengan **modulus volum** dari benda. Tanda negatif menginformasikan bahwa, makin besar perubahan tekanan yang diberikan maka makin kecil volum akhir benda atau tekanan menyebabkan pengurangan volum benda.

7.2 Susunan Kawat

Dalam aplikasi, kadang orang tidak hanya menggunakan satu material, tetapi sejumlah material yang disusun dengan cara tertentu guna mendapatkan sifat yang diinginkan. Pertanyaan kita adalah, berapakah “konstanta pegas” pengganti dari susunan material-material tersebut? Kita akan membahas susunan material secara seri dan parallel, karena ini adalah susunan yang paling mudah.

Susunan kawat secara seri

Misalkan kita menyambungkan dua kawat dengan konstanta pegas k_1 dan k_2 .



Gambar 7.3 Susunan kawat secara seri.

Sebelum diberi beban, panjang masing-masing kawat adalah L_{10} dan L_{20} . Ketika

diberikan beban yang menarik dengan gaya $W = mg$, maka

Kawat atas bertambah sejauh ΔL_1

Kawat bawah bertambah sejauh ΔL_2

Pertambahan panjang total susunan kawat adalah $\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2$.

Gaya yang bekerja pada kawat atas dan kawat bawah sama besarnya, dan sama dengan gaya yang diberikan oleh beban. Jadi

$$W = k_1 \Delta L_1 \quad \text{atau} \quad \Delta L_1 = \frac{W}{k_1} \quad (7.15)$$

$$W = k_2 \Delta L_2 \quad \text{atau} \quad \Delta L_2 = \frac{W}{k_2} \quad (7.16)$$

Jika k_{ef} adalah konstanta pengganti untuk susunan dua kawat di atas, maka berlaku

$$W = k_{ef} \Delta L \quad \text{atau} \quad \Delta L = \frac{W}{k_{ef}} \quad (7.17)$$

Dari persamaan panjang total

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2$$

kita dapatkan

$$\frac{W}{k_{ef}} = \frac{W}{k_1} + \frac{W}{k_2}$$

Hilangkan W pada kedua ruas, kita peroleh konstanta pegas pengganti memenuhi persamaan

$$\frac{1}{k_{ef}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (7.18)$$

Contoh 7.2

Dua buah kawat yang tersambung secara seri tergantung pada suatu atap. Konstanta pegas masing-masing kawat adalah 800 N/m dan 400 N/m. Pada ujung

bawah sambungan kawat diikatkan sebuah benda yang bermassa 0,5 kg. Berapa frekuensi osilasi benda?

Jawab

Kita tentukan dahulu konstanta efektif susunan dua kawat

$$\frac{1}{k_{ef}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{800} + \frac{1}{400} = \frac{1}{800} + \frac{2}{800} = \frac{3}{800}$$

atau

$$k_{ef} = 800/3 = 267 \text{ N/s}$$

Frekuensi osilasi memenuhi

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{ef}}{m}} = \sqrt{\frac{267}{0,5}} = \sqrt{534} = 23 \text{ rad/s.}$$

Susunan Paralel

Misalkan kita memiliki dua pegas yang tersusun secara parallel seperti pada Gambar 7.4. Sebelum mendapat beban, panjang masing-masing kawat adalah L_0 . Ketika diberi beban, kedua kawat mengalami pertambahan panjang yang sama besar ΔL . Gaya W yang dihasilkan beban, terbagi pada dua kawat, masing-masing besarnya F_1 dan F_2 . Berdasarkan hukum Hooke, maka

$$F_1 = k_1 \Delta L \quad (7.19)$$

$$F_2 = k_2 \Delta L \quad (7.20)$$

Jika k_{ef} adalah konstanta efektif susunan kawat, maka terpenuhi

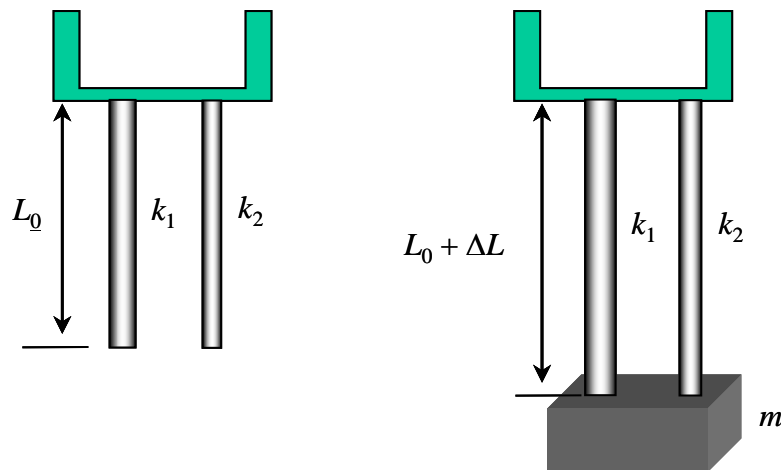
$$W = k_{ef} \Delta L \quad (7.21)$$

Karena gaya ke bawah dan jumlah gaya ke atas pada beban harus sama maka

$$W = F_1 + F_2$$

atau

$$k_{ef} \Delta L = k_1 \Delta L + k_2 \Delta L$$



Gambar 7.4 Dua kawat yang tersusun secara parallel. (kiri) sebelum diberi beban dan (kanan) setelah diberi beban

Dengan menghilangkan ΔL pada kedua ruas, diperoleh

$$k_{ef} = k_1 + k_2 \quad (7.22)$$

Contoh 7.2

Berapa periode osilasi benda yang digantungkan pada dua pegas yang disusun secara parallel masing-masing dengan konstanta 250 N/m dan 550 N/s? Massa beban adalah 600 g.

Jawab

Kita hitung dahulu konstanta efektif pegas

$$k_{ef} = k_1 + k_2 = 250 + 550 = 800 \text{ N/m}$$

Frekuensi osilasi benda

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{ef}}{m}} = \sqrt{\frac{800}{0,6}} = \sqrt{1333} = 36,5 \text{ rad/s}$$

Periode osilasi pegas

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3,14}{36,5} = 0,17 \text{ s.}$$

Soal dan Penyelesaian

1) Ketika ditarik dengan gaya 8 N, sebuah pegas mengalami pertambahan panjang 2 cm.

Tentukan

- a) Konstanta pegas
- b) Simpangan pegas jika diberikan gaya 10 N
- c) Simpangan pegas jika digantung dengan beban 2 kg.
- d) Frekuensi osilasi pegas ketika digantung dengan beban 400 g

Jawab

a) Ketika diberi gaya $F = 8 \text{ N}$, pegas mengalami pertambahan panjang $x = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$.

Maka, konstanta pegas adalah

$$k = \frac{F}{x} = \frac{8}{0,02} = 400 \text{ N/m}$$

b) Jika diberikan gaya $F_1 = 10 \text{ N}$ maka simpangan pegas adalah

$$x_1 = \frac{F_1}{k} = \frac{10}{400} = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm}$$

c) Jika digantungkan dengan beban 2 kg, maka pegas mengalami gaya tarik $W = mg = 2 \times 10 = 20 \text{ N}$. Simpangan pegas adalah

$$x_2 = \frac{W}{k} = \frac{20}{400} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm.}$$

d) Jika digantungi beban $m = 400 \text{ g} = 0,4 \text{ kg}$ maka frekuensi osilasi adalah

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{400}{0,4}} = \sqrt{1000} = 32 \text{ rad/s.}$$

2) Empat buah pegas sejenis dengan konstanta 500 N/m disusun secara seri. Susunan

pegas tersebut digantungi benda bermassa 2 kg. Hitunglah

- a) Pertambahan panjang susunan pegas
- b) Pertambahan panjang masing-masing pegas.

Jawab

Konstanta masing-masing pegas $k = 500 \text{ N/m}$

Konstanta efektif pegas memenuhi

$$\frac{1}{k_{ef}} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k} + \frac{1}{k} + \frac{1}{k} = \frac{4}{k}$$

atau

$$k_{ef} = \frac{k}{4} = \frac{500}{4} = 125 \text{ N/m}$$

- a) Jika diberi beban $m = 2 \text{ kg}$ maka pegas mendapat gaya tarik $W = mg = 2 \times 10 = 20 \text{ N}$. Total pertambahan panjang pegas adalah

$$\Delta L = \frac{W}{k_{ef}} = \frac{20}{125} = 0,16 \text{ m.}$$

- b) Pertambahan panjang masing-masing pegas sama besar, yaitu

$$\Delta L_1 = \Delta L_2 = \Delta L_3 = \Delta L_4 = \frac{W}{k} = \frac{20}{500} = 0,04 \text{ m}$$

- 3) Dua buah pegas disusun secara seri dan dinantungkan secara vertikal. Konstanta salah satu pegas adalah 750 N/m . Pada ujung bawah susunan pegas digantung beban 5 N sehingga terjadi pertambahan panjang total 2 cm . Hitunglah

- a) Konstanta pegas yang kedua
- b) Pertambahan panjang masing-masing pegas

Jawab

- a) Dengan beban $W = 5 \text{ N}$, susunan pegas mengalami pertambahan panjang $\Delta L = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$. Maka konstanta efektif pegas

$$k_{ef} = \frac{W}{\Delta L} = \frac{5}{0,02} = 250 \text{ N/m}$$

Karena dua pegas disusun secara seri maka

$$\frac{1}{k_{ef}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

atau

$$\frac{1}{250} = \frac{1}{750} + \frac{1}{k_2}$$

atau

$$\frac{1}{k_2} = \frac{1}{250} - \frac{1}{750} = \frac{3}{750} - \frac{1}{750} = \frac{2}{750} = \frac{1}{375}$$

Sehingga

$$k_2 = 375 \text{ N/m}$$

b) Tiap pegas mengalami gaya tarikan yang sama $W = 5 \text{ N}$. Dengan demikian, pertambahan panjang masing-masing pegas adalah

$$\Delta L_1 = \frac{W}{k_1} = \frac{5}{750} = 0,007 \text{ m} = 0,7 \text{ cm}$$

$$\Delta L_2 = \frac{W}{k_2} = \frac{5}{375} = 0,013 \text{ m} = 1,3 \text{ cm}$$

4) Kabel aluminium memiliki diameter 1,5 mm dan panjang 5,0 m. Kabel tersebut kemudian digunakan untuk menggantung benda yang memiliki massa 5,0 kg. modulus Young aluminium adalah $Y = 7 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$.

a) Berapa stress yang bekerja pada kawat?

b) Berapa strain kawat

c) Berapa pertambahan panjang kawat?

d) Berapa “konstanta pegas” kawat?

Jawab

Diameter kawat $d = 1,5 \text{ mm}$. Jari-jari kawat $r = d/2 = 1,5/2 = 0,75 \text{ mm} = 7,5 \times 10^{-4} \text{ m}$.

Luas penampang kawat $A = \pi r^2 = 3,14 \times (7,5 \times 10^{-4})^2 = 1,8 \times 10^{-6} \text{ m}^2$.

Beban yang ditanggung kawat: $W = mg = 5,0 \times 10 = 50 \text{ N}$.

a) Stress yang bekerja pada kawat

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{10}{1,8 \times 10^{-6}} = 5,6 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$

b) Strain kawat aluminium adalah

$$\delta = \frac{\sigma}{Y} = \frac{5,6 \times 10^6}{7 \times 10^{10}} = 8 \times 10^{-5}$$

c) Pertambahan panjang kawat

$$\Delta L = \delta \times L_o = (8 \times 10^{-5}) \times 5 = 4 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,4 \text{ mm}$$

d) Konstanta pegas kawat

$$k = \frac{YA}{L} = \frac{(7 \times 10^{10}) \times (1,8 \times 10^{-6})}{5} = 2,52 \times 10^4 \text{ N/m}$$

5) Kawat kuningan sepanjang 2 m disambungkan dengan kawat baja sepanjang 3 m. Diameter kawat kuningan adalah 2 mm dan diameter kawat baja adalah 1,5 mm. Kawat yang disambung tersebut digunakan untuk menggantung beban 10 kg. Berapa pertambahan panjang masing-masing kawat? Modulus Young kawat kuningan $Y = 10^{11} \text{ N/m}^2$ dan modulus Young kawat baja $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$.

Jawab

Kedua kawat mendapatkan beban tarikan yang sama, yaitu $W = mg = 10 \times 10 = 100 \text{ N}$.

Untuk kawat kuningan:

Diameter $d = 2 \text{ mm}$.

Jari-jari $r = d/2 = 2/2 = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$.

Luas penampang kawat $A = \pi r^2 = 3,14 \times (10^{-3})^2 = 3,14 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

Stress yang bekerja: $\sigma = W / A = 100 / (3,14 \times 10^{-6}) = 3,2 \times 10^7 \text{ N/m}^2$

Strain kawat: $\delta = \sigma / Y = 3,2 \times 10^7 / 10^{11} = 3,2 \times 10^{-4}$

Pertambahan panjang kawat: $\Delta L = \delta \times L_o = (3,2 \times 10^{-4}) \times 2 = 6,4 \times 10^{-4} = 0,64 \text{ mm}$

Untuk kawat baja:

Diameter $d = 1,5 \text{ mm}$.

Jari-jari $r = d/2 = 1,5/2 = 0,75 \text{ mm} = 7,5 \times 10^{-4} \text{ m}$.

Luas penampang kawat $A = \pi r^2 = 3,14 \times (7,5 \times 10^{-4})^2 = 1,8 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

Stress yang bekerja $\sigma = W / A = 100 / (1,8 \times 10^{-6}) = 5,6 \times 10^7 \text{ N/m}^2$

Strain kawat: $\delta = \sigma / Y = 5,6 \times 10^7 / (2 \times 10^{11}) = 2,8 \times 10^{-4}$

Pertambahan panjang kawat: $\Delta L = \delta \times L_o = (2,8 \times 10^{-4}) \times 3 = 8,4 \times 10^{-4} = 0,84 \text{ mm}$

8) Air dalam silinder memiliki volume 1 L pada tekanan 1 atm. Berapa perubahan volum air ketika diberi tekanan 100 atm? Modulus volum air adalah $2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$

Jawab

Informasi yang diberikan soal $V_o = 1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3$, $P_o = 1 \text{ atm}$, dan $P' = 100 \text{ atm}$.

$\Delta P = P' - P_o = 100 - 1 = 99 \text{ atm} = 99 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 9,9 \times 10^6 \text{ N/m}^2$

Perubahan volum air

$$\Delta V = -\frac{1}{B} V_o \Delta P = -\frac{1}{2 \times 10^9} \times (10^{-3}) \times (9,9 \times 10^6) = 5 \times 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Soal Latihan

- 1) Tiga buah pegas masing-masing dengan konstanta $k_1 = 200 \text{ N/m}$, $k_2 = 400 \text{ N/m}$, dan $k_3 = 500 \text{ N/m}$ disusun secara parallel untuk menggantung sebuah beban yang bermassa 2,2 kg. Panjang ke tiga pegas sama, yaitu 20 cm. Hitunglah a) Panjang pegas setelah benda digantungkan dan benda tidak berosilasi, b) Jika beban disimpangkan sejauh 2 cm dari posisi keseimbangan baru kemudian dilepaskan, berapa periode osilasi beban?
- 2) Sebuah mobil memiliki massa 1000 kg. Mobil tersebut kemudian dinaiki empat orang penumpang dengan massa masing-masing 60 kg. Akibatnya, posisi badan mobil turun sejauh 2 cm. Berapa konstanta pegas per mobil? Aanggap mobil memiliki empat buah per yang terletak pada tiap-tiap roda.
- 3) Sebuah pegas yang memiliki konstanta 400 N/m berada di atas bidang datar yang licin. Aalah satu ujung dikaitkan pada dinding dan pada ujung lainnya diikatkan benda bermassa 800 g. Saat berada di posisi seimbang, tiba-tiba benda didorong dengan kecepatan awal 0,5 m/s. Tentukan a) Kecepatan pegas sebagai fungsi waktu, b) Simpangan benda sebagai fungsi waktu, c) Percepatan osilasi benda sebagai fungsi waktu.
- 4) Tali nilon pada raket tertarik dengan gaya 250 N. Jika diameter tali 1,0 mm, berapa

pertambahan panjang tali jika panjang mula-mula 30 cm? Modulus Young nilon adalah $5 \times 10^9 \text{ N/m}^2$.

- 5) Sebuah silinder marmer yang meminili luas penampang $2,0 \text{ cm}^2$ menahan beban 25 000 kg. (a) Berapakah stress yang dialami marmer tersebut? (b) Berapakah strain maremer tersebut? (c) Berapa pengurangan tinggi silinder jika tinggi mula-mula adalah 12 m?
- 6) Sebuah tiang baja yang memiliki luas penampang $0,15 \text{ m}^2$ digunakan untuk menyangga secara vertikal sebuah papan reklame yang memiliki massa 2 000 kg. (b) Berapakah stress pada tiang tersebut? (b) Berapa strain tiang tersebut? (c) Jika tinggi tiang 9,5 m, berapa perubahan panjang tiang dari panjang semula?
- 7) Satu liter alcohol dalam kantong yang fleksibel dibawa ke dasar lautan di mana tekanan sama dengan $2,6 \times 10^6 \text{ N/m}^2$. Berapakah volume alcohol di dasar laut tersebut?
- 8) Otot hewan yang panjangnya 15,0 cm mengalami pertambahan panjang 3,7 mm ketika ditarik dengan gaya 13,4 N. Jika otot dianggap berbentuk silinder dengan diameter rata-rata 8,5 mm, berapakah modulus Young otot tersebut?
- 9) Berapakah tekanan yang diperlukan untuk mengurangi volum besi sebesar 0,1 persen?
- 10) Pada kedalaman 2 000 meter di bawah permukaan laut, besarnya tekanan sekitar 200 atm. Berapa persen perubahan volum besi pada kedalaman ini?

Bab 8

Momentum Linier dan Impuls

Salah satu besaran yang penting dalam fisika adalah momentum. Dari data momentum dan data perubahan momentum kita dapat menentukan besaran-besaran lain seperti kecepatan, percepatan dan gaya. Bahkan, gerak mesin roket lebih mudah diungkapkan dalam hukum kekekalan momentum. Pada bab ini kita akan bahas momentum beserta implikasinya terhadap besaran-besaran fisika yang lain



Gambar 8.1 Prinsip gaya dorong pada mesin roket memanfaatkan hukum-hukum tentang momentum

8.1 Momentum satu benda

Momentum didefinisikan sebagai besaran yang merupakan perkalian massa dan kecepatan, atau

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (8.1)$$

dengan \vec{p} momentum, m massa benda, dan \vec{v} kecepatan benda. Dari rumus di atas tampak bahwa momentum merupakan besaran vektor yang arahnya persis sama dengan arah kecepatan benda.

Contoh 8.1

Sebuah mobil yang memiliki massa 1 250 kg berpindah sejauh sebesar $\Delta\vec{r} = 20\hat{i} - 10\hat{j}$

km dalam waktu setengah jam. Berapakah momentum rata-rata mobil tersebut?

Jawab

Pertama kita tentukan kecepatan rata-rata mobil

$$\begin{aligned}\langle \vec{v} \rangle &= \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{20\hat{i} - 10\hat{j}}{0,5} = 40\hat{i} - 20\hat{j} \text{ km/jam} \\ &= (40\hat{i} - 20\hat{j}) \times 1000 / 3600 = 11,1\hat{i} - 5,6\hat{j} \text{ m/s}\end{aligned}$$

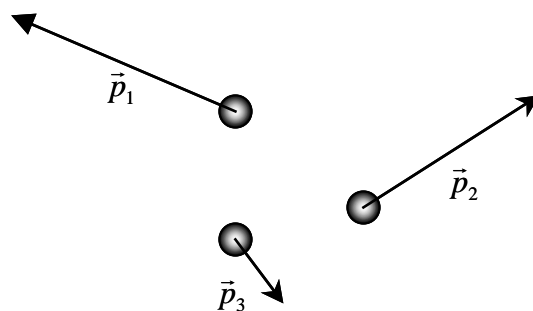
Momentum rata-rata mobil adalah

$$\langle \vec{p} \rangle = m \langle \vec{v} \rangle = 1250 \times (11,1\hat{i} - 5,6\hat{j}) = 13\,875\hat{i} - 7\,000\hat{j} \text{ kg m/s}$$

8.2 Momentum Sistem Benda

Sistem yang kita kaji tidak terbatas pada satu benda saja. Justru lebih sering kita jumpai sistem yang terdiri dari banyak benda. Jika sistem yang kita amati terdiri dari sejumlah partikel maka momentum total system merupakan jumlah vector dari momentum masing-masing partikel. Penjumlahan harus dilakukan secara vektor karena momentum merupakan besaran vektor. Misalkan sistem terdiri dari tiga partikel dengan momentum masing-masing \vec{p}_1 , \vec{p}_2 , dan \vec{p}_3 . Momentum total sistem adalah

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 \quad (8.2)$$



Gambar 8.2 Sistem benda

Ingat, penjumlahan harus dilakukan secara vektor. Tetapi kalian juga bisa melakukan penjumlahan secara skalar untuk masing-masing komponen momentum. Kalian dapatkan bentuk penjumlahan pada komponen-komponen momentum, yaitu

$$p_x = p_{1x} + p_{2x} + p_{3x} \quad (8.3)$$

$$p_y = p_{1y} + p_{2y} + p_{3y} \quad (8.4)$$

$$p_z = p_{1z} + p_{2z} + p_{3z} \quad (8.5)$$

Contoh 8.2

Benda yang bermassa masing-masing 2,0 kg dan 3,5 kg bergerak masing-masing dengan kecepatan $3\hat{i} + 2\hat{j}$ m/s dan $-5\hat{i} + 4\hat{j}$ m/s. Berapakah momentum total sistem dua partikel tersebut?

Jawab

Momentum masing-masing benda

$$\vec{p}_1 = m\vec{v}_1 = 2,0 \times (3\hat{i} + 2\hat{j}) = 6,0\hat{i} + 4,0\hat{j} \text{ kg m/s}$$

$$\vec{p}_2 = m\vec{v}_2 = 3,5 \times (-5\hat{i} + 4\hat{j}) = -17,5\hat{i} + 14,0\hat{j} \text{ kg m/s}$$

Momentum total sistem

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = (6,0\hat{i} + 4,0\hat{j}) + (-17,5\hat{i} + 14,0\hat{j}) = -11,5\hat{i} + 18,0\hat{j} \text{ kg m/s}$$

Secara umum, jika terdapat N buah benda dalam sistem tersebut masing-masing dengan momentum $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3, \dots, \vec{p}_N$ maka momentum total sistem adalah

$$\begin{aligned} \vec{p} &= \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots + \vec{p}_N \\ &= \sum_{i=1}^N \vec{p}_i \end{aligned} \quad (8.6)$$

Namun kita juga dapat mengungkapkan dalam penjumlahan komponen-komponen momentum, yaitu

$$p_x = p_{1x} + p_{2x} + p_{3x} + \dots + p_{Nx} = \sum_{i=1}^N p_{ix} \quad (8.7)$$

$$p_y = p_{1y} + p_{2y} + p_{3y} + \dots + p_{Ny} = \sum_{i=1}^N p_{iy} \quad (8.8)$$

$$p_z = p_{1z} + p_{2z} + p_{3z} + \dots + p_{Nz} = \sum_{i=1}^N p_{iz} \quad (8.9)$$

8.3 Impuls

Telah kita bahas di kelas satu bahwa hukum II Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$, dapat juga ditulis sebagai

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad (8.10)$$

dengan \vec{F} gaya yang bekerja pada benda, $\Delta \vec{p}$ perubahan momentum benda, dan Δt lama perubahan momentum. Peristiwa tumbukan biasanya berlangsung dalam waktu yang sangat singkat. Akibatnya, seperti yang diungkapkan oleh persamaan (8.10), perubahan momentum yang kecil sekalipun sanggup menghasilkan gaya yang luar biasa besarnya. Ini yang menjadi penyebab mengapa pada peristiwa tumbukan bisa terjadi kerusakan hebat.

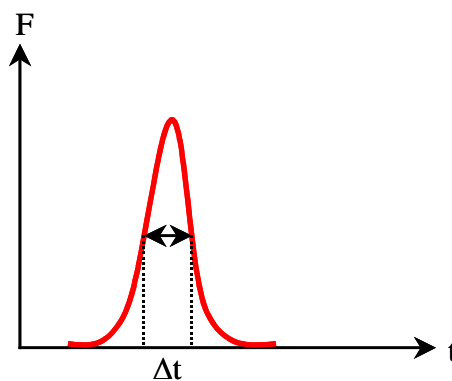


Gambar 8.3 Tabrakan (tumbukan) kereta api menghasilkan kerusakan yang hebat karena terjadi dalam waktu yang sangat singkat sehingga dihasilkan gaya yang sangat besar

Persamaan (8.10) dapat diatur ulang sebagai berikut

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \Delta t \quad (8.11)$$

Dalam peristiwa tumbukan, gaya \vec{F} adalah gaya yang bekerja pada benda selama tumbukan dan Δt adalah lama waktu tumbukan. Peristiwa tumbukan biasanya berlangsung dalam waktu yang sangat pendek. Nilai Δt umumnya kurang dari 1 detik. Jika digambarkan dalam bentuk grafik, kebergantungan F terhadap t memiliki pola mirip seperti Gbr 8.4



Gambar 8.4 Kebergantungan F terhadap t untuk kebanyakan proses tumbukan.

Perkalian antara F dan Δt adalah luas daerah di bawah kurva. Karena peristiwa tumbukan ini terjadi dalam waktu yang sangat pendek maka perkalian tersebut dinamaka **impuls**. Jadi impuls didefinisikan sebagai

$$\vec{I} = \vec{F} \Delta t \quad (8.12)$$

Contoh 8.3

Sebuah benda jatuh ke lantai dengan kecepatan 10 m/s kemudian dipantulkan kembali dengan kecepatan 8 m/s. Jika massa benda adalah 0,8 kg dan lama peristiwa tumbukan antara benda dan lantai adalah 0,2 s, berapakah impuls yang dilakukan oleh lantai pada benda dan gaya yang dilakukan lantai pada benda?

Jawab

Ambil arah ke bawah positif dan arah ke atas negatif

Momentum benda sebelum tumbukan

$$p_1 = 0,8 \times 10 = 8 \text{ kg m/s}$$

Momentum benda setelah tumbukan

$$p_2 = 0,8 \times (-8) = -6,4 \text{ kg m/s}$$

Impuls yang dilakukan lantai pada benda sama dengan perubahan momentum benda, yaitu

$$I = p_2 - p_1 = -6,4 - 8 = -14,4 \text{ kg m/s}$$

Gaya yang dilakukan lantai pada benda

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-14,4}{0,2} = -72 \text{ N}$$

8.4 Hukum Kekekalan Momentum

Dari persamaan (8.10) kita melihat bahwa jika gaya yang bekerja pada sistem nol maka

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = 0 \quad (8.13)$$

Hubungan ini menyatakan bahwa jika gaya yang bekerja pada sistem nol maka momentum sistem tidak bergantung pada waktu. Ini merupakan ungkapan hukum kekekalan momentum, yaitu

Momentum sistem kekal jika tidak ada gaya luar yang bekerja pada sistem.

Misalkan system terdiri dari sejumlah partikel dan antar partikel terjadi tumbukan satu sama lain. Gaya tumbukan antar partikel merupakan gaya internal dalam sistem, bukan merupakan gaya luar. Jika tidak ada gaya luar yang bekerja pada system (meskipun gaya internal antar komponen system ada) maka momentum total sistem kekal. Momentum masing-masing partikel bisa berubah. Tetapi kalau dijumlahkan maka

nilai total sebelum dan sesudah tumbukan selalu sama. Dengan gaya luar yang nol maka berlaku

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' + \vec{p}_3' \quad (8.14)$$

dengan tanda ' menyatakan momentum setelah tumbukan. Persamaan (8.14) dapat diungkapkan juga dalam komponen-komponen sebagai berikut

$$p_{1x} + p_{2x} + p_{3x} = p_{1x}' + p_{2x}' + p_{3x}' \quad (8.15)$$

$$p_{1y} + p_{2y} + p_{3y} = p_{1y}' + p_{2y}' + p_{3y}' \quad (8.16)$$

$$p_{1z} + p_{2z} + p_{3z} = p_{1z}' + p_{2z}' + p_{3z}' \quad (8.17)$$

Contoh 8.4

Sebuah benda bermassa 0,5 kg bergerak dengan kecepatan $\vec{v}_1 = 4\hat{i}$ m/s.

Benda kedua yang bermassa 0,8 kg bergerak dengan kecepatan $\vec{v}_2 = -4\hat{i} + 3\hat{j}$ m/s.

Jika setelah tumbukan benda pertama memiliki kecepatan $\vec{v}_1' = -2\hat{i} + 1\hat{j}$ m/s, tentukan kecepatan benda kedua setelah tumbukan.

Jawab

Momentum benda pertama sebelum tumbukan

$$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1 = 0,5 \times (4\hat{i}) = 2,0\hat{i} \text{ kg m/s}$$

Momentum benda pertama setelah tumbukan

$$\vec{p}_1' = m_1 \vec{v}_1' = 0,5 \times (-2\hat{i} + 1\hat{j}) = -1,0\hat{i} + 0,5\hat{j} \text{ kg m/s}$$

Momentum benda kedua sebelum tumbukan

$$\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2 = 0,8 \times (-4\hat{i} + 3\hat{j}) = -3,2\hat{i} + 2,4\hat{j} \text{ kg m/s}$$

Karena tidak ada gaya luar yang bekerja maka berlaku hukum kekekalan momentum

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

atau

$$\begin{aligned}\vec{p}_2' &= \vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_1' = (2,0\hat{i}) + (-3,2\hat{i} + 2,4\hat{j}) - (-1,0\hat{i} + 0,5\hat{j}) \\ &= -0,2\hat{i} + 1,9\hat{j} \text{ kg m/s}\end{aligned}$$

Dengan demikian kecepatan benda kedua setelah tumbukan

$$\vec{v}_2' = \frac{\vec{p}_2'}{m_2} = \frac{-0,2\hat{i} + 1,9\hat{j}}{0,8} = -0,25\hat{i} + 2,4\hat{j} \text{ m/s}$$

Contoh 8.5

Sebuah benda bermassa 1,0 kg melakukan tumbukan berhadap-hadapan dengan benda lain yang bermassa 8,0 kg. Setelah tumbukan kedua benda bersatu. Laju benda pertamasebelum tumbukan adalah 20,0 m/s dan laju benda kedua sebelum tumbukan adalah 5,0 m/s. Tentukan laju gabungan benda setelah tumbukan.

Jawab

Karena tumbukan berlangsung segaris, kita gunakan metode skalar.

Momentum benda pertama sebelum tumbukan

$$p_1 = m_1 v_1 = 1,0 \times 20,0 = 20,0 \text{ kg m/s}$$

Momentum benda kedua sebelum tumbukan

$$p_2 = m_2 v_2 = 8,0 \times (-5,0) = -40,0 \text{ kg m/s}$$

Tanda negatif diberikan karena arah momentum benda kedua berlawanan dengan arah momentum benda pertama. Momentum total sebelum tumbukan adalah

$$p = p_1 + p_2 = 20 + (-40) = -20 \text{ kg m/s}$$

Momentum total setelah tumbukan hanya momentum benda yang telah menyatu, yaitu

$$p' = (m_1 + m_2)v' = (1,0 + 8,0)v' = 9v'$$

Dengan menggunakan hukum kekekalan momentum maka

$$p = p'$$

$$-20 = 9v'$$

atau

$$v' = -20/9 = -2,2 \text{ m/s}$$

Jadi setelah tumbukan, gabungan kedua benda bergerak searah dengan arah datang benda kedua.

8.5 Tumbukan Dua Benda yang bergerak segaris

Pada proses tumbukan apapun, momentum selalu kekal selama tidak ada gaya luar yang bekerja. Tetapi tidak demikian halnya dengan energi kinetik. Tumbukan biasanya diikuti munculnya panas pada permukaan dua benda yang melakukan kontak. Panas tersebut berasal dari energi kinetik benda yang mengalami tumbukan. Akibatnya, setelah tumbukan terjadi, umumnya energi kinetik total lebih kecil daripada energi kinetik total sebelum tumbukan.



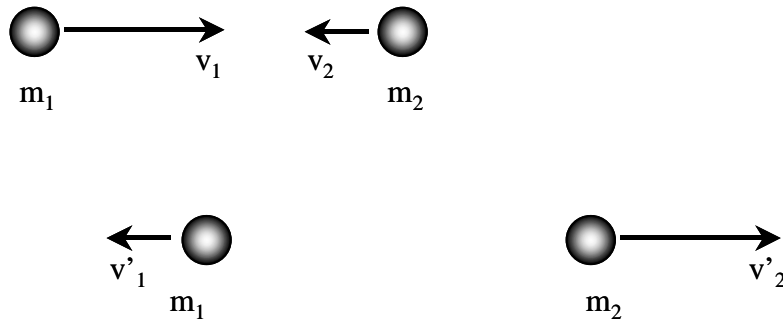
Gambar 8.5 Proses tumbukan yang diyakini melahirkan Pluto beserta tiga saudaranya seperti Charon.

Pada bagian ini, kita akan analisis lebih detail tumbukan dua benda yang bergerak dalam garis lurus. Perhatikan Gbr. 8.6. Jika tidak ada gaya luar yang bekerja maka berlaku hukum kekekalan momentum linier sehingga

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2' \quad (8.18)$$

Di sini kita anggap massa benda yang mengalami tumbukan masing-masing tidak berubah. Dalam proses tumbukan, di samping kecepatan, massa masing-masing benda

sebelum dan sesudah tumbukan bisa saja berubah. Contohnya, setelah tumbukan, kedua benda bergabung, atau setelah tumbukan ada benda yang pecah.



Gambar 8.6 Dua benda melakukan tumbukan

Energi kinetik benda sebelum dan sesudah tumbukan masing-masing

$$K = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \quad (8.19)$$

$$K' = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \quad (8.20)$$

Pada proses tumbukan apa saja akan selalu terpenuhi (kecuali ledakan)

$$K' \leq K \quad (8.21)$$

Dari persamaan (8.18) kita dapat menulis

$$m_1(v_1 - v_1') = -m_2(v_2 - v_2') \quad (8.22)$$

Dari persamaan (8.19) dan (8.20) serta ketidaksamaan (8.21) kita dapat menulis

$$\frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \leq \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

atau

$$m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 \leq m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$$

atau

$$-m_2(v_2^2 - v_2'^2) \leq m_1(v_1^2 - v_1'^2) \quad (8.23)$$

Dengan menggunakan kesamaan aljabar $(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)$, kita dapat menulis persamaan (8.23) menjadi

$$-m_2(v_2 - v_2')(v_2 + v_2') \leq m_1(v_1 - v_1')(v_1 + v_1') \quad (8.24)$$

Selanjutnya kita membagi ruas kiri persamaan (8.24) dengan ruas kiri persamaan (8.22) serta ruas kanan persamaan (8.24) dengan ruas kanan persamaan (8.22) sehingga didapatkan

$$\frac{-m_2(v_2 - v_2')(v_2 + v_2')}{-m_2(v_2 - v_2')} \leq \frac{m_1(v_1 - v_1')(v_1 + v_1')}{m_1(v_1 - v_1')}$$

atau

$$v_2 + v_2' \leq v_1 + v_1'$$

atau

$$v_2' - v_1' \leq v_1 - v_2$$

atau

$$v_2' - v_1' \leq -(v_2 - v_1) \quad (8.25)$$

Kita definisikan **koefisien elastisitas**

$$e = -\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} \quad (8.26)$$

Dari definisi koefisien elastisitas dan persamaan (8.25) kita simpulkan bahwa untuk semua jenis tumbukan dua benda berlaku

$$e \leq 1 \quad (8.27)$$

Tumbukan Elastis

Jika pada tumbukan dipenuhi $e = 1$ maka tumbukan tersebut dinamakan

tumbukan elastis. Kondisi ini hanya dipenuhi jika di samping momentum total sesebelum dan sesudah tumbukan sama besarnya, energi kinetik total sebelum dan sesudah tumbukan juga sama (energi kinetik kekal). Contoh tumbukan yang mendekati tumbukan elastis sempurna adalah tumbukan antar dua bola biliar. Tumbukan antar partikel sub atomik seperti antar elektron dan antar proton dapat dianggap elastik sempurna



Gambar 8.7 Tumbukan antar bola billiard dianggap mendekati elastik sempurna

Tumbukan tidak elastis

Jika proses tumbukan memenuhi $e < 1$, maka tumbukan tersebut dikategorikan sebagai tumbukan tidak elastik. Pada tumbukan ini energi kinetik total setelah tumbukan lebih kecil daripada energi kinetik sebelum tumbukan. Makin kecil nilai e maka makin besar energi kinetik yang hilang akibat tumbukan.

Contoh 8.6

Tentukan koefisien elastisitas tumbukan dua benda yang bermassa 1,0 kg dan 2,0 kg. Benda pertama bergerak ke kanan dengan kecepatan 40,0 m/s. Benda kedua juga bergerak ke kanan dengan kecepatan 10 m/s. Setelah tumbukan, benda kedua bergerak ke kanan dengan kecepatan 25 m/s.

Jawab

Ambil arah ke kanan positif. Momentum benda pertama sebelum tumbukan,

$$p_1 = m_1 v_1 = 1,0 \times 40 = 40,0 \text{ kg m/s}$$

Momentum benda kedua sebelum tumbukan,

$$p_2 = m_2 v_2 = 2,0 \times 10 = 20,0 \text{ kg m/s}$$

Momentum benda kedua setelah tumbukan,

$$p_2' = m_2 v_2' = 2,0 \times 25 = 50,0 \text{ kg m/s}$$

Momentum benda pertama setelah tumbukan dihitung dengan hukum kekekalan momentum

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2'$$

atau

$$p_1' = p_1 + p_2 - p_2' = 40,0 + 20,0 - 50,0 = 10,0 \text{ kg m/s}$$

Kecepatan benda pertama setelah tumbukan

$$v_1' = \frac{p_1'}{m_1} = \frac{10,0}{1,0} = 10 \text{ m/s}$$

Koefisien elastisitas

$$e = -\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} = -\frac{25 - 10}{10 - 40} = 0,5$$

8.6 Tumbukan Benda dengan Lantai

Koefisien elastisitas dapat ditentukan dengan mengukur kecepatan sebuah benda yang melakukan tumbukan sebelum dan sesudah tumbukan. Perhitungan koefisien elastisitas menjadi lebih mudah jika salah satu benda tidak bergerak baik sebelum dan sesudah tumbukan. Benda ini harus memiliki massa yang sangat besar dibandingkan dengan benda yang satunya. Salah satu contoh adalah tumbukan benda jatuh dengan lantai (bumi). Bumi tidak bergerak sebelum dan sesudah tumbukan, atau $v_2 = v_2' = 0$. Dengan demikian, koefisien elastisitas pada tumbukan benda dengan lantai memiliki bentuk lebih sederhana

$$e = -\frac{0 - v_1'}{0 - v_1} = -\frac{v_1'}{v_1} \quad (8.28)$$

Jika benda dijatuhkan dari ketinggian tertentu, maka koefisien elastisitas dihitung dari kecepatan benda saat akan menumbuk lantai dan tepat saat meninggalkan lantai. Kedua kecepatan tersebut dapat dihitung dari ketinggian benda saat dilepaskan

dan ketinggian maksimum benda setelah dipantulkan lantai. Misalkan benda dilepaskan dari ketinggian h dengan kecepatan awal nol. Kecepatan benda saat akan menumbuk lantai dihitung dengan hukum kekekalan energi mekanik

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0$$

atau

$$v_1 = \sqrt{2gh} \quad (8.29)$$

Jika benda memantul sejauh h' , maka kecepatan benda tepat setelah menumbuk lantai dapat dihitung dengan hukum kekekalan energi mekanik

$$\frac{1}{2}mv_1'^2 + 0 = 0 + mgh'$$

Dengan mengambil arah kecepatan ke atas berharga negatif, maka kita peroleh

$$v_1' = -\sqrt{2gh'} \quad (8.30)$$

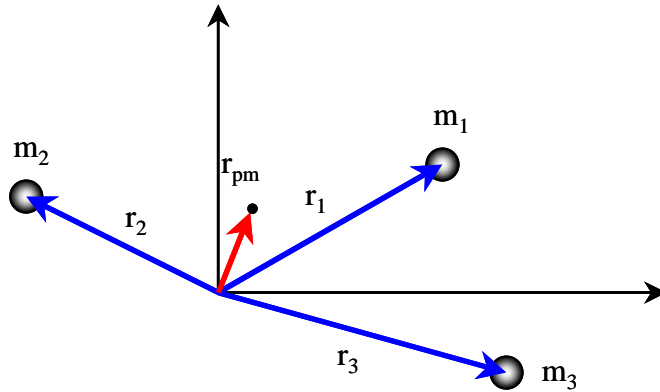
Dengan demikian, koefisien elastisitas adalah

$$e = -\frac{v_1'}{v_1} = -\frac{-\sqrt{2gh'}}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{h'}{h}} \quad (8.31)$$

8.7 Pusat Massa Benda Diskrit

Dalam membahas gerakan sejumlah benda, kadang kita tertolong jika menggunakan konsep pusat massa. Misalkan kita memiliki beberapa partikel dengan massa m_1 , m_2 , dan m_3 . Partikel-partikel tersebut berada pada posisi \vec{r}_1 , \vec{r}_2 , dan \vec{r}_3 . Pusat massa system tiga partikel tersebut didefinisikan sebagai

$$\vec{r}_{pm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (8.32)$$



Gambar 8.8 Sistem yang terdiri dari sejumlah partikel memiliki satu pusat massa.

Notasi vektor tersebut dapat diuraikan atas komponen-komponen. Misalkan tiap posisi memiliki tiga komponen, yaitu x , y , dan z . Komponen vector pusat mass memenuhi

$$x_{pm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (8.33)$$

$$y_{pm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (8.34)$$

$$z_{pm} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (8.35)$$

Jika sejumlah gaya luar bekerja pada sistem benda, maka pusat massa benda akan bergerak mengikuti kaidah seolah-olah resultan gaya tersebut hanya bekerja pada pusat massa, dan total massa benda diletakkan pada pusat massa.

Contoh 8.7

Tiga buah benda yang bermassa 1,5 kg, 4,5 kg, dan 10,0 kg masing-masing berada pada posisi $\vec{r}_1 = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ m, $\vec{r}_2 = -10\hat{j}$ m, dan $\vec{r}_3 = -4\hat{i} + 5\hat{j}$ m. Tentukan posisi pusat massa benda.

Jawab

Kita dapat langsung menggunakan rumus (8.32)

$$\begin{aligned}
\vec{r}_{pm} &= \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{1,5 \times (2\hat{i} + 3\hat{j}) + 4,5 \times (-10\hat{j}) + 10,0 \times (-4\hat{i} + 5\hat{j})}{1,5 + 4,5 + 10,0} \\
&= \frac{1,5 \times (2\hat{i} + 3\hat{j}) + 4,5 \times (-10\hat{j}) + 10,0 \times (-4\hat{i} + 5\hat{j})}{1,5 + 4,5 + 10,0} \\
&= \frac{-37\hat{i} + 9,5\hat{j}}{16} = -2,3\hat{i} + 0,6\hat{j} \text{ m}
\end{aligned}$$

Persamaan (8.32) sampai (8.35) dapat diperluas ke jumlah benda sembarang. Misalkan terdapat N buah partikel dengan massa $m_1, m_2, m_3, \dots, m_N$. Partikel-partikel tersebut berada pada posisi $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_N$. Pusat massa sistem terdapat N buah partikel tersebut memenuhi

$$\vec{r}_{pm} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (8.36)$$

Jika dinyatakan dalam komponen-komponen maka kita dapatkan bentuk ungkapan pusat massa untuk benda yang jumlahnya sembarang, yaitu

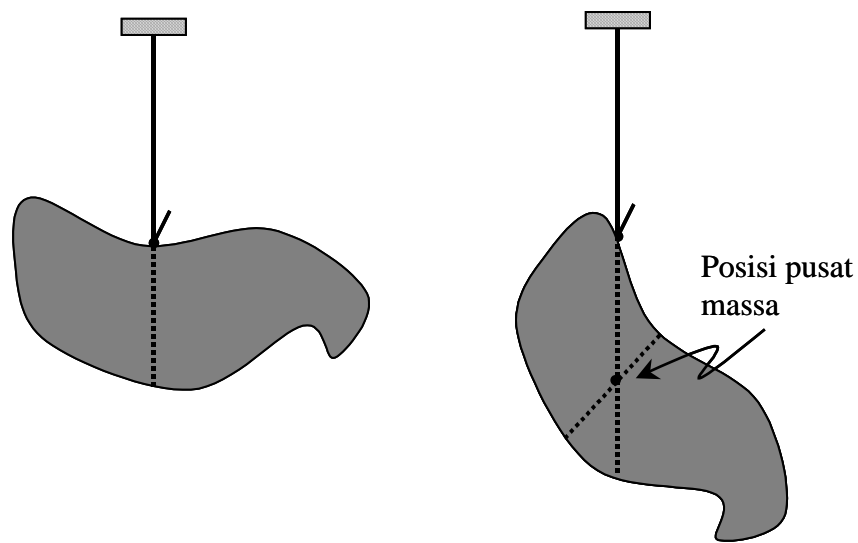
$$x_{pm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \dots + m_N x_N}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i x_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (8.37)$$

$$y_{pm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + \dots + m_N y_N}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i y_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (8.38)$$

$$z_{pm} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3 + \dots + m_N z_N}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i z_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (8.39)$$

8.8 Pusat Massa benda Kontinu

Benda-benda kontinu yang memiliki rapat massa yang tersebar secara merata memiliki lokasi pusat massa yang dapat ditentukan dengan mudah. Bola homogen memiliki pusat massa di pusat bola, tongkat homogen memiliki pusat massa di tengah-tengah tongkat, kubus homogen memiliki pusat massa di pusat kubus. Untuk benda yang bentuknya tidak teratur, lokasi pusat massa tidak dapat ditebak langsung. Tetapi kita dapat menentukan pusat massa dengan percobaan sederhana. Caranya tampak pada Gbr. 8.9.



Gambar 8.9 Menentukan lokasi pusat massa benda yang bentuknya tidak teratur

Ikat satu titik permukaan benda dengan tali dan gantungkan secara bebas. Bikin garis vertikal sejajar tali melalui benda. Kemudian ikat titik yang lain pada benda tersebut dengan tali dan gantungkan secara bebas. Bikin garis lain yang sejajar tali melalui benda. Perpotongan dua garis yang dibuat merupakan lokasi pusat massa benda.

Untuk benda yang bentuknya teratur dan fungsi kerapatan massa diketahui maka lokasi pusat massa dapat ditentukan dengan metode integral. Untuk mendapatkan formulasi integral dari pusat massa, mari kita perhatikan aturan berikut ini.

Benda kontinu besar dapat dipandang sebagai sejumlah tak berhingga dari titik-titik kecil. Dengan asumsi ini maka bentuk penjumlahan pada persamaan (8.36) sampai (8.39) dapat ditransformasi sebagai berikut

$$\sum_{i=1}^N m_i = \int dm = \int \rho dV$$

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i &= \int \vec{r} dm = \int \rho \vec{r} dV \\ \sum_{i=1}^N m_i x_i &= \int x dm = \int \rho x dV \\ \sum_{i=1}^N m_i y_i &= \int y dm = \int \rho y dV \\ \sum_{i=1}^N m_i z_i &= \int z dm = \int \rho z dV\end{aligned}$$

Dengan transformasi ini maka persamaan (8.36) – (8.39) menjadi

$$\vec{r}_{pm} = \frac{\int \rho \vec{r} dV}{\int \rho dV} \quad (8.40)$$

$$x_{pm} = \frac{\int \rho x dV}{\int \rho dV} \quad (8.41)$$

$$y_{pm} = \frac{\int \rho y dV}{\int \rho dV} \quad (8.42)$$

$$z_{pm} = \frac{\int \rho z dV}{\int \rho dV} \quad (8.43)$$

Contoh 8.8

Sebuah batang memiliki panjang L dan kerapatan massa per satuan panjang sebagai fungsi posisi yang memenuhi $\lambda = ax^2$, dengan a sebuah konstanta. Tentukan lokasi pusat massa

Jawab

Untuk benda satu dimensi kita mengganti persamaan (8.41) dengan

$$x_{pm} = \frac{\int \lambda x dx}{\int \lambda dx}$$

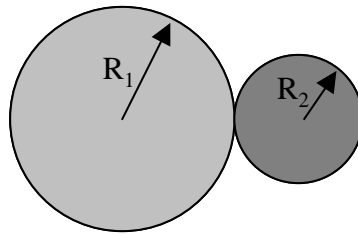
Dengan memasukkan fungsi λ pada soal dan menggunakan batas-batas integral: batas

bawah $x = 0$ dan batas atas $x = L$ maka kita dapatkan

$$x_{pm} = \frac{\int_0^L (ax^2) x dx}{\int_0^L (ax^2) dx} = \frac{\int_0^L x^3 dx}{\int_0^L x^2 dx} = \frac{\left[\frac{x^4}{4} \right]_0^L}{\left[\frac{x^3}{3} \right]_0^L} = \frac{\frac{3}{4} \frac{L^4}{L^3}}{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} L$$

8.9 Pusat Massa Sistem Benda Besar

Jika kita memiliki sejumlah benda besar, bagaimana menentukan pusat massa system benda tersebut? Kita tetap bisa menggunakan persamaan (8.36). Contohnya, pada Gbr 8.10 kita memiliki dua cakram homogen dengan massa M_1 dan M_2 dan jari-jari R_1 dan R_2 . Kedua cakram berada dalam keadaan kontak. Di manakah letak pusat massa system dua bola tersebut?



Gambar 8.10 Menentukan pusat massa dua cakram yang kontak

Untuk mudahnya, kita anggap pusat cakram berjari-jari R_1 berada pada pusat koordinat. Maka lokasi pusat massa cakram berjari-jari R_1 adalah $x_1 = 0$. Lokasi pusat massa cakram berjari-jari R_2 adalah $x_2 = R_1 + R_2$. Dengan demikian, lokasi pusat massa kedua cakram diukur dari pusat cakram pertama adalah

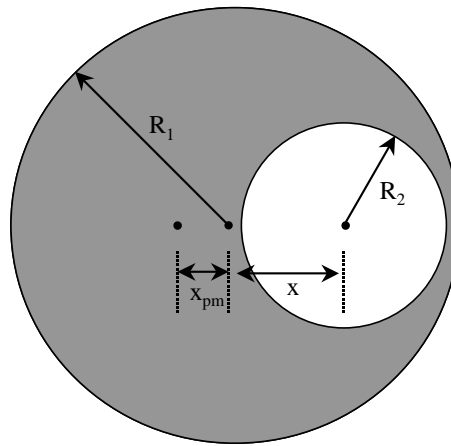
$$x_{pm} = \frac{M_1 x_1 + M_2 x_2}{M_1 + M_2} = \frac{M_1 \times 0 + M_2 x_2}{M_1 + M_2} = \frac{M_2 x_2}{M_1 + M_2} \quad (8.44)$$

Pusat massa benda yang mengandung lubang dapat pula ditentukan dengan rumus serupa. Lubang dapat dianggap sebagai benda yang memiliki massa negatif. Contoh pada Gambar 8.11 terdapat sebuah cakram homogen dengan jari-jari R_1 massa awal M_1 (massa sebelum adanya lubang). Pada cakram tersebut kemudian dibuat lubang dengan jari-jari R_2 . Misalkan massa yang dibuang saat membuat lubang adalah

M_2 . Pusat massa cakram berlubang ditentukan dengan menentukan pusat cakram asal dan pusat lubang. Misalkan pusat cakram asal diambil berimpit dengan sumbu koordinat dan pusat lubang berada pada jarak x_2 dari pusat cakram asal. Lokasi pusat massa memenuhi

$$x_{pm} = \frac{M_1 x_1 - M_2 x_2}{M_1 + M_2} = \frac{M_1 \times 0 - M_2 x_2}{M_1 + M_2} = -\frac{M_2 x_2}{M_1 + M_2}$$

Tampak pada persamaan di atas bahwa posisi pusat massa berharga negatif. Ini artinya, pusat massa berada di sebelah kiri sumbu koordinat.



Gambar 8.11 Menentukan pusat massa benda berlubang

8.10 Kecepatan Pusat Massa

Setelah mendefinisikan posisi pusat massa, selanjutnya kita akan mendefinisikan kecepatan pusat massa. Berdasarkan persamaan (8.36) selanjutnya kita dapat menulis

$$\Delta \vec{r}_{pm} = \frac{m_1 \Delta \vec{r}_1 + m_2 \Delta \vec{r}_2 + m_3 \Delta \vec{r}_3 + \dots + m_N \Delta \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} \quad (8.45)$$

Apabila ruas kiri dan ruas kanan sama-sama dibagi Δt maka, kita peroleh

$$\frac{\Delta \vec{r}_{pm}}{\Delta t} = \frac{m_1 \frac{\Delta \vec{r}_1}{\Delta t} + m_2 \frac{\Delta \vec{r}_2}{\Delta t} + m_3 \frac{\Delta \vec{r}_3}{\Delta t} + \dots + m_N \frac{\Delta \vec{r}_N}{\Delta t}}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} \quad (8.46)$$

Dengan mengingat definisi kecepatan, kita selanjutnya dapat menulis

$$\vec{v}_{pm} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots + m_N \vec{v}_N}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} \quad (8.47)$$

dengan \vec{v}_{pm} kecepatan pusat massa, \vec{v}_1 kecepatan benda pertama, \vec{v}_2 kecepatan benda kedua, \vec{v}_3 kecepatan benda ketiga, dan seterusnya.

Kita juga dapat mengungkapkan persamaan (8.47) dalam komponen-komponennya, yaitu

$$v_{pm,x} = \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + m_3 v_{3x} + \dots + m_N v_{Nx}}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} \quad (8.48)$$

$$v_{pm,y} = \frac{m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} + m_3 v_{3y} + \dots + m_N v_{Ny}}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} \quad (8.49)$$

$$v_{pm,z} = \frac{m_1 v_{1z} + m_2 v_{2z} + m_3 v_{3z} + \dots + m_N v_{Nz}}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} \quad (8.50)$$

Tampak bahwa rumus untuk menghitung kecepatan pusat massa persis sama dengan rumus untuk menghitung posisi pusat massa. Yang dilakukan hanya mengganti posisi dengan kecepatan. Selanjutnya, mengingat $\vec{p} = m\vec{v}$, kita juga dapat menulis persamaan (8.47) sebagai

$$\vec{v}_{pm} = \frac{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots + \vec{p}_N}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} \quad (8.51)$$

dengan \vec{p}_1 momentum benda pertama, \vec{p}_2 momentum benda kedua, \vec{p}_3 momentum benda ketiga, dan seterusnya

8.11 Percepatan Pusat Massa

Setelah mendefinisikan posisi pusat massa dan kecepatan pusat massa, terakhir kita akan mendefinisikan percepatan pusat massa. Berdasarkan persamaan (8.51)

selanjutnya kita dapat menulis

$$\Delta \vec{v}_{pm} = \frac{m_1 \Delta \vec{v}_1 + m_2 \Delta \vec{v}_2 + m_3 \Delta \vec{v}_3 + \dots + m_N \Delta \vec{v}_N}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} \quad (8.52)$$

Apabila ruas kiri dan ruas kanan sama-sama dibagi Δt maka, kita peroleh

$$\frac{\Delta \vec{v}_{pm}}{\Delta t} = \frac{m_1 \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} + m_2 \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t} + m_3 \frac{\Delta \vec{v}_3}{\Delta t} + \dots + m_N \frac{\Delta \vec{v}_N}{\Delta t}}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} \quad (8.53)$$

Dengan mengingat definisi percepatan, kita selanjutnya dapat menulis

$$\vec{a}_{pm} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + m_3 \vec{a}_3 + \dots + m_N \vec{a}_N}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} \quad (8.54)$$

dengan \vec{a}_{pm} kecepatan pusat massa, \vec{a}_1 kecepatan benda pertama, \vec{a}_2 kecepatan benda kedua, \vec{a}_3 kecepatan benda ketiga, dan seterusnya. Kita juga dapat menyatakan dalam komponen-komponennya, yaitu

$$a_{pm,x} = \frac{m_1 a_{1x} + m_2 a_{2x} + m_3 a_{3x} + \dots + m_N a_{Nx}}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} \quad (8.55)$$

$$a_{pm,y} = \frac{m_1 a_{1y} + m_2 a_{2y} + m_3 a_{3y} + \dots + m_N a_{Ny}}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} \quad (8.56)$$

$$a_{pm,z} = \frac{m_1 a_{1z} + m_2 a_{2z} + m_3 a_{3z} + \dots + m_N a_{Nz}}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} \quad (8.57)$$

Tampak juga bahwa rumus untuk menghitung percepatan pusat massa persis sama dengan rumus untuk menghitung posisi pusat massa maupun kecepatan pusat massa. Selanjutnya, mengingat hukum Newton II $\vec{F} = m\vec{a}$, kita juga dapat menulis

$$\vec{a}_{pm} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_N}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} \quad (8.58)$$

dengan \vec{F}_1 gaya yang bekerja pada benda pertama, \vec{F}_2 gaya yang bekerja pada benda

kedua, \vec{F}_3 gaya yang bekerja pada benda ketiga, dan seterusnya.

8.12 Hubungan gerakan pusat massa dan hukum kekekalan momentum linier

Telah kita bahas bahwa jika tidak ada gaya luar yang bekerja pada system maka momentum total system konstan meskipun terjadi tumbukan antar sistem. Atau

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' + \vec{p}_3'$$

Kita bagi ke dua ruas dengan $(m_1 + m_2 + m_3)$ maka diperoleh

$$\frac{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{\vec{p}_1' + \vec{p}_2' + \vec{p}_3'}{m_1 + m_2 + m_3}$$

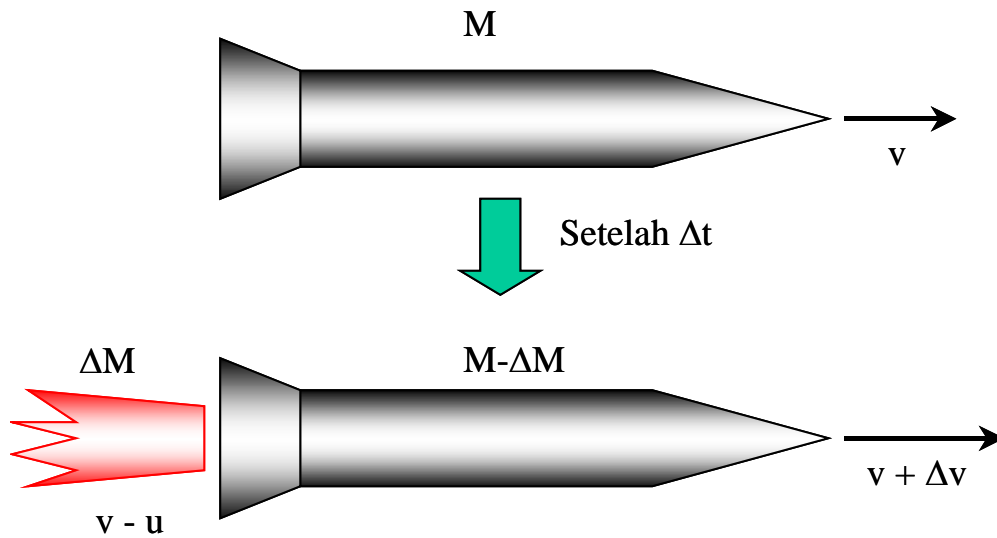
Kalau kalian perhatikan, ruas kiri tidak lain daripada kecepatan pusat massa sebelum tumbukan dan ruas kanan adalah kecepatan pusat massa sesudah tumbukan. Jadi **pada proses tumbukan yang tidak melibatkan gaya luar, pusat massa bergerak dengan kecepatan konstan,**

$$\vec{v}_{pm} = \vec{v}_{pm}' \quad (8.59)$$

8.13 Gerak Roket

Roket adalah pesawat yang bisa bergerak dalam ruang berisi udara (atmosfer) maupun dalam ruang hampa. Ketika menuju bulan, sebagian besar ruang yang dijelajahi roket adalah ruang hampa. Baginana cara kerja mesin roket sehingga bisa menjelajahi ruang angkasa? Dari mana gaya yang mendorong roket sehingga bisa mempercepat atau memperlambat roket? **Jawabannya adalah penggunaan hukum kekekalan momentum!** Mari kita analisis gerak roket secara singkat.

Roket mendapatkan gaya dorong akibat pelepasan gas hasil pembakaran ke arah belakang. Pelepasan gas menyebabkan munculnya momentum ke arah belakang (momentum gas yang dilepaskan). Adanya momentum ke belakang, menyebabkan roket mendapatkan momentum ke depan sehingga timbul gaya dorong ke depan pada mesin roket. Mari kita analisis gerak roket secara singkat.



Gambar 8.12 Keadaan roket pada dua waktu yang berdekatan

Kita misalkan pada saat t :

Massa roket adalah M

Kecepatan roket adalah v

Momentum roket: $P_1 = M v$

Antara selang waktu t sampai $t + \Delta t$ roket melepaskan gas ke belakang dengan massa ΔM sehingga,

i) Massa roket menjadi $M - \Delta M$

ii) Kecepatan roket mengalami pertambahan sebesar Δv sehingga kecepatannya menjadi $v + \Delta v$.

iii) Momentum roket menjadi

$$P' = (M - \Delta M)(v + \Delta v).$$

Misalkan laju pelepasan gas buangan roket terhadap roket adalah u . Laju udara yang dilepas terhadap koordinat yang diam adalah $v - u$. Dengan demikian,

i) Momentum gas buangan terhadap koordinat diam adalah

$$p = \Delta M (v - u)$$

ii) Momentum total sistem pada saat $t + \Delta t$ menjadi

$$\begin{aligned} P_2 &= P' + p = (M - \Delta M)(v + \Delta v) + \Delta M (v - u) \\ &= (Mv + M\Delta v - \Delta Mv - \Delta M\Delta v) + (\Delta Mv - \Delta Mu) \\ &= Mv + M\Delta v - \Delta M\Delta v - \Delta Mu \end{aligned}$$

iii) Perubahan momentum sistem selama selang waktu Δt adalah

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_2 - P_1 \\ &= (Mv + M\Delta v - \Delta M\Delta v - \Delta Mu) - Mv \\ &= M\Delta v - \Delta M\Delta v - \Delta Mu \end{aligned}$$

Berdasarkan hukum Newton II, gaya sama dengan perubahan momentum. Jadi gaya yang bekerja pada roket memenuhi

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = M \frac{\Delta v}{\Delta t} - \frac{\Delta M \Delta v}{\Delta t} - \frac{\Delta M}{\Delta t} u$$

Tetapi

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = a, \quad \text{yaitu percepatan roket}$$

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = m, \quad \text{yaitu laju pelepasan massa}$$

$\frac{\Delta M \Delta v}{\Delta t} = 0$ untuk $\Delta t \rightarrow 0$ karena ada dua buah komponen delta di pembilang sedangkan di penyebut hanya ada satu komponen delta.

Akhirnya kita dapatkan,

$$F = Ma - um$$

atau percepatan roket memenuhi

$$a = \frac{F}{M} + \frac{m}{M} u \quad (8.60)$$

Roket di sekitar permukaan bumi

Sekarang kita tinjau kasus khusus saat roket masih berada di sekitar permukaan bumi. Pada lokasi ini gaya luar yang dialami roket adalah gaya gravitasi bumi yang memenuhi $F = -Mg$ sehingga percepatan roket memenuhi

$$\begin{aligned} a &= \frac{-Mg}{M} + \frac{m}{M}u \\ &= -g + \frac{m}{M}u \end{aligned} \quad (8.61)$$

Roket berada jauh dari bumi

Kasus khusus lainnya adalah ketika roket sudah berada cukup jauh dari bumi. Pada lokasi ini gaya luar yang dialami roket adalah gaya gravitasi bumi yang memenuhi bentuk umum

$$F = -G \frac{M_B M}{r^2}$$

Dengan demikian, percepatan roket memenuhi

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{M} \left(-G \frac{M_B M}{r^2} \right) + \frac{m}{M}u \\ &= -G \frac{M_B}{r^2} + \frac{m}{M}u \end{aligned} \quad (8.62)$$

Roket sangat jauh dari bumi

Kasus khusus terakhir adalah ketika roket sudah berada sangat jauh dari bumi. Pada lokasi ini gaya luar yang dialami roket dapat dianggap nol sehingga percepatan roket memenuhi

$$\begin{aligned} a &= \frac{0}{M} + \frac{m}{M}u \\ &= \frac{m}{M}u \end{aligned} \quad (8.63)$$

Contoh 8.9

Roket yang mula-mula diam diluncurkan dengan memancarkan gas ke belakang dengan laju 10 kg per detik dengan kecepatan $6,0 \times 10^3$ m/s relatif terhadap roket. Massa roket adalah 4 ton. Berapakah laju roket setelah 1 detik?

Jawab

a) Karena roket masih berada di permukaan bumi, maka percepatan roket memenuhi

$$\begin{aligned} a &= -g + \frac{m}{M} u \\ &= -10 + \frac{10}{4 \times 10^3} \times (6 \times 10^3) = -10 + 15 = 5 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Laju roket setelah 1 s adalah

$$v = at = 5 \times 1 = 5 \text{ m/s}$$

Soal dan Penyelesaian

1) Gerbong kereta api yang massanya 10 000 kg dan bergerak dengan laju 24,0 m/s menumbuk gerbong serupa yang sedang diam. Akhirnya, kedua gerbong tersambung dan bergerak bersama. Berapa laju gabungan dua gerbong tersebut?

Jawab

Setelah tumbukan, kedua gerbong bergabung sehingga massanya menjadi $m = m_1 + m_2 = 20\,000$ kg. Laju setelah tumbukan v dihitung dengan hukum kekekalan momentum

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= mv \\ 10\,000 \times 24,0 + 10\,000 \times 0 &= 20\,000 v \\ 240\,000 &= 20\,000 v \end{aligned}$$

atau

$$v = 12,0 \text{ m/s}$$

2) Sebuah senapan yang massanya 5,0 kg melepaskan peluru yang massanya 0,05 kg dengan laju 120 m/s. Berapakah kecepatan ke belakang senapan tersebut?

Jawab

Momentum total sistem sebelum dan sesudah pelepasan peluru tetap. Sebelum pelepasan peluru, baik senjata maupun peluru tidak memiliki kecepatan. Dengan demikian, momentum total sebelum pelepasan peluru nol. Dengan hukum kekekalan momentum maka

$$0 + 0 = m_s v_s + m_p v_p$$

atau

$$v_s = -\frac{m_p v_p}{m_s} = \frac{0,05 \times 120}{5,0} = -1,2 \text{ m/s}$$

Tanda negatif menunjukkan bahwa senapan terlontar dalam arah berlawanan dengan arah gerak peluru.

3) Sebuah proton yang memiliki massa 1,01 sma bergerak dengan laju $3,6 \times 10^4$ m/s. Proton tersebut bertumbukan secara elastik dengan inti helium yang memiliki massa 4,0 sma yang berada dalam keadaan diam. Berapa kecepatan proton dan helium setelah tumbukan?

Jawab

Dengan hukum kekekalan momentum

$$m_p v_p + m_{He} v_{He} = m_p v'_p + m_{He} v'_{He}$$

$$1,01 v_p + 4,0 \times 0 = 1,01 v'_p + 4,0 v'_{He}$$

atau

$$1,01 v_p = 1,01 v'_p + 4,0 v'_{He} \quad (a)$$

Karena tumbukan bersifat elastis, maka $e = 1$, sehingga persamaan (8.26) dapat ditulis

$$v_{He}' - v_p' = -(v_{He} - v_p)$$

atau

$$v_{He}' - v_p' = -(0 - v_p) = v_p$$

atau

$$v_{He}' = v_p + v_p' \quad (b)$$

Substitusi persamaan (b) ke dalam persamaan (a)

$$1,01v_p = 1,01v'_p + 4,0(v_p + v'_p)$$

atau

$$-2,99v_p = 5,01v'_p$$

atau

$$v'_p = -\frac{2,99v_p}{5,01} = -\frac{2,99 \times 3,6 \times 10^4}{5,01} = -2,15 \times 10^4 \text{ m/s}$$

Substitusi hasil di atas ke dalam persamaan (b) diperoleh kecepatan helium

$$v_{He}' = v_p + v'_p = 3,6 \times 10^4 - 2,15 \times 10^4 = 1,45 \times 10^4 \text{ m/s.}$$

4) Pendulum balistik bisa digunakan untuk mengukur kecepatan peluru yang keluar dari senapan. Pendulum ini terdiri dari sebuah benda yang digantung bebas dengan tali. Ketika dikenai peluru, peluru menancap ke dalam benda yang digantung, kemudian mereka bersama-sama bergerak. Berdasarkan tinggi penyimpangan pendulum, maka kecepatan peluru dapat dihitung.

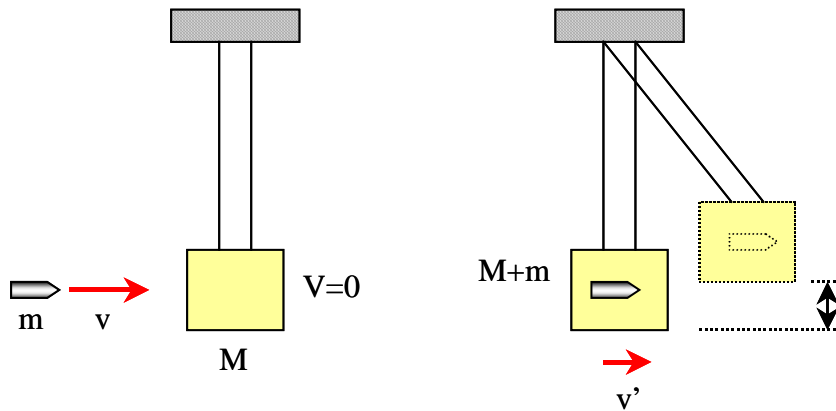
Jawab

Misalkan massa peluru m , massa beban yang digantung M , kecepatan peluru v . Kecepatan awal beban yang digantung nol. Setelah peluru tertancap dalam benda, peluru dan benda bergerak bersama dengan kecepatan v' yang memenuhi hukum kekekalan momentum

$$mv + M \times 0 = (M + m)v'$$

atau

$$mv = (M + m)v' \quad (a)$$



Gambar 8.13 Pendulum balistik yang digunakan untuk mengukur kecepatan peluru.

Besar v' ditentukan dengan mengukur penyimbangan maksimum beban dan peluru. Jika ketinggian maksimum h , maka dengan hukum kekekalan energi mekanik diperoleh

$$\frac{1}{2}(M + m)v'^2 + 0 = (M + m)gh + 0$$

atau

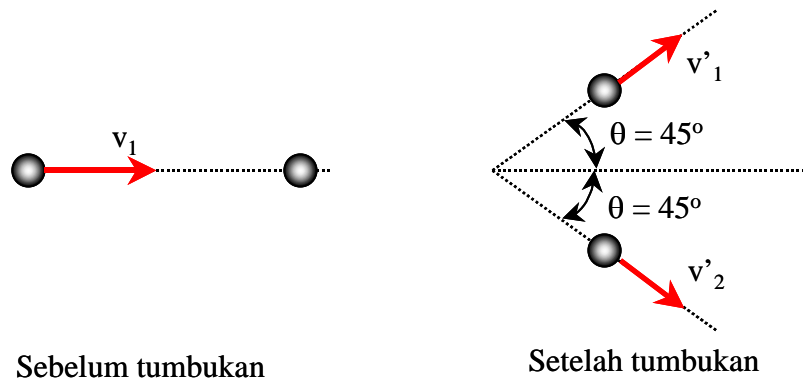
$$v' = \sqrt{2gh} \quad (b)$$

Substitusi (b) ke dalam (a) diperoleh laju peluru

$$v = \frac{M + m}{m} v' = \frac{M + m}{m} \sqrt{2gh}$$

5) Sebuah bola biliar yang bergerak dengan laju 3,0 m/s ke arah sumbu x positif menumbuk bola bilier sejenis yang sedang diam. Setelah tumbukan kedua bola bergerak dengan membentuk sudut masing-masing 45° terhadap arah x positif. Berapakah laju masing-masing bola setelah tumbukan?

Jawab



Gambar 8.14

Komponen momentum total sebelum tumbukan

$$p_x = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m \times 3 + m \times 0 = 3m$$

$$p_y = m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} = m \times 0 + m \times 0 = 0$$

Komponen momentum total setelah tumbukan

$$p_x' = m_1 v_{1x}' + m_2 v_{2x}' = m \times v_1' \cos \theta + m \times v_2' \cos \theta = m(v_1' + v_2') \cos \theta$$

$$p_y' = m_1 v_{1y}' - m_2 v_{2y}' = m \times v_1' \sin \theta - m \times v_2' \sin \theta = m(v_1' - v_2') \sin \theta$$

Dengan hukum kekekalan momentum

$$p_x = p_x'$$

atau

$$3m = m(v_1' + v_2') \cos \theta$$

atau

$$3 = (v_1' + v_2') \cos 45^\circ = (v_1' + v_2') \frac{1}{\sqrt{2}}$$

atau

$$3\sqrt{2} = v_1' + v_2' \quad (a)$$

$$p_y = p_y'$$

atau

$$0 = m(v_1' - v_2') \sin \theta$$

yang menghasilkan

$$v_1' = v_2' \quad (b)$$

Substitusi (b) ke dalam (a) diperoleh

$$3\sqrt{2} = 2v_1'$$

atau

$$v_1' = \frac{3\sqrt{2}}{2} = 2,1 \text{ m/s}$$

Dengan persamaan (b) diperoleh

$$v_2' = 2,1 \text{ m/s}$$

6) Sebuah ledakan memecah sebuah benda menjadi dua bagian. Satu bagian memiliki massa 1,5 kali bagian yang lain. Jika energi sebesar 7500 J dilepaskan saat ledakan, berapakah energi kinetik masing-masing pecahan tersebut?

Jawab

Misalkan massa masing-masing pecahan adalah m_1 dan $m_2 = 1,5 m_1$. Kecepatan masing-masing pecahan setelah ledakan adalah v_1' dan v_2' . Sebelum ledakan, momentum total nol. Setelah ledakan momentum total adalah $m_1v_1' + m_2v_2'$. Dengan hukum kekekalan momentum

Momentum akhir = momentum awal

$$m_1v_1' + m_2v_2' = 0$$

atau

$$m_1v_1' + 1,5m_1v_2' = 0$$

yang memberikan

$$v_2' = -\frac{v_1'}{1,5} \quad (a)$$

Energi yang dilepaskan pada ledakan sama dengan jumlah energi kinetik dua pecahan, atau

$$K_1 + K_2 = 7500 \text{ J} \quad (b)$$

Tetapi

$$K_1 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

Gunakan hubungan (a) dan (b) diperoleh

$$K_2 = \frac{1}{2} (1,5m_1) \left(-\frac{v_1'}{1,5} \right)^2 = \frac{1,5}{2,25} \times \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 = \frac{1}{1,5} K_1 \quad (c)$$

Substitusi (c) ke dalam (b) maka

$$K_1 + K_2 = 7500$$

$$K_1 + \frac{K_1}{1,5} = 7500$$

$$1,7 K_1 = 7500$$

atau

$$K_1 = 7500/1,7 = 4\,412 \text{ J}$$

Dari persamaan (b) kita peroleh

$$K_2 = 7500 - K_1 = 7500 - 4412 = 3\,088 \text{ J.}$$

7) Sebuah pelat lingkaran dengan sebarang massa homogen memiliki jari-jari $2R$. Pelat tersebut memiliki lubang yang berjari-jari R . Jarak pusat lubang ke pusat pelat semula adalah $0,8R$. Di mana posisi pusat massa pelat berlubang tersebut?

Jawab

Misalkan massa jenis per satuan luas adalah σ . Massa pelat besar sebelum dibuat lubang: $m_1 = \sigma \times \text{luas pelat besar}$, atau

$$m_1 = \sigma [\pi (2R)^2] = 4\pi\sigma R^2$$

Massa lubang: $m_2 = -\sigma \times \text{luas lubang}$, atau

$$m_2 = -\sigma [\pi (R)^2] = -\pi\sigma R^2$$

Ambil pusat pelat besar berimpit dengan sumbu koordinat. Maka

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 0,8R$$

Lokasi pusat massa adalah

$$\begin{aligned} x_{pm} &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{4\pi\sigma R^2 \times 0 + \pi\sigma R^2 \times 0,8R}{4\pi\sigma R^2 + \pi\sigma R^2} \\ &= \frac{\pi\sigma R^2 \times 0,8R}{5\pi\sigma R^2} = \frac{0,8R}{5} = 0,16R. \end{aligned}$$

Soal Latihan

- 1) Dua buah bola bilir yang memiliki massa yang sama melakukan tumbukan hadap-hadapan. Jika laju awal salah satu bola adalah $2,0 \text{ m/s}$ dan bola kedua adalah $3,0 \text{ m/s}$, berapakah laju akhir masing-masing bola jika tumbukan bersifat elastis?
- 2) Sebuah bola tenis yang memiliki massa $0,06 \text{ kg}$ dan bergerak dengan laju $2,5 \text{ m/s}$ menumbuk bola yang bermassa $0,09 \text{ kg}$ yang sedang bergerak dalam arah yang sama dengan laju $1,0 \text{ m/s}$. Anggap bahwa tumbukan bersifat elastis sempurna, berapakah laju masing-masing bola setelah tumbukan?
- 3) Sebuah bola softball yang bermassa $0,22 \text{ kg}$ yang bergerak dengan laju $5,5 \text{ m/s}$ menumbuk bola lain yang sedang diam. Tumbukan tersebut bersifat elastik. Setelah tumbukan, bola pertama terpantul dengan laju $3,7 \text{ m/s}$. Hitunglah laju bola kedua setelah tumbukan dan massa bola kedua.
- 4) Peluru yang memiliki mass $18,0 \text{ g}$ dan bergerak dengan laju 230 m/s mengenai sebuah balok yang tergantung bebas kemudian menancap diam di dalam balok. Balok tersebut digantungkan pada tali yang panjangnya $2,8 \text{ m}$. Akibat tumbukan oleh peluru, balok menyimpang ke atas pada lintasan lingkaran. Berapakah simpangan maksimum balok dalam arah vertikal dan horisontal?
- 5) Sebuah mobil memiliki pusat massa yang berlokasi $2,5 \text{ m}$ dari ujung depan. Lima orang kemudian naik ke dalam mobil. Dua orang duduk pada kursi yang berjarak $2,8 \text{ m}$ dari ujung depan mobil dan tiga orang duduk pada kursi yang berjarak $3,9 \text{ m}$ dari ujung depan mobil. Massa mobil adalah 1050 kg dan massa masing-masing penumpang adalah $70,0 \text{ kg}$. Berapakah jarak pusat massa sekarang diukur dari ujung depan mobil?
- 6) Seorang perempuan yang bermassa $55,0 \text{ kg}$ berdiri pada jarak $10,0 \text{ m}$ dari seorang laki-laki yang massanya $90,0 \text{ kg}$ berditi di atas lantai es. Berapa jarak pusat massa kedua orang tersebut diukur dari posisi perempuan berdiri? Jika kedua orang tersebut saling perpegangan tali, kemudian si laki-laki menarik tali sehingga ia bergerak maju sejauh $2,5 \text{ m}$, berapa jauh gerak maju si perempuan? Berapa jauh si laki-laki bergerak maju saat ia bertumbukan dengan si perempuan?
- 7) Sebuah kereta api bak terbuka bergerak dengan laju $8,6 \text{ m/s}$ di atas rel tanpa gesekan. Salju kemudian mulai turun dan mengisi bak kereta dengan debit $3,5 \text{ kg/menit}$. Berapa laju kereta setelah 90 menit ?

Bab 9

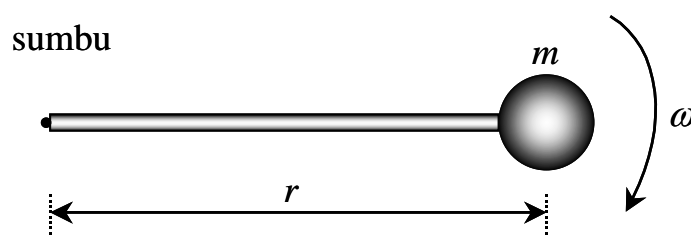
Dinamika Benda Tegar

Hingga saat ini kita sudah membahas kinematika maupun dinamika benda yang berbentuk partikel. Namun, tidak semua benda yang ada di alam berupa partikel. Kita sebenarnya lebih sering mengamati gerak benda yang bukan partikel seperti gerak kendaraan, batu yang dilempar, orang yang melakukan sirkus, dan lain-lain. Untuk gerakan benda besar ini kita melihat, di samping adanya gerak translasi yang melibatkan perpindahan posisi benda, juga kita amati adanya gerak perputaran (rotasi). Jadi, secara umum, gerakan benda besar merupakan kombinasi gerak translasi dan gerak rotasi. Bagaimana merumuskan gerak benda semacam itu?

Pada bab ini kita akan mempelajari kinematika maupun dinamika benda bukan titik. Ciri utama benda tegar adalah bentuk benda tidak berubah meskipun benda tersebut dikanai gaya, seperti gaya tekan, gaya gesek, dan sebagainya. Hampir semua benda padat termasuk ke dalam benda tegar, kecuali yang berwujud plastisin.

9.1 Momen Inersia

Untuk memahami momen inersia, mari kita tinjau sebuah benda sederhana, yaitu sebuah benda titik bermassa m yang ditempatkan di ujung sebuah tongkat. Massa tongkat dianggap nol. Panjang tongkat adalah r . Salah satu ujung tongkat dikaitkan dengan poros sehingga benda m dapat berputar dengan bebas terhadap poros tersebut.



Gambar 9.1 Benda bermassa m ditempatkan di ujung tongkat tak bermassa. Salah satu ujung tongkat menjadi sumbu putar.

Jika benda berotasi terhadap sumbu dengan kecepatan sudut ω maka:
Kecepatan translasi benda adalah

$$v = \omega r \quad (9.1)$$

Energi kinetiknya adalah

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\omega r)^2 \\ &= \frac{1}{2}(mr^2)\omega^2 \end{aligned} \quad (9.2)$$

Mari kita bandingkan ungkapan energi kinetik gerak rotasi pada persamaan (9.2) dengan energi kinetik gerak translasi murni

$$\text{Energi kinetik untuk gerak translasi murni: } K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{Energi kinetik untuk gerak rotasi: } K = \frac{1}{2}(mr^2)\omega^2$$

Tampak dari dua persamaan di atas bahwa pada gerak rotasi besaran mr^2 memiliki fungsi yang sangat mirip dengan m pada gerak translasi. Pada gerak translasi, m disebut massa atau inersia. Karena kemiripan fungsi tersebut maka pada gerak rotasi, kita definisikan mr^2 sebagai momen inersia. Jadi, untuk benda titik yang berotasi terhadap sumbu yang berjarak r dari sumbu rotasi, momen inersianya memenuhi

$$I = mr^2 \quad (9.3)$$

Cermati persamaan (9.3). Ketika menentukan momen inersia, kita harus memperhatikan posisi sumbu. Momen inersia sangat bergantung pada jarak benda dari sumbu. Benda yang sama memiliki momen inersia yang berbeda jika jarak sumbunya berbeda.

Dari persamaan (9.2) dan (9.3) kita dapat menulis energi kinetik benda yang bergerak rotasi sebagai

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (9.4)$$

Bentuk ungkapan energi kinetik rotasi di atas persis sama dengan bentuk energi kinetik untuk gerak translasi.

Contoh 9.1

Sebuah benda kecil dengan massa 1,5 kg ditempatkan pada ujung batang tak bermassa.

Ketika berputar dengan kecepatan sudut 10 rad/s, energi kinetik yang dimiliki benda tersebut adalah 300 J. Hitung a) momen inersia benda, b) jarak benda ke sumbu rotasi, dan c) kecepatan translasi benda

Jawab

Momen inersia benda

$$I = \frac{2K}{\omega^2} = \frac{2 \times 300}{10^2} = 6 \text{ kg m}^2$$

Jarak benda ke sumbu rotasi

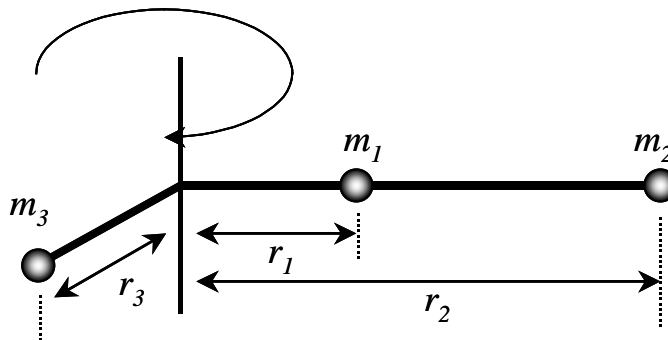
$$r = \sqrt{\frac{I}{m}} = \sqrt{\frac{6}{1,5}} = 2 \text{ m}$$

Kecepatan translasi benda

$$v = \omega r = 10 \times 2 = 20 \text{ m/s}$$

9.2 Momen Inersia Sejumlah Partikel

Jika sistem yang sedang kita bahas mengandung sejumlah partikel maka momen inersia total system tersebut merupakan jumlah momen inersia masing-masing partikel. Penjumlahan dapat dilakukan secara aljabar biasa karena momen inersia merupakan besaran skalar



Gambar 9.2 Sistem partikel yang terdiri dari sejumlah partikel dengan massa berbeda-beda dan jarak yang berbeda-beda dari sumbu.

Dari Gbr. 9.2 kita misalkan momen inersia masing-masing partikel adalah

$$I_1 = m_1 r_1^2 \tag{9.5}$$

$$I_2 = m_2 r_2^2 \quad (9.6)$$

$$I_3 = m_3 r_3^2 \quad (9.7)$$

Dalam ungkapan di atas m_i adalah massa partikel ke- i dan r_i adalah jarak partikel ke- i dari sumbu putar. Momen inersia total sistem partikel adalah

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (9.8)$$

Penjumlahan ini dapat diperumum. Jika jumlah partikel adalah N maka momen inersia total adalah

$$\begin{aligned} I &= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_N r_N^2 \\ &= \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 \end{aligned} \quad (9.9)$$

9.3 Momen Inersia Benda Kontinu

Menentukan momen inersia benda-benda kontinu seperti tongkat, bola, dan silinder tidak dapat dilakukan dengan penjumlahan sederhana seperti di atas. Momen inersia benda-benda ini dihitung dengan cara integral. Metode integral akan kita bahas pada bagian ini.

Misalkan kita memiliki sejumlah besar titik. Momen inersia sistem titik-titik tersebut memenuhi persamaan (9.9). Sebuah benda kontinu (benda besar) dapat dibagi atas titik-titik dengan jumlah tak berhingga. Dengan demikian secara prinsip persamaan (9.9) dapat digunakan dengan cara menggunakan batas atas penjumlahan $N = \infty$. Tetapi penjumlahan dengan jumlah suku tak berhingga tidak mungkin dilakukan secara langsung. Penjumlahan tersebut dapat diganti dengan integral dengan terlebih dahulu melakukan transformasi sebagai berikut

$$\begin{aligned} m_i &\rightarrow dm \\ r_i &\rightarrow r \\ \sum_{i=1}^{\infty} &\rightarrow \int \end{aligned}$$

Dengan transformasi ini maka persamaan momen inersia yang diungkapkan oleh persamaan (9.9) menjadi

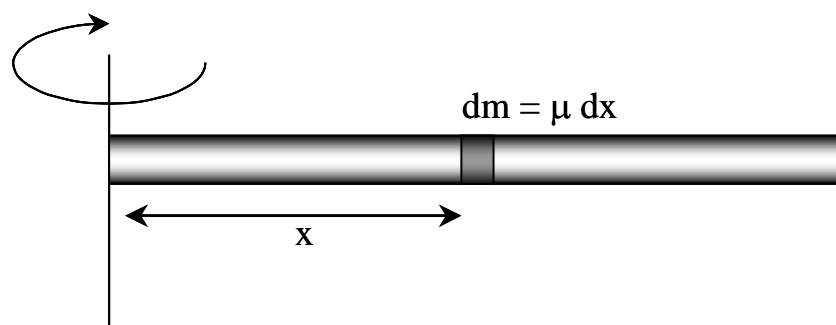
$$I = \int r^2 dm \quad (9.10)$$

Persamaan (9.10) adalah persamaan dasar yang digunakan untuk mencari momen inersia benda kontinu. Jadi di sini kita memiliki dua pilihan. Jika kita memiliki sejumlah benda titik maka kita menghitung momen inersia menggunakan persamaan (9.9). Tetapi jika kita memiliki benda kontinu maka kita menggunakan persamaan (9.10).

Contoh 9.2

Sebuah batang yang panjangnya L memiliki kerapatan massa per satuan luas $\mu = ax^{3/2}$ dengan x adalah jarak dari salah satu ujung. Berapa momen inersia terhadap salah satu ujung yang memiliki rapat massa kecil?

Jawab



Gambar 9.3

Sistem yang akan kita bahas diilustrasikan pada Gbr 9.3. Agar kita dapat menggunakan persamaan (9.10) terlebih dahulu harus kita identifikasi r dan dm . Berdasarkan Gbr. 9.3 yang berfungsi sebagai r adalah x . Perhatikan elemen kecil batang sepanjang dx . Karena massa per satuan panjang adalah μ , maka massa elemen sepanjang dx adalah

$$dm = \mu dx = ax^{3/2} dx$$

Momen inersia batang menjadi

$$I = \int_0^L r^2 dm$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^L x^2 (ax^{3/2} dx) = a \int_0^L x^{7/2} dx \\
&= a \times \frac{2}{9} [x^{9/2}]_0^L = \frac{2}{9} aL^{9/2}
\end{aligned}$$

Ungkapan di atas dapat dinyatakan dalam massa batang dengan terlebih dahulu mencari massa batang seperti yang diuraikan berikut ini. Karena massa jenis per satuan panjang tidak konstan, melainkan bergantung pada posisi maka massa batang tidak dapat dihitung langsung dengan mengalikan rapat massa dengan panjang batang. Perhitungan massa batang harus dilakukan juga dengan cara integral sebagai berikut

$$\begin{aligned}
M &= \int_0^L dm = \int_0^L ax^{3/2} dx = a \int_0^L x^{3/2} dx \\
&= a \times \frac{2}{5} [x^{5/2}]_0^L = \frac{2}{5} aL^{5/2}
\end{aligned}$$

Kita dapat menyatakan I dalam M seperti berikut ini

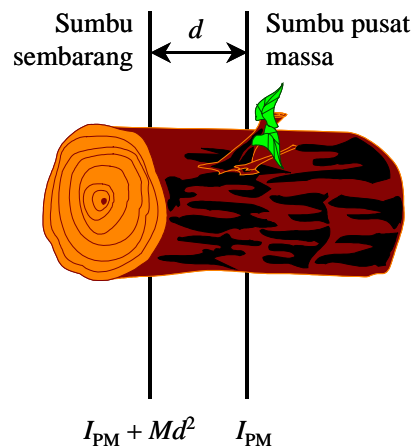
$$\begin{aligned}
I &= \frac{2}{9} aL^{9/2} = \frac{5}{9} \left(\frac{2}{5} aL^{5/2} \right) L^2 \\
&= \frac{5}{9} ML^2
\end{aligned}$$

9.4 Dalil Sumbu Sejajar

Momen inersia sebuah benda, khususnya yang memiliki bentuk tidak teratur lebih mudah ditentukan terhadap sumbu yang melalui pusat massa. Penentuan ini dapat dilakukan secara eksperimen. Namun bagaimana menentukan momen inersia benda tersebut jika sumbu tidak melalui pusat massa? Untuk maksud tersebut kita ditolong oleh suatu dalil yang namanya **dalil sumbu sejajar**. Asalkan momen inersia terhadap sumbu pusat massa diketahui, maka momen inersia pada sembarang sumbu yang sejajar dengan sumbu pusat massa dapat ditentukan.

Jika momen inersia terhadap sumbu pusat massa I_{PM} maka momen inersia benda bermassa M pada sembarang sumbu yang berjarak d dari sumbu pusat massa dan sejajar dengan sumbu pusat massa memenuhi

$$I = I_{PM} + Md^2 \quad (9.11)$$

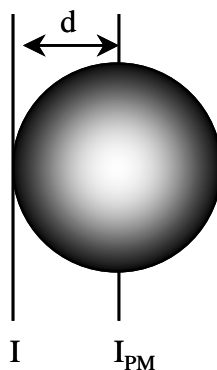


Gambar 9.4 Menentukan momen inersia pada sumbu sembarang yang sejajar dengan sumbu pusat massa.

Contoh 9.3

Sebuah bola memiliki jari-jari R dan massa M . Momen inersia terhadap pusat massa adalah $I_{PM} = (2/5)MR^2$. Berapakah momen inersia bola terhadap sumbu yang menyinggung permukaan bola?

Jawab



Gambar 9.5

Tampak dari gambar bahwa jarak antara dua sumbu adalah $d = R$. Dengan demikian, momen inersia terhadap sumbu yang menyinggung permukaan bola adalah

$$I = I_{PM} + Md^2 = \frac{2}{5}MR^2 + MR^2 = \frac{7}{5}MR^2$$

9.5 Jari-jari Girasi

Salah satu besaran lain yang penting yang berkaitan dengan momen inersia adalah jari-jari girasi. Dinamika cairan yang di dalamnya dimasukkan polimer rantai panjang sangat ditentukan oleh jari-jari girasi polimer tersebut. Kita sudah bahas bahwa momen inersia sebuah benda titik adalah $I = Mr^2$ dengan M massa benda titik dan r adalah jarak titik ke sumbu rotasi. Untuk benda yang bukan titik, momen inersia memiliki rumus yang berbeda-beda, bergantung pada bentuk benda. Tetapi, jika benda tersebut digantikan dengan sebuah titik yang massanya sama, berapakah jarak titik massa tersebut ke pusat massa benda sehingga dihasilkan momen inersia yang sama besarnya? Nah, jarak inilah yang disebut jari-jari girasi.

Misalkan momen inersia benda terhadap pusat massa adalah I_{PM} . Misalkan massa benda adalah M . Jika benda tersebut diperas menjadi sebuah titik massa, dan ditempatkan pada jarak r dari pusat massa, maka momen inersia benda tersebut adalah $I = Mr^2$. Jika r dipilih sehingga nilai momen inersia ini sama dengan I_{pm} , maka nilai r tersebut dinamakan jari-jari girasi, r_g . Jadi

$$Mr_g^2 = I_{pm}$$

atau

$$r_g = \sqrt{\frac{I_{pm}}{M}} \quad (9.12)$$

Contoh 9.4

Tentukan jari-jari girasi bola pejal dan silinder pejal.

Jawab

Momen inersia terhadap pusat massa untuk bola pejal adalah

$$I_{pm} = \frac{2}{5}MR^2$$

Dengan demikian jari-jari girasi adalah

$$r_g = \sqrt{\frac{I_{pm}}{M}} = \sqrt{\frac{(2/5)MR^2}{M}} = \sqrt{\frac{2}{5}} R$$

Momen inersia terhadap pusat massa untuk silinder pejal

$$I_{pm} = \frac{1}{2} MR^2$$

Maka jari-jari girasi adalah

$$r_g = \sqrt{\frac{I_{pm}}{M}} = \sqrt{\frac{(1/2)MR^2}{M}} = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

9.6 Momen Gaya

Telah kita pelajari di bab-bab awal bahwa benda yang diam akan bergerak hanya jika pada benda tersebut bekerja gaya. Benda yang sedang bergerak akan mengalami perubahan kecepatan ketika pada benda tersebut juga dikenai gaya. Ini merupakan ungkapan hukum Newton II. Hal serupa berlaku pada gerak rotasi. ***Benda yang diam akan berotasi jika pada benda tersebut bekerja suatu besaran yang namanya momen gaya atau torka. Benda yang sedang berotasi akan mengalami perubahan kecepatan sudut jika pada benda tersebut juga bekerja momen gaya.*** Momen gaya didefinisikan sebagai

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (9.13)$$

dengan \vec{r} adalah vektor dari sumbu rotasi ke titik tempat gaya bekerja dan \vec{F} adalah gaya yang bekerja pada benda tersebut. Momen gaya adalah besaran vektor karena merupakan perkalian silang dua buah vektor. Besar momen gaya adalah

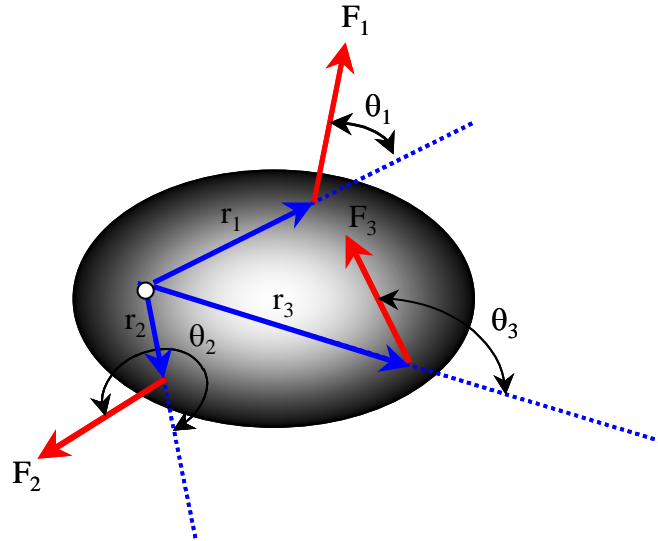
$$\tau = r F \sin \theta \quad (9.14)$$

dengan θ sudut antara vektor r dan vektor F (arah sudut diukur dari arah vector r ke arah vector F).

9.7 Momen Gaya Total

Jika pada sebuah benda bekerja sejumlah gaya secara bersamaan, maka momen

gaya total merupakan jumlah vektor dari momen gaya yang dihasilkan oleh masing-masing gaya.



Gambar 9.6 Sejumlah gaya bekerja serentak pada sebuah benda

Seperti tampak pada Gbr 9.6, momen gaya yang dihasilkan oleh masing-masing gaya adalah

$$\vec{\tau}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1$$

$$\vec{\tau}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$$

$$\vec{\tau}_3 = \vec{r}_3 \times \vec{F}_3$$

Momen gaya total yang dihasilkan oleh semua gaya adalah

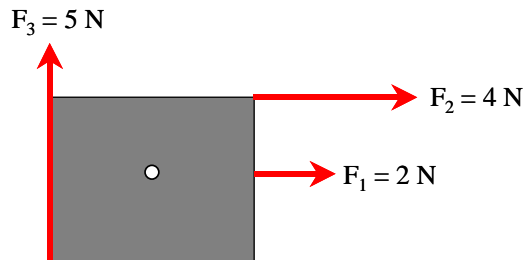
$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 \quad (9.15)$$

Jika gaya yang bekerja ada N buah maka momen gaya total dapat ditulis dalam bentuk umum

$$\begin{aligned} \vec{\tau} &= \sum_{i=1}^N \vec{\tau}_i \\ &= \sum_{i=1}^N \vec{r}_i \times \vec{F}_i \end{aligned} \quad (9.16)$$

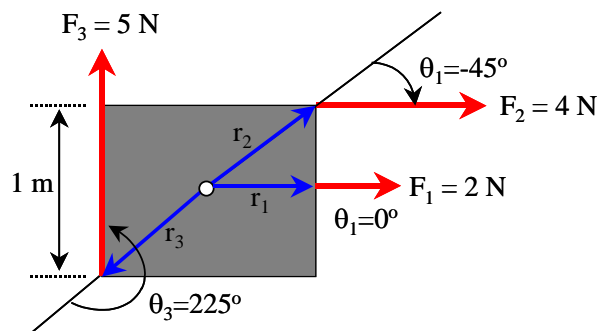
Contoh 9.5

Tentukan momen gaya total yang bekerja pada benda berbentuk bujur sangkat berikut ini



Gambar 9.7

Jawab



Gambar 9.8

Tampak dari gambar bahwa $r_2 = \sqrt{0,5^2 + 0,5^2} = 0,71 \text{ m}$, $r_3 = \sqrt{0,5^2 + 0,5^2} = 0,71 \text{ m}$,

$\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = -45^\circ$, dan $\theta_3 = 225^\circ$. Besar masing-masing momen gaya adalah

$$\tau_1 = r_1 F_1 \sin \theta_1 = 0,5 \times 2 \times \sin 0^\circ = 0$$

$$\tau_2 = r_2 F_2 \sin \theta_2 = 0,71 \times 4 \times \sin -45^\circ = -2,0 \text{ N m}$$

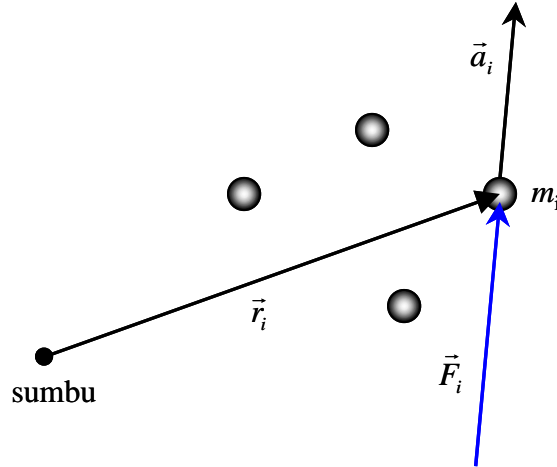
$$\tau_3 = r_3 F_3 \sin \theta_3 = 0,71 \times 5 \times \sin 225^\circ = -2,5 \text{ N m}$$

Momen gaya total yang bekerja pada benda

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 0 - 2,0 - 2,5 = -4,5 \text{ N m}$$

9.8 Hukum Newton II untuk Rotasi Benda Tegar

Serupa dengan ungkapan hukum Newton II untuk gerak translasi, yaitu $F = ma$, maka untuk gerak rotasi, hukum Newton II dapat diungkapkan dalam bentuk yang sangat serupa. , yaitu



Gambar 9.9 Menentukan torka total yang bekerja pada sistem banyak benda

Perhatikan kumpulan benda titik pada Gbr 9.9. Massa m_i berada pada posisi r_i dari sumbu. Akibat adanya gaya F_i maka m_i mengalami percepatan a_i yang memenuhi hukum Newton II

$$F_i = m_i a_i \quad (9.17)$$

Dua ruas persamaan (9.17) kita kalikan dengan $r_i \sin \theta_i$ sehingga diperoleh

$$r_i F_i \sin \theta_i = r_i m_i a_i \sin \theta_i \quad (9.18)$$

Mengingat $r_i F_i \sin \theta_i = \tau_i$, $a_i \sin \theta_i = a_{iT}$ yaitu komponen percepatan arah tangensial (tegak lurus vektor) \vec{r}_i maka persamaan (9.18) dapat ditulis

$$\tau_i = r_i m_i a_{iT} \quad (9.20)$$

Dengan menggunakan hubungan antara percepatan translasi dan rotasi, yaitu $a_{iT} = r_i \alpha$ kita dapatkan

$$\tau_i = m_i r_i^2 \alpha \quad (9.21)$$

Torka total yang bekerja pada sistem benda menjadi

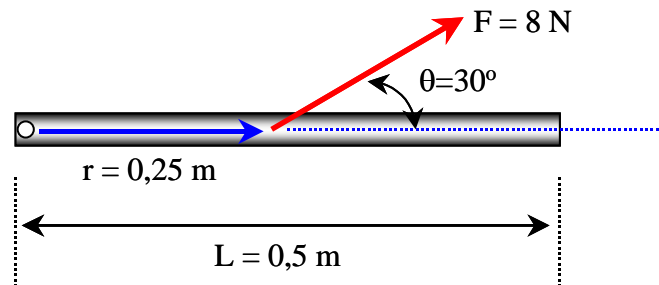
$$\begin{aligned}\tau &= \sum_i \tau_i \\ &= \sum_i m_i r_i^2 \alpha = \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \alpha \\ &= I \alpha\end{aligned}\tag{9.22}$$

dengan I momen inersia sistem benda. Persamaan (9.22) merupakan ungkapan hukum Newton II untuk gerak rotasi yang bentuknya sangat mirip dengan ungkapan hukum yang sama untuk gerak translasi, yaitu $F = ma$.

Contoh 9.6

Sebuah batang homogen memiliki massa 0,6 kg dan panjang 50 cm memiliki poros pada ujungnya. Di tengah-tengah batang dilakukan gaya 8 N dengan membentuk arah 30° terhadap garis hubung dari poros ke titik kerja gaya. Berapa percepatan sudut rotasi batang saat gaya bekerja?

Jawab



Gambar 9.10

Karena sumbu rotasi berada di ujung batang, maka momen inersia terhadap sumbu rotasi adalah

$$I = \frac{1}{3} ML^2 = \frac{1}{3} \times 0,6 \times (0,5)^2 = 0,05 \text{ kg m}^2$$

Besar momen gaya yang bekerja pada batang

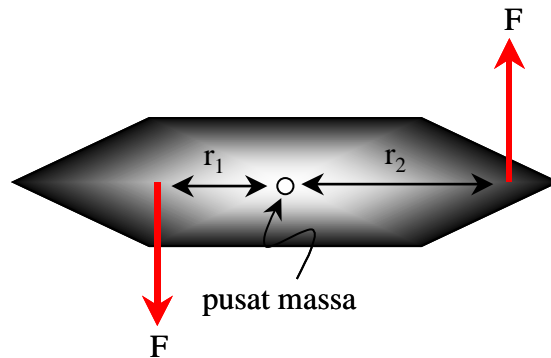
$$\tau = rF \sin \theta = 0,25 \times 8 \times \sin 30^\circ = 0,25 \times 8 \times 0,5 = 1,0 \text{ N m}$$

Percepatan rotasi batang saat dikenai gaya

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{1,0}{0,05} = 20 \text{ rad/s}^2$$

9.9 Rotasi Murni

Benda dikatakan melakukan gerak translasi jika pusat massa benda berubah posisi. Ini hanya dapat terjadi jika gaya total yang bekerja pada benda tidak nol. Namun, jika gaya total yang bekerja pada benda nol maka tidak ada translasi pusat massa. Tetapi kondisi ini tidak berarti momen gaya total yang bekerja pada benda nol. Contohnya, pada Gambar 9.11, dua gaya yang bekerja pada benda sama besar tetapi berlawanan arah. Dengan demikian, gaya total yang bekerja pada benda nol sehingga tidak ada perpindahan pusat massa benda. Akan tetapi kedua gaya tersebut masing-masing menghasilkan momen gaya yang saling menguatkan. Karena momen gaya total tidak nol maka benda melakukan gerak rotasi terhadap pusat massa tanpa disertai translasi pusat massa. *Gerak rotasi tanpa translasi pusat massa disebut rotasi murni.*



Gambar 9.11 Gaya total yang bekerja pada benda nol, tetapi momen gaya total tidak nol. Akibatnya benda melakukan rotasi murni terhadap pusat massa.

Misalkan ada sejumlah gaya yang bekerja pada benda: $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots$ Misalkan pula gaya-gaya tersebut bekerja pada posisi $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots$ diukur dari pusat massa. Gaya

total yang bekerja pada benda adalah $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$ dan torka total yang bekerja pada

sistem benda adalah $\vec{\tau} = \sum_i \vec{\tau}_i = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i$. Syarat terjadinya rotasi murni adalah

$$\begin{aligned}\sum_i \vec{F}_i &= 0 \\ \sum_i \vec{\tau}_i &\neq 0\end{aligned}\quad (9.23)$$

Besarnya percepatan rotasi terhadap pusat massa untuk peristiwa rotasi murni adalah

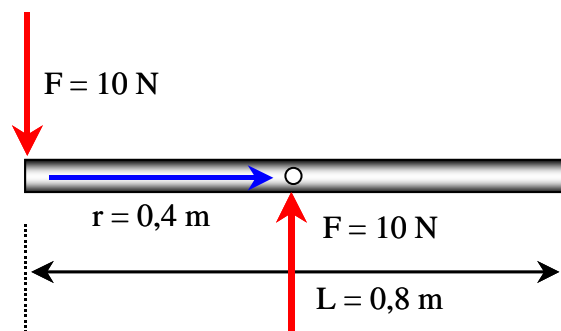
$$\alpha = \frac{\tau}{I_{pm}} \quad (9.24)$$

dengan I_{pm} adalah momen inersia benda terhadap sumbu pusat massa.

Contoh 9.7

Sebuah batang homogen memiliki massa 2,0 kg dan panjang 80 cm. Pada batang bekerja gaya yang sama besar tetapi berlawanan arah. Satu gaya bekerja pada ujung batang dan gaya yang lain bekerja di titik tengah batang. Jika besar masing-masing gaya 10,0 N dan arah gaya tegak lurus batang, tentukan percepatan rotasi benda terhadap pusat massa saat bekerja.

Jawab



Gambar 9.12

Tampak dari gambar bahwa $r_1 = L/2 = 0,4$ m dan $r_2 = 0$. Momen gaya total yang bekerja

pada benda

$$\tau = 0,4 \times 10 + 0,0 \times 10 = 4,0 \text{ N m}$$

Karena dua gaya besarnya sama tetapi berlawanan arah maka gaya total yang bekerja nol. Akibatnya benda melakukan rotasi murni. Momen inersia terhadap pusat massa

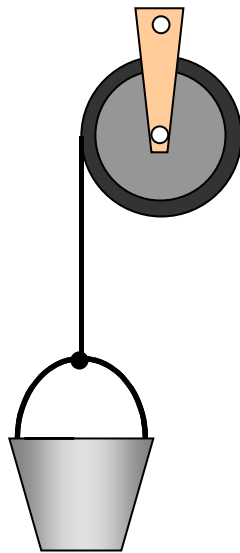
$$I_{pm} = \frac{1}{12} ML^2 = \frac{1}{12} \times 2,0 \times (0,8)^2 = 0,11 \text{ kg m}^2.$$

Percepatan rotasi batang terhadap pusat massa

$$\alpha = \frac{\tau}{I_{pm}} = \frac{4,0}{0,11} = 36,4 \text{ rad/s}^2$$

Contoh 9.8

Gambar 9.13 memperlihatkan sebuah katrol yang dapat dianggap sebagai cakram pejal dengan jari-jari 10,0 cm dan massa 0,5 kg. Katrol tersebut dililiti dengan tali yang dianggap tak bermassa. Ujung tali menanggung beban sebesar 5,0 kg. Ketika beban dilepas, berapakah percepatan sudut katrol?



Gambar 9.13

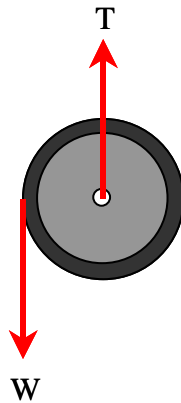
Jawab

Gambar 9.14 adalah diagram gaya yang bekerja pada katrol. Ada dua gaya yang bekerja pada katrol. Yang pertama adalah gaya pegangan oleh baut yang bekerja pada pusat

massa katrol. Karena gaya ini bekerja pada pusat massa, maka gaya tersebut tidak menghasilkan momen gaya. Gaya kedua adalah gaya oleh tali yang menahan beban yang titik kerjanya menyinggung katrol. Gaya ini menghasilkan momen gaya sebesar

$$\tau = RW = R(m_{\text{beban}} g) = 0,1 \times (5,0 \times 10) = 5 \text{ N m}$$

Dengan menganggap bahwa katrol berbentuk silinder pejal maka momen inersia katrol terhadap pusat massa



Gambar 9.14

$$I_{pm} = \frac{1}{2} M_{\text{katrol}} R^2 = \frac{1}{2} \times 0,5 \times (0,1)^2 = 0,0025 \text{ kg m}^2$$

Percepatan sudut katrol adalah

$$\alpha = \frac{\tau}{I_{pm}} = \frac{5,0}{0,0025} = 2 \times 10^4 \text{ rad/s.}$$

9.10 Gabungan Rotasi dan Translasi

Jika resultan gaya yang bekerja pada benda tidak nol, dan gaya yang bekerja tidak segaris maka muncul gaya netto dan torka netto sekaligus. Akibatnya muncul dua macam gerakan sekaligus, yaitu translasi pusat massa dan rotasi terhadap pusat massa. Contoh gerak semacam ini adalah gerak bola yang digelindingkan di lantai dan gerak roda kendaraan.

Translasi pusat massa memenuhi hukum Newton II untuk gerak translasi

$$F = ma_{pm} \quad (9.25)$$

dengan F resultan gaya yang bekerja pada benda, m massa benda, dan a_{pm} percepatan pusat massa. **Rotasi terhadap pusat massa** memenuhi hukum Newton II untuk gerak rotasi

$$\tau = I_{pm}\alpha \quad (9.26)$$

dengan τ resultan momen gaya yang bekerja pada benda, I_{pm} momen inersia terhadap pusat massa, dan α percepatan rotasi terhadap pusat massa.

Contoh 9.9

Sebuah bola pejal yang memiliki massa 5,0 kg dan jari-jari 8,0 cm dikenai dua buah gaya yang berlawanan arah, tidak sama besar dan tidak segaris. Arah masing-masing gaya tersebut tegak lurus jari-jari bola. Gaya pertama besarnya 8,0 N dan bekerja pada jarak 6,0 cm dari pusat bola. Gaya kedua besarnya 4,0 N dan bekerja pada jarak 4,0 cm dari pusat bola. Tentukan percepatan translasi pusat massa dan percepatan rotasi terhadap pusat massa.

Jawab

Informasi yang kita peroleh dari soal adalah jari-jari bola $R = 8,0 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}$, massa bola $M = 5,0 \text{ kg}$, $F_1 = 8,0 \text{ N}$, $F_2 = 4,0 \text{ N}$, jarak titik kerja gaya ke pusat bola $r_1 = 6,0 \text{ cm} = 0,06 \text{ m}$, dan $r_2 = 4,0 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$. Momen inersia bola terhadap pusat massa adalah

$$I_{pm} = \frac{2}{5}MR^2 = \frac{2}{5} \times 5,0 \times (0,08)^2 = 0,0128 \text{ kg m}^2$$

Resultan gaya yang bekerja pada bola

$$F = F_1 - F_2 = 8 - 4 = 4,0 \text{ N}$$

Total momen gaya yang bekerja pada bola

$$\tau = r_1 F_1 + r_2 F_2 = 0,06 \times 8,0 + 0,04 \times 4,0 = 0,64 \text{ N m}$$

Percepatan translasi pusat massa bola

$$a_{pm} = \frac{F}{m} = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ m/s}^2$$

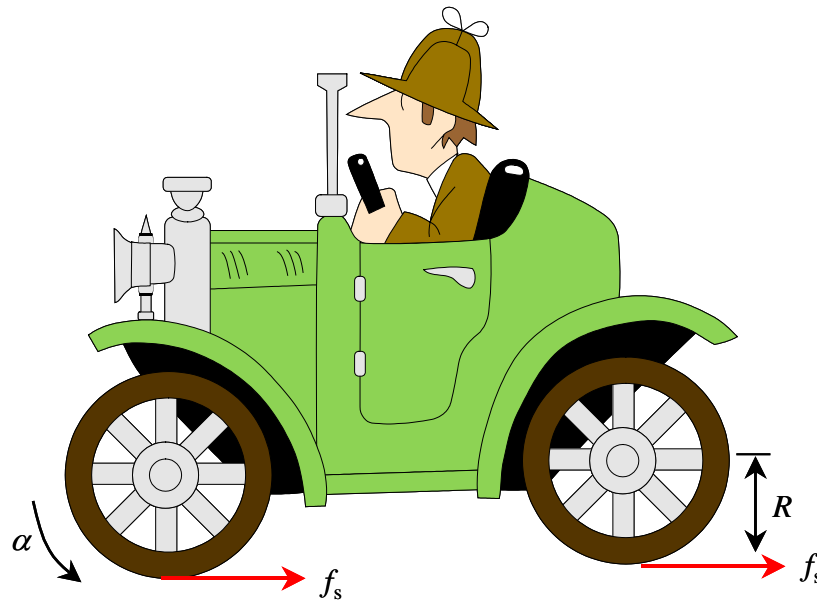
Percepatan rotasi terhadap pusat massa

$$\alpha = \frac{\tau}{I_{pm}} = \frac{0,64}{0,0128} = 50 \text{ rad/s}^2$$

9.11 Menggelinding dan Slip

Perhatikan putaran roda mobil saat mobil bergerak. Jika jalan yang dilalui kasar, roda menggelinding dengan baik. Tetapi, jika jalan sangat licin maka roda akan slip. Mengapa roda bisa berputar dengan baik dan mengapa dapat slip?

Perputaran roda disebabkan adanya gaya gesekan antara roda dengan jalan. Karena gaya ini menyinggung roda yang berarti tidak segaris pusat massa maka gaya tersebut menghasilkan momen gaya. Akibatnya adalah timbul percepatan rotasi pada roda.



Gambar 9.15 Gaya gesekan antara roda dengan jalan menyebabkan perputaran roda

Misalkan jari-jari roda R dan gaya gesekan antara roda dengan jalan f_s . Besarnya momen gaya yang bekerja pada salah satu roda adalah

$$\tau = f_s R \quad (9.27)$$

Misalkan momen inersia roda terhadap pusat massa adalah I_{pm} maka percepatan sudut rotasi roda terhadap pusat massa adalah

$$\alpha = \frac{\tau}{I_{pm}} = \frac{f_s R}{I_{pm}} \quad (9.28)$$

Selama roda menggelinding murni (tanpa terjadi slip), gaya gesekan antara roda dengan jalan adalah gaya gesekan statik. Hal ini karena tidak ada gerak relatif antara permukaan roda dengan permukaan jalan. Hanya terjadi penurunan bagian depan roda dan menyentuh jalan, sedangkan bagian belakang yang semua menyentuh jalan bergerak naik. Telah kita pelajari, untuk gaya gesekan statik berlaku hubungan

$$f_s \leq \mu_s N \quad (9.29)$$

dengan μ_s koefisien gesekan statik dan N gaya normal yang bekerja pada roda. Substitusi persamaan (9.29) ke dalam persamaan (9.28) diperoleh

$$\alpha \leq \frac{(\mu_s N) R}{I_{pm}} \quad (9.30)$$

Persamaan (9.30) menyatakan bahwa percepatan rotasi roda memiliki batas maksimum. Nilai terbesar percepatan rotasi yang bisa dimiliki roda adalah

$$\alpha_{maks} = \frac{\mu_s N R}{I_{pm}} \quad (9.31)$$

Pada bab sebelumnya, kita sudah membahas hubungan antara kecepatan rotasi dan percepatan translasi, yaitu $a = \alpha R$. Untuk gerak roda atau gerak menggelinding lainnya, hubungan ini hanya berlaku pada gerakan menggelinding tanpa selip (atau gerakan menggelinding murni). Kondisi ini berlaku untuk percepatan sudut mulai dari nol hingga percepatan sudut maksimum α_{maks} . Jika percepatan translasi memenuhi $a > \alpha_{maks} R$ maka roda mengalami selip. Selip terjadi ketika gerak rotasi tidak sanggup mengikuti gerak translasi. Percepatan translasi maksimum agar roda tidak selip adalah $a_{maks} = \alpha_{maks} R$. Persamaan ini mengisyaratkan bahwa percepatan maksimum yang

dijinkan agar tidak terjadi selip sangat ditentukan oleh koefisien gesekan antara roda dengan jalan. Koefisien gesekan mengecil jika jalan licin atau ban kendaraan aus. Itu sebabnya mengapa saat hujan kendaraan sangat mudah tergelincir.

Mengapa kendaraan kecil lebih mudah tergelincir daripada kendaraan besar? Gaya normal pada persamaan (9.31) tidak hanya ditentukan oleh massa roda tetapi oleh massa kendaraan secara keseluruhan (termasuk muatan). Kendaraan besar mendapat gaya normal yang besar sehingga percepatan maksimum agar tidak tergelincir sangat besar. Akibatnya kendaraan besar lebih sulit tergelincir.

Contoh 9.10

Salah satu roda mobil menanggung beban 2 500 N. Koefisien gesekan statik antara roda dengan jalan adalah 0,15. Jika roda memiliki massa 20,0 kg dan dapat dianggap sebagai silinder pejal dengan jari-jari 25 cm, berapakah percepatan maksimum mobil agar tidak selip di jalan tersebut.

Jawab

Momen inersia roda terhadap pusat massa (dianggap silinder pejal)

$$I_{pm} = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2} \times 20,0 \times (0,25)^2 = 0,625 \text{ kg m}^2$$

Gaya gesekan statik maksimum antara roda dengan jalan

$$f_{s,maks} = \mu_s N = 0,15 \times 2500 = 375 \text{ N}$$

Torka maksimum yang memutar roda

$$\tau_{maks} = f_{s,maks} R = 375 \times 0,25 = 94 \text{ N m}$$

Percepatan sudut maksimum yang dapat dimiliki roda

$$\alpha_{maks} = \frac{\tau_{maks}}{I_{pm}} = \frac{94}{0,625} = 150 \text{ rad/s}^2$$

Maka, percepatan translasi maksimum yang dimiliki roda kendaraan agar tidak selip adalah

$$a = \alpha_{maks} R = 150 \times 0,25 = 30 \text{ m/s}^2$$

9.12 Energi kinetik benda tegar

Gerakan benda tegar umumnya merupakan kombinasi antara gerak translasi pusat massa dan gerak rotasi terhadap pusat massa. Akibatnya, energi kinetik yang dimiliki benda tegar yang sedang bergerak merupakan gabungan dari energi kinetik dua macam gerakan tersebut.

i) Energi kinetik translasi pusat massa adalah

$$K_{trans} = \frac{1}{2} M v_{pm}^2 \quad (9.32)$$

dengan M massa benda dan v_{pm} laju pusat massa.

ii) Energi kinetik rotasi terhadap pusat massa adalah

$$K_{rot} = \frac{1}{2} I_{pm} \omega_{pm}^2 \quad (9.33)$$

dengan I_{pm} momen insersia terhadap pusat massa dan ω_{pm} laju rotasi terhadap pusat massa.

Dengan demikian energi kinetik total benda tegar yang sedang bergerak adalah

$$\begin{aligned} K_{tot} &= K_{trans} + K_{rot} \\ &= \frac{1}{2} M v_{pm}^2 + \frac{1}{2} I_{pm} \omega_{pm}^2 \end{aligned} \quad (9.34)$$

Contoh 9.11

Bola pejal yang memiliki massa 25,0 kg dan jari-jari 12 cm menggelinding murni dengan laju translasi 3 m/s. Berapakah energi kinetik total bola tersebut?

Jawab

Karena bola menggelinding murni maka akan berlaku hubungan $v_{pm} = \omega_{pm} R$. Atau kecepatan sudut rotasi bola terhadap pusat massa $\omega_{pm} = v_{pm}/R = 3/0,12 = 25 \text{ rad/s}$. Momen insersia bola terhadap pusat massa

$$I_{pm} = \frac{3}{5}MR^2 = \frac{3}{5} \times 25,0 \times (0,12)^2 = 0,216 \text{ kg m}^2$$

Energi kinetik translasi bola

$$K_{trans} = \frac{1}{2}Mv_{pm}^2 = \frac{1}{2} \times 25,0 \times 3^2 = 112,5 \text{ J}$$

Energi kinetik rotasi terhadap pusat massa adalah

$$K_{rot} = \frac{1}{2}I_{pm}\omega_{pm}^2 = \frac{1}{2} \times 0,216 \times 25^2 = 67,5 \text{ J}$$

Energi kinetik total benda tegar

$$K_{tot} = K_{trans} + K_{rot} = 112,5 + 67,5 = 180 \text{ J}$$

9.13 Usaha Oleh Momen Gaya

Misalkan benda tegar sedang diam, yaitu tidak berotasi maupun tidak bertranslasi. Pada benda tersebut kemudian dikenai dua gaya berlawanan arah, sama besar dan tidak segaris. Maka pusat massa benda tidak bergerak, sedangkan benda melakukan rotasi terhadap pusat massa. Karena muncul rotasi maka telah terjadi perubahan energi kinetik rotasi benda dari nol menjadi tidak nol. Energi kinetik translasi pusat massa sendiri tidak berubah.

Dua buah gaya berlawanan arah yang tidak segaris menghasilkan momen gaya. Akibat munculnya energi kinetik rotasi maka kita mengatakan bahwa momen gaya yang bekerja pada benda dapat menghasilkan energi kinetik rotasi pada benda. Berapa usaha yang dilakukan oleh momen gaya pada benda tersebut?

Untuk menentukan usaha yang dilakukan momen gaya, kita menggunakan rumus yang persis sama dengan saat menghitung usaha oleh gaya pada gerak translasi. Kita hanya mengganti F dengan τ dan Δx dengan $\Delta \theta$. Jadi jika momen gaya τ bekerja pada benda tegar dan selama itu benda berotasi sebesar $\Delta \theta$, maka usaha yang dilakukan oleh momen gaya tersebut adalah

$$W_{momen} = \tau \Delta \theta \tag{9.35}$$

Untuk kasus umum di mana momen gaya dapat berubah-ubah selama benda berotasi maka kerja yang dilakukan momen gaya dihitung dengan integral berikut ini

$$W_{\text{momen}} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau d\theta \quad (9.36)$$

dengan θ_1 sudut awal dan θ_2 adalah sudut akhir. Pada ungkapan di atas θ dinyatakan dalam satuan radian.

Contoh 9.12

Untuk katrol pada Gambar 9.13, berapa usaha yang dilakukan oleh momen gaya ketika benda turun sejauh 1,6 meter?

Jawab

Jari-jari katrol $R = 10,0 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$, massa beban: $m = 5,0 \text{ kg}$, dan berat beban $W = mg = 5,0 \times 10 = 50 \text{ N}$. Besar momen gaya yang bekerja $\tau = RW = 0,1 \times 50 = 5 \text{ N m}$. Keliling tepi katrol $s = 2\pi R = 2 \times 3,14 \times 0,1 = 0,628 \text{ m}$. Ketika beban turun sejauh 1,6 m, maka sudut putaran katrol adalah

$$\Delta\theta = \frac{1,6}{s} = \frac{1,6}{0,628} = 2,5 \text{ rad}$$

Usaha yang dilakukan momen gaya adalah

$$W_{\text{momen}} = \tau \Delta\theta = 5 \times 2,5 = 12,5 \text{ J}$$

9.14 Teorema Usaha Energi Gerak Rotasi

Pada pembahasan tentang gerak benda titik kita sudah mempelajari teorema usaha-energi. Teorema ini mengatakan bahwa usaha yang dilakukan gaya luar pada suatu benda sama dengan perubahan energi kinetik benda. Karena kemiripan gerak rotasi dan translasi, maka teorema tersebut dapat diterapkan langsung pada gerak rotasi benda tegar dengan mengganti besaran-besaran yang sesuai. Untuk gerak rotasi benda tegar, teorema usaha energi berbunyi:

Usaha yang dilakukan oleh momen gaya luar sama dengan perubahan energi kinetik rotasi benda tegar,

Pernyataan di atas dapat diungkapkan dalam rumus berikut ini

$$W_{\text{momen}} = \Delta K_{\text{rot}} \quad (9.37)$$

Contoh 9.13

Untuk katrol pada Gambar 9.13, berapa laju rotasi katrol setelah benda turun sejauh 3,0 meter?

Jawab

Jari-jari katrol $R = 10,0 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$, massa katrol $M = 0,5 \text{ kg}$. Momen inersia katrol terhadap pusat massa:

$$I_{pm} = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2} \times 0,5 \times (0,1)^2 = 0,0025 \text{ kg m}^2.$$

Massa beban $m = 5,0 \text{ kg}$, berat beban $W = mg = 5,0 \times 10 = 50 \text{ N}$.

Besar momen gaya yang bekerja $\tau = R W = 0,1 \times 50 = 5 \text{ N m}$.

Keliling tepi katrol $s = 2\pi R = 2 \times 3,14 \times 0,1 = 0,628 \text{ m}$.

Ketika beban turun sejauh 3,0 m, maka sudut putaran katrol adalah

$$\Delta\theta = \frac{3,0}{s} = \frac{3,0}{0,628} = 4,8 \text{ rad}$$

Usaha yang dilakukan momen gaya adalah

$$W_{momen} = \tau \Delta\theta = 5 \times 4,8 = 24,0 \text{ J}.$$

Energi kinetik rotasi mula-mula:

$$K_{rot,1} = 0 \text{ J. (benda tidak berotasi)}$$

Energi kinetik rotasi setelah katrol turun sejauh 3,0 m adalah:

$$K_{rot,2} = \frac{1}{2}I_{pm}\omega^2$$

Perubahan energi kinetik

$$\Delta K = K_{rot,2} - K_{rot,1} = \frac{1}{2}I_{pm}\omega^2 - 0 = \frac{1}{2}I_{pm}\omega^2$$

Berdasarkan teorema usaha energi

$$W_{momen} = \frac{1}{2}I_{pm}\omega^2$$

atau

$$\omega^2 = \frac{2W_{momen}}{I_{pm}} = \frac{2 \times 24,0}{0,0025} = 19200$$

Atau

$$\omega = \sqrt{19200} = 139 \text{ rad/s.}$$

9.15 Teorema Usaha Energi Umum

Karena secara umum benda tegar melakukan dua macam gerak yaitu translasi dan rotasi, maka pada perhitungan teorema usaha energi yang umum kita harus memperhitungkan usaha oleh gaya dan usaha oleh momen gaya. Efek dari usaha tersebut adalah munculnya perubahan pada energi kinetik translasi dan energi kinetik rotasi. Dengan demikian, teorema usaha energi yang lebih umum menjadi

Usaha yang dilakukan gaya luar dan momen luar sama dengan perubahan energi kinetik translasi dan rotasi benda tegar.

Pernyataan di atas diungkapkan dalam persamaan umum berikut ini

$$W_{\text{gaya}} + W_{\text{momen}} = \Delta K_{\text{trans}} + \Delta K_{\text{rot}} \quad (9.38)$$

Untuk memahami teorema ini, mari kita lihat contoh-contoh berikut ini.

Contoh 9.14

Sebuah silinder pejal dengan massa 20,0 kg dan jari-jari 15,0 cm dilepaskan dari bidang yang memiliki kemiringan 30° . Tinggi ujung atas bidang miring dari dasar adalah 3 m. Berapakah kecepatan rotasi dan translasi silinder saat mencapai dasar bidang miring?

Jawab

Saat dilepaskan, energi kinetik rotasi maupun translasi adalah nol (benda diam). Pertambahan energi ketika benda sampai di dasar sama dengan energi kinetik di dasar itu sendiri, atau

$$\Delta K = \frac{1}{2} M v_{\text{pm}}^2 + \frac{1}{2} I_{\text{pm}} \omega_{\text{pm}}^2$$

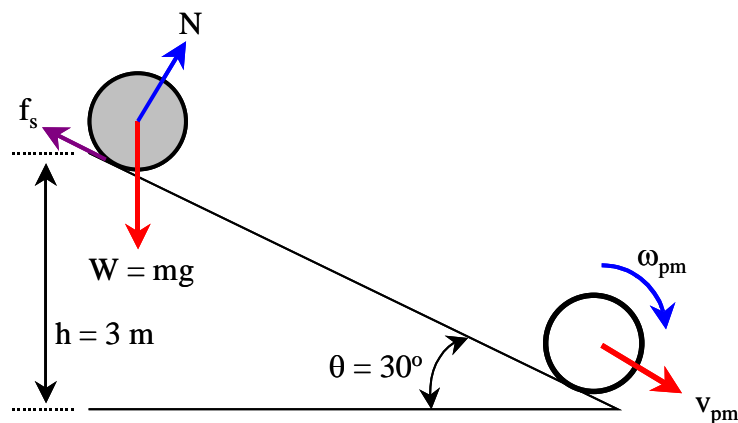
dengan v_{pm} laju translasi pusat massa silinder di dasar dan ω_{pm} kecepatan sudut rotasi terhadap pusat massa saat silinder sampai di dasar. Jika tidak terjadi slip (hanya gerak

menggelinding murni) maka terpenuhi

$$v_{pm} = \omega_{pm} R$$

sehingga

$$\Delta K = \frac{1}{2} M (\omega_{pm} R)^2 + \frac{1}{2} I_{pm} \omega_{pm}^2 = \frac{1}{2} M R^2 \omega_{pm}^2 + \frac{1}{2} I_{pm} \omega_{pm}^2$$



Gambar 9.16

Gaya luar yang bekerja pada benda adalah gaya gravitasi, gaya normal, dan gaya gesekan statik antara silinder dengan lantai. Gaya normal tidak melakukan kerja karena benda bergerak tegak lurus arah gaya normal. Gaya gesekan statik tidak melakukan kerja karena tidak ada gerak relatif antara silinder dengan bidang. Yang melakukan kerja hanya gaya gravitasi. Kerja yang dilakukan gaya gravitasi adalah

$$W_{grav} = Mgh$$

Karena gaya luar yang melakukan kerja hanya gaya gravitasi, maka dengan teorema usaha energi diperoleh

$$W_{grav} = \Delta K$$

atau

$$Mgh = \frac{1}{2}MR^2\omega_{pm}^2 + \frac{1}{2}I_{pm}\omega_{pm}^2$$

Untuk silinder pejal, momen inersia terhadap pusat massa memenuhi $I_{pm} = (1/2)MR^2$ sehingga

$$Mgh = \frac{1}{2}MR^2\omega_{pm}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\omega_{pm}^2$$

$$Mgh = \frac{3}{4}MR^2\omega_{pm}^2$$

$$\omega_{pm} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{gh}{R^2}} = \sqrt{\frac{4}{3} \times \frac{10 \times 3}{(0,15)^2}} = 42 \text{ rad/s}$$

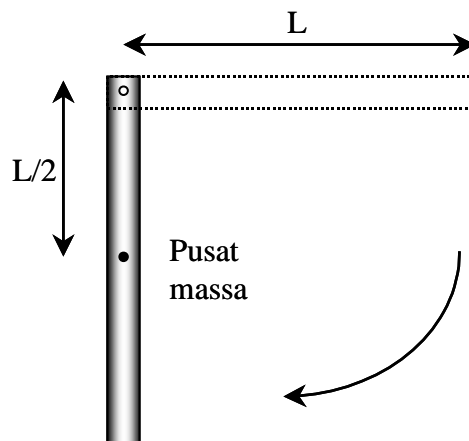
Kecepatan translasi pusat massa

$$v_{pm} = \omega_{pm}R = 42 \times 0,15 = 6,3 \text{ m/s}$$

Contoh 9.15

Sebuah batang homogen yang bermassa 4,0 kg dan panjang 1,6 m memiliki poros pada salah satu ujungnya. Mula-mula batang diam dalam posisi horizontal. Berapakah kecepatan sudut batang saat tepat dalam posisi vertical setelah jatuh.

Jawab



Gambar 9.17

Untuk gerak ini kita dapat memandang batang hanya melakukan gerak rotasi murni dengan memilih sumbu pada ujung batang. Momen inersia batang terhadap sumbu di ujung

$$I = \frac{1}{3}ML^2 = \frac{1}{3} \times 4,0 \times (1,6)^2 = 3,4 \text{ kg m}^2.$$

Energi kinetik mula-mula batang = 0. Karena benda hanya dipandang melakukan rotasi murni terhadap sumbu di ujung, maka energi kinetik ketika dalam posisi vertikal adalah

$$K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Dengan demikian, perubahan energi kinetik adalah

$$\Delta K = \frac{1}{2}I\omega^2 - 0 = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Gaya luar yang bekerja pada batang yang melakukan kerja hanya gaya gravitasi. Ketika benda berada dalam posisi vertikal, pusat massa benda telah turun sejauh $L/2$. Dengan demikian, usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi adalah

$$W_{grav} = Mg(L/2)$$

Dengan menggunakan teorema usaha energi, maka

$$Mg(L/2) = \frac{1}{2}I\omega^2$$

atau

$$\omega^2 = \frac{MgL}{I} = \frac{4,0 \times 10 \times 0,8}{3,4} = 9,4$$

atau

$$\omega = \sqrt{9,4} = 3,1 \text{ rad/s}$$

9.16 Momentum Sudut Benda Tegar

Untuk gerak partikel, kita telah mendefinisikan momentum sebagai perkalian massa (inersia) dengan kecepatan $p = mv$. Pada gerak rotasi benda tegar, kita akan

mendefinisikan besaran yang sejenis, yang kita sebut sebagai momentum sudut. Momentum sudut adalah perkalian antara momen inersia dengan kecepatan sudut, atau

$$L = I\omega \quad (9.39)$$

Contoh 9.16

Sebuah bola pejal yang bermassa 10,0 kg menggelinding tanpa slip di atas bidang datar dengan kecepatan translasi 2,0 m/s. Jari-jari bola adalah 8,0 cm. Berapakah momentum translasi, momentum sudut terhadap pusat massa, energi kinetik translasi, energi kinetik rotasi.

Jawab

Informasi yang diberikan soal adalah kecepatan bola $v = 2,0$ m/s, massa bola $M = 10,0$ kg, jari-jari bola $R = 8,0$ cm = 0,08 m. Karena benda menggelinding sempurna maka kecepatan sudut dapat dihitung dari hubungan

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{2,0}{0,08} = 25 \text{ rad/s.}$$

Momen inersia bola terhadap pusat massa

$$I_{pm} = \frac{2}{5}MR^2 = \frac{2}{5} \times 10,0 \times (0,08)^2 = 0,0256 \text{ kg m}^2$$

Momentum linier bola

$$p = mv = 10,0 \times 2,0 = 20 \text{ kg m/s}$$

Momentum sudut bola terhadap pusat massa

$$L = I\omega = 0,0256 \times 25 = 0,64 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

Energi kinetik translasi bola

$$K_{trans} = \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2} \times 10,0 \times (2,0)^2 = 20,0 \text{ J}$$

Energi kinetik rotasi terhadap pusat massa

$$K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \times 0,0256 \times (25)^2 = 8,0 \text{ J.}$$

9.17 Hubungan Antara Momentum Sudut dan Momen Gaya

Pada gerak translasi, kita sudah mempelajari bahwa gaya yang bekerja pada benda sama dengan laju perubahan momentum linier benda, atau $F = dp/dt$. Adakah rumus serupa untuk gerak rotasi? Jawabannya ada. Momen gaya yang bekerja pada

sebuah benda sama dengan laju perubahan momentum sudut benda, atau

$$\tau = \frac{dL}{dt} \quad (9.40)$$

Contoh 9.17

Selama 0,1 s bola pejal yang menggelinding mengalami perubahan kecepatan dari 1,0 m/s menjadi 2,0 m/s. Massa bola adalah 8,0 kg dan jari-jarinya 7,0 cm. Berapakah momen gaya yang bekerja pada bola selama selang waktu tersebut?

Jawab

Informasi yang diberikan soal adalah $\Delta t = 0,1$ s, $v_1 = 1,0$ m/s, $v_2 = 2,0$ m/s, $M = 8,0$ kg, dan $R = 7,0$ cm = 0,07 m.

Kecepatan sudut bola mula-mula

$$\omega_1 = v_1/R = 1,0/0,07 = 14,3 \text{ rad/s}$$

Kecepatan sudut benda akhir

$$\omega_2 = v_2/R = 2,0/0,07 = 28,6 \text{ rad/s}$$

Momen inersia bola terhadap pusat massa

$$I_{pm} = \frac{2}{5}MR^2 = \frac{2}{5} \times 8,0 \times (0,07)^2 = 0,016 \text{ kg m}^2$$

Momentum sudut mula-mula

$$L_1 = I_{pm}\omega_1 = 0,016 \times 14,3 = 0,23 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

Momentum sudut akhir

$$L_2 = I_{pm}\omega_2 = 0,016 \times 28,6 = 0,46 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

Perubahan momentum sudut

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 0,46 - 0,23 = 0,23 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

Momen gaya yang bekerja pada benda

$$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{0,23}{0,1} = 2,3 \text{ N m}$$

Jika terdapat sejumlah benda dengan momentum sudut masing-masing L_1 , L_2 , L_3 , dan seterusnya, berapakah momentum sudut total benda? Momentum sudut total diperoleh dari penjumlahan momentum sudut masing-masing benda. Tetapi dalam

penjumlahan tersebut harus memperhatikan arah.

Perjanjian arah:

- Jika rotasi benda berlawanan arah putaran jarum jam maka momentum sudut diberi harga positif
- Jika rotasi benda searah putaran jarum jam maka momentum sudut diberi harga negatif.

Dengan memperhitungkan perjanjian arah tersebut maka momentum sudut total adalah

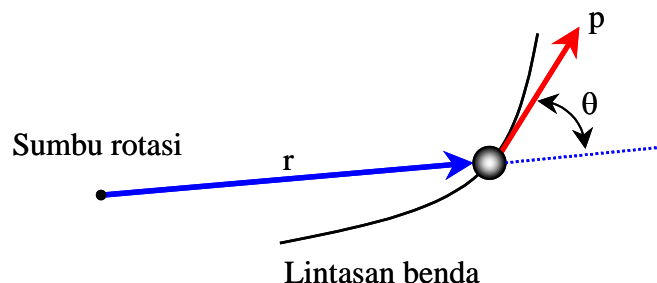
$$\begin{aligned} L &= L_1 + L_2 + L_3 + \dots \\ &= \sum_{i=1}^N L_i \end{aligned} \quad (9.41)$$

9.18 Hubungan antara momentum sudut dan momentum linier

Seperti halnya gaya yang memiliki hubungan dengan momen gaya, momentum sudut juga memiliki hubungan dengan momentum linier. Untuk benda titik yang bergerak dengan momentum p dan berjarak r dari sumbu rotasi, maka besarnya momentum sudut memenuhi

$$L = r p \sin \theta \quad (9.42)$$

dengan θ sudut antara vektor jari-jari dan momentum. Untuk menentukan sudut θ , kalian harus gambar ulang vektor p dan r sehinggapangkal ke dua vektor tersebut berimpit. Sudut θ adalah sudut yang dibentuk oleh pangkal kedua vektor tersebut.



Gambar 9.18 Benda yang memiliki momentum linier p dan bergerak dalam jarak r dari sumbu rotasi menghasilkan momentum sudut.

Tampak dari persamaan (9.42) bahwa momentum sudut terbesar terjadi jika arah gerak benda tegak lurus vektor jari-jari. Dalam kondisi gerak demikian, $\theta = 90^\circ$ atau $\sin \theta = 1$ sehingga $L = r p$. Sebaliknya, jika arah gerak benda menuju atau menjauhi sumbu rotasi ($\theta = 0$ atau $\theta = 180^\circ$) maka $\sin \theta = 0$ sehingga $L = 0$.

Contoh 9.18

Dengan asumsi bahwa planet bergerak dalam lintasan lingkaran, berapakah momentum sudut planet yang bergerak mengitari matahari?

Jawab

Gaya gravitasi yang dilakukan matahari pada planet

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

dengan M Massa matahari, m massa planet, dan r jarak planet ke matahari. Agar planet tetap pada lintasannya maka harus terpenuhi

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

Kita dapat juga menulis sebagai berikut

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{r^2 m^2 v^2}{mr^3} = \frac{(rmv)^2}{mr^3} = \frac{(rp)^2}{mr^3}$$

Dengan asumsi bahwa lintasan planet menyerupai lingkaran maka arah gerak planet selalu tegak lurus jari-jari. Dengan demikian, momentum sudut memenuhi $L = rp$. Jadi kita dapat menulis

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{L^2}{mr^3}$$

Akhirnya diperoleh

$$G \frac{Mm}{r^2} = \frac{L^2}{mr^3}$$

atau

$$L^2 = GMm^2 r$$

Contoh 9.19

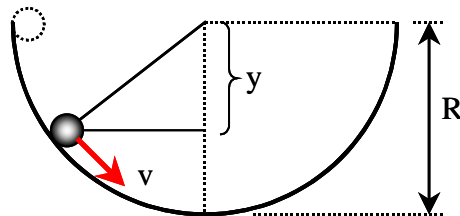
Sebuah kelereng bermassa 50 g dilepas dari ujung atas lintasan yang berbentuk

setengah lingkaran dengan jari-jari $R = 0,75$ m. Kecepatan awal kelereng adalah nol. (a) Tentukan momentum sudut kelereng setelah turun sejauh $y = 0,5$ m dari tempat pelepasan. (b) Berapa pula momentum sudut kelereng saat berada di dasar lintasan? Anggap tidak ada gesekan antara kelereng dan lintasan.

Jawab

(a) Untuk momentum sudut kelereng saat turun sejauh $y = 0,5$ m dari tempat pelepasan kita mulai dengan mencari laju kelereng menggunakan hukum kekekalan energi.

Karena tidak ada gaya gesekan, maka energi mekanik kekal. Jadi



Gambar 9.19

$$EM_1 = EM_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$0 + mgR = \frac{1}{2}mv^2 + mg(R - y)$$

$$0 + mgR = \frac{1}{2}mv^2 + mgR - mgy$$

atau

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgy$$

atau

$$v = \sqrt{2gy} = \sqrt{2 \times 10 \times 0,5} = 3,2 \text{ m/s}$$

Karena arah gerak selalu tegak lurus jari-jari maka momentum sudut kelereng adalah

$$L = rmv = 0,75 \times 0,05 \times 3,2 = 0,12 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

(b) Berikutnya kita tentukan momentum sudut kelereng saat di dasar lintasan. Dengan menggunakan hukum kekekalan energi mekanik kita peroleh, laju kelereng di dasar

lintasan adalah

$$v = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 10 \times 0,75} = 3,9 \text{ m/s}$$

Momentum sudut kelereng

$$L = rmv = 0,75 \times 0,05 \times 3,9 = 0,15 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

9.19 Hukum Kekekalan Momentum Sudut

Dari persamaan (9.40) kita dapat menyimpulkan bahwa, jika momen gaya yang bekerja pada suatu benda nol diperoleh

$$\frac{dL}{dt} = 0$$

Hubungan di atas menyatakan bahwa momentum sudut bukan merupakan fungsi waktu. Artinya, momentum sudut bersifat kekal. Jadi, *jika tidak ada momen gaya luar yang bekerja maka momentum sudut bersifat kekal*.

Contoh 9.20

Berdasarkan hukum Kepler planet-planet bergerak mengitari matahari dalam lintasan ellips. Laju planet pada orbitnya lebih besar ketika lebih dekat ke matahari. Apakah momentum sudut planet berubah-ubah selama planet mengelilingi matahari?

Jawab

Mari kita selidiki. Gaya yang bekerja pada planet adalah gaya gravitasi oleh matahari yang arahnya searah dengan garis hubung planet dan matahari. Karena arah gaya yang sejajar jari-jari maka gaya tersebut tidak menghasilkan momen gaya meskipun pada planet selalu bekerja gaya. Dengan demikian, momentum sudut planet selama mengitari matahari selalu tetap.

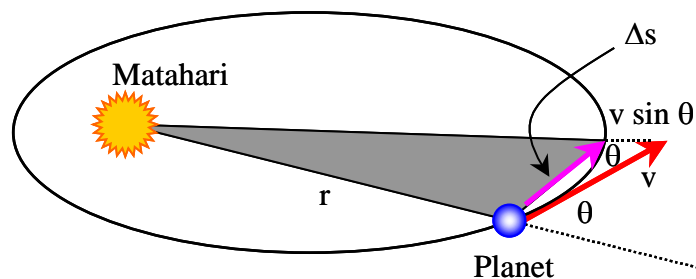
$$r p \sin \theta = \text{konstan}$$

atau

$$r m v \sin \theta = \text{konstan}$$

Berdasarkan Gambar 9.19 $v_T = v \sin \theta$ dengan v_T adalah komponen kecepatan yang tegak lurus jari-jari dan $\Delta s = v_T \Delta t$ sehingga kita peroleh

$$v \sin \theta = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



Gambar 9.19 Lintasan planet mengitari matahari.

Hukum kekekalan momentum dapat ditulis menjadi

$$r m \frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{konstan}$$

Tetapi, $r \Delta s / 2$ adalah luas daerah yang diarsir, yaitu luas daerah yang disapu oleh garis penghubung planet dan matahari selama selang waktu Δt . Nyatakan luas tersebut dengan ΔA maka kita dapat menulis hukum kekekalan momentum sudut menjadi

$$2m \frac{\Delta A}{\Delta t} = \text{konstan}$$

Untuk satu planet, nilai m konstan sehingga kita peroleh hubungan

$$\Delta A = C \Delta t$$

dengan C adalah konstanta. Hubungan di atas menyatakan bahwa, pada selang waktu yang sama Δt , garis hubung planet dan matahari menyapu daerah yang sama luasanya. Ini tidak lain daripada ungkapan hukum II Kepler. Dengan demikian bisa dikatakan bahwa hukum II Kepler merupakan konsekuensi dari hukum kekekalan momentum linier.

Soal dan Penyelesaian

1) Molekul oksigen mengandung dua atom oksigen yang memiliki massa total $5,3 \times$

10^{-26} kg. Momen inersia terhadap sumbu yang tegak lurus garis penghubung dua atom serta berada di tengah-tengah antar dua atom adalah $1,9 \cdot 10^{-46}$ kg m². Perkirakan jarak antar dua atom

Jawab

Informasi yang diberikan soal adalah Massa satu atom adalah: $m = 5,3 \times 10^{-26}/2 = 2,65 \times 10^{-26}$ kg dan momen inersia $I = 1,9 \cdot 10^{-46}$ kg m². Tetapi

$$I = mr^2 + mr^2 = 2mr^2$$

sehingga

$$r^2 = \frac{I}{2m} = \frac{1,9 \times 10^{-46}}{2 \times 2,65 \times 10^{-26}} = 3,6 \times 10^{-21}$$

atau

$$r = \sqrt{3,6 \times 10^{-21}} = 6,0 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Jarak antar atom oksigen adalah: $2r = 2 \times (6,0 \times 10^{-11}) = 12 \times 10^{-11} \text{ m} = 1,2 \times 10^{-10} \text{ m}$.

2) Sebuah cakram berjari-jari $R = 0,5$ m dihubungkan salah satu titik di pinggirnya dengan batang tak bermassa yang panjangnya $2R$. Massa cakram adalah 2,5 kg. Berapakah momen inersia terhadap titik di ujung batang yang lainnya?

Jawab

Momen inersia cakram diukur dari sumbu melalui pusat

$$I_{PM} = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2} \times 2,5 \times (0,5)^2 = 0,3125 \text{ kg m}^2.$$

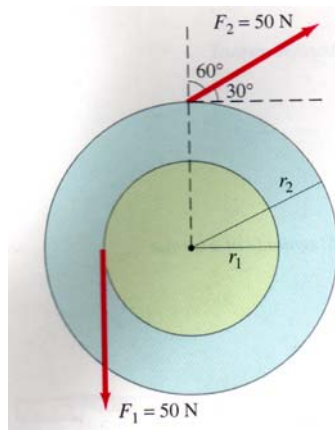
Jarak sumbu baru (ujung batang) ke pusat cakram adalah

$$d = 3R = 3 \times 0,5 = 1,5 \text{ m}.$$

Dengan dalil sumbu sejajar, momen inersia terhadap sumbu di ujung batang adalah

$$I = I_{pm} + Md^2 = 0,3125 + 2,5 \times (1,5)^2 = 5,9 \text{ kg m}^2.$$

3) Berdasarkan Gbr 9.20, berapakah momen gaya yang dihasilkan kedua gaya jika diketahui $r_1 = 30,0$ cm dan $r_2 = 50,0$ cm?



Gambar 9.20

Jawab

Informasi yang diberikan soal $r_1 = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$, $r_2 = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$, $F_1 = 50 \text{ N}$, $F_2 = 50 \text{ N}$, $\theta_1 = 90^\circ$, dan $\theta_2 = 60^\circ$. Menurut perjanjian, jika gaya yang bekerja pada benda menghasilkan putaran yang berlawanan arah jarum jam maka momen gaya diberi harga positif. Dan momen gaya diberi harga negatif jika menghasilkan putaran yang searah putaran jarum jam. Jadi

$$\tau_1 = +r_1 F_1 \sin \theta_1 = +0,3 \times 50 \times \sin 90^\circ = 15 \text{ N m}$$

$$\tau_2 = -r_2 F_2 \sin \theta_2 = -0,5 \times 50 \times \sin 60^\circ = -25 \times 0,87 = -22 \text{ N m}$$

Momen gaya total yang bekerja

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = 15 - 22 = -7 \text{ N m}$$

Harga momen gaya total negatif artinya cakram berputar searah putaran jarum jam.

4) Sebuah cakram berputar (merry-go-round) memiliki momen inersia $10\,000 \text{ kg m}^2$. Berapa besar momen gaya yang harus diberikan agar cakram tersebut berputar dengan percepatan sudut: (a) $0,8 \text{ rad/s}^2$, (b) $0,5 \text{ rev/s}^2$.

Jawab

Informasi dari soal $I = 10\,000 \text{ kg m}^2$

(a) Agar berputar dengan percepatan sudut $\alpha = 0,8 \text{ rad/s}^2$ maka

$$\tau = I\alpha = 10000 \times 0,8 = 8\,000 \text{ N m}$$

(b) Agar berputar dengan percepatan sudut $\alpha = 0,5 \text{ rev/s}^2 = 0,5 \times (2\pi) \text{ rad/s}^2 = 3,14 \text{ rad/s}^2$ maka diperlukan momen gaya

$$\tau = I\alpha = 10000 \times 3,14 = 31\,400 \text{ N m}$$

5) Gaya F_T sebesar 15,0 N ditarik pada tali yang meliliti katrol yang memiliki massa 4,0 kg dan jari-jari 33 cm. Diamati bahwa katrol mengalami percepatan sehingga lajunya rotasinya berubah dari nol menjadi 30,0 rad/s selama 3,0 s. Jika pada sumbu katrol terdapat momen gaya gesekan sebesar 1,10 N m, tentukan momen inersia katrol.

Jawab

Kita mulai dengan menghitung momen gaya total. Momen gaya yang dihasilkan oleh tarikan

$$\tau_1 = r \times F_T = 0,33 \times 15,0 = 4,95 \text{ N m}$$

Momen gaya yang dihasilkan oleh gesekan

$$\tau_2 = -1,10 \text{ N m (tanda negatif berarti momen gaya ini melawan gerak rotasi)}$$

Momen gaya total

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = 4,95 - 1,10 = 3,85 \text{ N m.}$$

Sekarang kita hitung percepatan sudut. Kecepatan sudut awal $\omega = 0$ dan kecepatan sudut akhir $\omega' = 30 \text{ rad/s}$. Lama waktu perubahan kecepatan sudut: $\Delta t = 3,0 \text{ s}$ sehingga percepatan sudut

$$\alpha = \frac{\omega' - \omega}{\Delta t} = \frac{30,0 - 0}{3,0} = 10,0 \text{ rad/s}$$

Dengan menggunakan hukum Newton II untuk rotasi, $\tau = I\alpha$, maka

$$I = \frac{\tau}{\alpha} = \frac{3,85}{10,0} = 0,385 \text{ kg m}^2$$

6) Gaya 10,0 N dikerjakan secara tangensial pada sebuah roda yang memiliki jari-jari 20,0 cm. Berapakah momen gaya yang dihasilkan gaya tersebut terhadap sumbu roda? Berapakah besar momen gaya gesekan yang diperlukan untuk menghentikan gerakan roda tersebut?

Jawab

Momen gaya yang dihasilkan gaya

$$\tau = rF = 0,2 \times 10,0 = 2,0 \text{ N m}$$

Torka gesekan yang diperlukan untuk menghentikan putaran roda harus lebih besar dari

2,0 N m. Jika sama dengan 2,0 N m maka roda tidak berhenti tetapi berputar dengan kecepatan sudut konstan.

7) Sebuah motor kecil memiliki momen gaya output maksimum $4,0 \times 10^{-3}$ N m. Motor tersebut digunakan untuk memutar cakram yang memiliki massa 2,0 kg dan jari-jari 15 cm. (a) Berapa percepatan sudut cakram yang dapat dihasilkan motor? (b) Berapa waktu yang diperlukan untuk memutar cakram hingga mencapai kecepatan sudut 1 rev/menit?

Jawab

Pertama kita hitung percepatan sudut cakram. Sebelumnya kita tentukan momen inersia cakram (terhadap sumbu di pusat)

$$I = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2} \times 2,0 \times (0,15)^2 = 0,0225 \text{ kg m}^2$$

(a) Percepatan sudut cakram

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{4,0 \times 10^{-3}}{0,0225} = 0,18 \text{ rad/s}^2$$

(b) Waktu yang diperlukan untuk mencapai kecepatan sudut $\omega = 1 \text{ rev/menit} = (2\pi)/60 = 0,105 \text{ rad/s}$ adalah

$$t = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{0,105}{0,18} = 0,6 \text{ s.}$$

8) Sebuah batang meteran yang massanya 150 gram dibuatkan sumbu pada salah satu ujungnya, kemudian dipegang dalam posisi horizontal. (a) Berapa percepatan sudut tepat saat meteran dilepaskan? (b) Berapa percepatan sudut saat meteran berada pada posisi terendah (posisi vertical)?

Jawab

Informasi yang ada di soal massa $m = 150 \text{ g} = 0,15 \text{ kg}$, panjang batang meteran $L = 1$ meter. Momen inersia terhadap salah satu sumbu

$$I = \frac{1}{3}ML^2 = \frac{1}{3} \times 0,15 \times 1^2 = 0,05 \text{ kg m}^2$$

Dalam posisi horizontal, gaya gravitasi bekerja pada batang meteran dan berpusat di pusat massa meter. Besarnya gaya $W = mg = 0,15 \times 10 = 1,5 \text{ N}$. Jarak titik kerja gaya ke sumbu adalah $r = 0,5 \text{ m}$. Dengan demikian, momen gaya yang dihasilkan gaya gravitasi adalah

$$\tau = rW = 0,5 \times 1,5 = 0,75 \text{ N m}$$

Percepatan rotasi metersan tepat saat dilepaskan

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{0,75}{0,05} = 15 \text{ rad/s}^2$$

(b) Jika meteran berada dalam posisi vertical maka gaya gravitasi sejajar dengan garis hubung ke sumbu rotasi sehingga gaya tersebut tidak menghasilkan momen gaya. Akibatnya, percepatan sudut nol.

9) Berapa energi kinetik rotasi roda yang berotasi dengan kecepatan sudut 3,0 rev/s jika momen inersia roda adalah 0,8 kg m²?

Jawab

Informasi yang diberikan soal $\omega = 3,0 \text{ rev/s} = 3,0 \times (2\pi) \text{ rad/s} = 18,84 \text{ rad/s}$ dan $I = 0,8 \text{ kg m}^2$. Dengan demikian

$$K_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \times 0,8 \times (18,84)^2 = 142 \text{ J}$$

10) Berapa laju bola pejal yang dilepaskan dari keadaan diam di puncak bidang miring saat bola tersebut mencapai dasar bidang. Massa bola adalah M dan jari-jarinya adalah R. Tinggi ujung bidang miring adalah H dan membentuk sudut elevasi θ . Anggap tidak terjadi slip selama bola bergerak.

Jawab

Karena tidak terjadi slip maka terpenuhi

$$\omega = \frac{v}{R} \tag{a}$$

Energi kinetik bola terdiri dari energi kinetik translasi dan rotasi. Dengan menggunakan hukum kekekalan energi mekanik maka

$$U_1 + K_{tr1} + K_{rot1} = U_2 + K_{trans2} + K_{rot2}$$

$$MgH + 0 + 0 = 0 + \frac{1}{2} I_{pm} \omega^2 + \frac{1}{2} Mv^2$$

atau

$$MgH = \frac{1}{2} I_{pm} \omega^2 + \frac{1}{2} Mv^2 \tag{b}$$

Untuk bola pejal,

$$I_{pm} = \frac{2}{5}MR^2 \quad (c)$$

Substitusi (a) dan (c) ke dalam (b)

$$MgH = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5}MR^2 \right) \left(\frac{v}{R} \right)^2 + \frac{1}{2}Mv^2$$

atau

$$MgH = \frac{2}{10}Mv^2 + \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{7}{10}Mv^2$$

Dengan demikian

$$v = \sqrt{\frac{10}{7}gH}$$

11) Sebuah bola bowling meluncur ke atas pada permukaan bidang miring dengan laju awal 3,0 m/s. Bola tersebut tepat berhenti di ujung atas bidang miring. Berapakah ketinggian bidang miring diukur dari dasar?

Jawab

Peristiwa ini tepat kebalikan dari peristiwa pada soal 10 di atas. Dengan demikian, kita dapat menggunakan persamaan yang diperoleh dalam jawaban soal nomor 10, yaitu

$$v = \sqrt{\frac{10}{7}gH}$$

Jadi

$$H = \frac{7}{10} \frac{v^2}{g} = \frac{7}{10} \times \frac{(3,0)^2}{10} = 0,63 \text{ m}$$

12) Cari energi kinetik rotasi, translasi, dan energi kinetik total sebuah bola bowling yang massanya 7,0 kg dan diameter 18 cm jika bola tersebut menggelinding sempurna dengan laju 8,0 m/s

Jawab

Informasi yang diberikan soal $M = 7,0 \text{ kg}$, $D = 18 \text{ cm} = 0,18 \text{ m}$, $R = D/2 = 0,09 \text{ m}$ dan $v = 8,0 \text{ m/s}$. Karena menggelinding sempurna maka

$$\omega = v/R = 8/0,09 = 89 \text{ rad/s}$$

Momen inersia bola terhadap pusat massa (karena bentuknya pejal)

$$I_{pm} = \frac{2}{5}MR^2 = \frac{2}{5} \times 7,0 \times (0,09)^2 = 0,023 \text{ kg m}^2$$

Energi kinetik rotasi

$$K_{rot} = \frac{1}{2}I_{pm}\omega^2 = \frac{1}{2} \times 0,023 \times (89)^2 = 91 \text{ J}$$

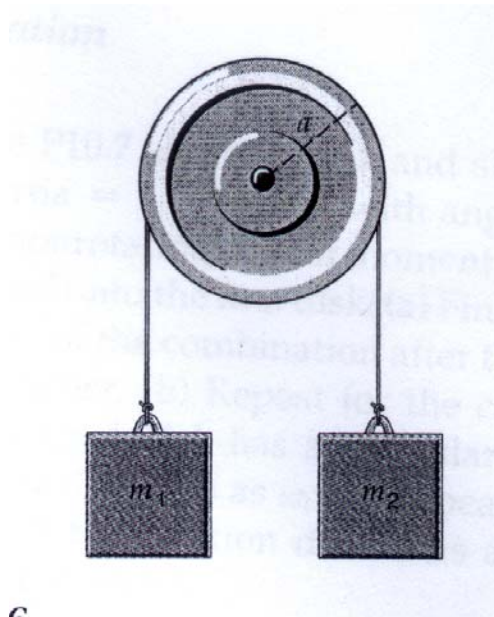
Energi kinetik translasi

$$K_{trans} = \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2} \times 7,0 \times (8,0)^2 = 224 \text{ J}$$

Energi kinetik total

$$K = K_{trans} + K_{rot} = 224 + 91 = 315 \text{ J}$$

13) Misalkan pada gambar 9.20, cakram memiliki momen inersia $0,03 \text{ kg m}^2$ dan jari-jari $a = 15 \text{ cm}$. Massa beban yang digantung adalah $m_1 = 600 \text{ g}$ dan $m_2 = 700 \text{ g}$. Berapa laju turun m_2 ketika benda tersebut telah turun 3 m dari posisi dilepaskan?



Gambar 9.21

Jawab

Kita gunakan hukum kekekalan energi mekanik. Kecepatan turun m_2 sama dengan kecepatan naik m_1 dan sama dengan kecepatan tangensial tepi cakram. Misalkan kecepatan tersebut adalah v . Kita peroleh juga $\omega = v / R$

Energi kinetik m_1 : $K_1 = \frac{1}{2}m_1v^2$

Energi kinetik m_2 : $K_2 = \frac{1}{2}m_2v^2$

Energi kinetik cakram: $K_3 = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}I\left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{I}{a^2}v^2$

Ketika m_2 turun, energi potensialnya berkurang menjadi: $U_2 = -m_2gh$

Pada saat yang sama, energi potensial m_1 bertambah menjadi : $U_1 = m_1gh$

Saat awal, energi mekanik nol.

Setelah bergerak, energi mekanik menjadi $K_1 + K_1 + K_3 + U_1 + U_2$

Dengan hukum kekekalan energi mekanik, maka

$$K_1 + K_1 + K_3 + U_1 + U_2 = 0$$

atau

$$\frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 + \frac{1}{2}\frac{I}{a^2}v^2 + m_1gh - m_2gh = 0$$

atau

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2 + I/a^2)v^2 = (m_2 - m_1)gh$$

atau

$$v^2 = \frac{2(m_2 - m_1)gh}{(m_1 + m_2 + I/a^2)}$$

Masukkan $M_1 = 600 \text{ g} = 0,6 \text{ kg}$, $M_2 = 700 \text{ g} = 0,7 \text{ kg}$, $I = 0,03 \text{ kg m}^2$, $a = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$ dan $h = 3 \text{ m}$ maka

$$v^2 = \frac{2 \times (0,7 - 0,6) \times 10 \times 3}{(0,6 + 0,7 + 0,03/(0,15)^2)} = 2,3$$

atau

$$v = \sqrt{2,3} = 1,5 \text{ m/s}$$

14) Bagian yang berotasi sebuah motor memiliki massa 0,9 kg dan jari-jari girasi 2,2 cm. Ketika berputar tanpa beban, motor memiliki laju rotasi 3200 rev/menit. Ketika kontak dimatikan, motor tersebut berhenti setelah melakukan 400 kali rotasi penuh. Berapa besar momen gaya gesekan yang bekerja pada bagian motor yang berputar tersebut?

Jawab

Kita tentukan momen gaya gesekan menggunakan teorema usaha energi, bahwa usaha oleh momen gaya luar (momen gaya gesekan) sama dengan perubahan energi kinetik rotasi.

Momen inersia motor:

$$I = mr_g^2 = 0,9 \times (0,022)^2 = 4,36 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2.$$

Kecepatan rotasi awal motor: $\omega_1 = 3200 \text{ rev/menit} = 3200 \times (2\pi)/60 \text{ rad/s} = 335 \text{ rad/s}$.

Kecepatan rotasi akhir motor = 0 (motor bergenti).

Energi kinetik awal:

$$K_1 = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \times (4,36 \times 10^{-4}) \times (335)^2 = 24,5 \text{ J}$$

Energi kinetik akhir $K_2 = 0$

Perubahan energi kinetik

$$\Delta K = K_2 - K_1 = 0 - 24,5 = -24,5 \text{ J}.$$

Kerja yang dilakukan momen gaya gesekan

$$W = -\tau_{ges} \theta$$

dengan θ sudut putaran sampai motor berhenti. Tanda negatif diberikan karena momen gaya gesekan menghambat putaran motor. Dari soal $\theta = 400 \text{ revolusi} = 400 \times (2\pi) = 2512 \text{ rad}$.

Dengan teorema usaha energi bahwa ***usaha oleh gaya luar sama dengan perubahan energi kinetik*** maka

$$W = \Delta K$$

Atau

$$-\tau_{ges} \theta = -24,5$$

atau

$$\tau_{ges} = \frac{24,5}{\theta} = \frac{24,5}{2512} = 0,01 \text{ N m}$$

15) Berapa momentum sudut sebuah cakram pejal yang merotasi dengan kecepatan sudut 20 rev/s jika jari-jari cakram 5,0 cm dan massanya 1,5 kg?

Jawab

Informasi yang diberikan soal adalah $M = 1,5 \text{ kg}$ dan $R = 5,0 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$.

Kecelakaan sudut

$$\omega = 20 \text{ rev/s} = 20 \times (2\pi) \text{ rad/s} = 125,6 \text{ rad/s}$$

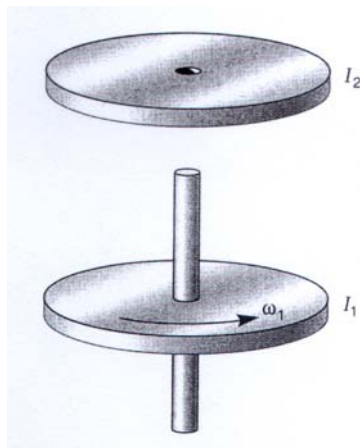
Momen inersia cakram

$$I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2} \times 1,5 \times (0,05)^2 = 0,002 \text{ kg m}^2$$

Momentum sudut

$$L = I\omega = 0,002 \times 125,6 = 0,25 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

16) Gambar 20 memperlihatkan sebuah cakram dan poros yang memiliki momen inersia total I_1 berputar dengan kecepatan sudut ω_1 . Kemudian cakram yang memiliki momen inersia I_2 dan tidak berotasi dijatuhkan ke dalam poros. Berapakah kecepatan sudut gabungan setelah gabungan cakram berputar bersama?



Gambar 9.22

Jawab

Momentum sudut awal hanyalah momentum sudut cakram yang memiliki poros, yaitu $I_1 \omega_1$. Setelah cakram kedua dijatuhkan, momen inersia menjadi $I_1 + I_2$. Kecepatan sudut berubah menjadi ω sehingga momentum sudut adalah $(I_1 + I_2)\omega$. Karena momentum sudut kekal, maka

$$I_1 \omega_1 = (I_1 + I_2) \omega$$

atau

$$\omega = \frac{I_1}{(I_1 + I_2)} \omega_1$$

17) Jika koefisien gesekan statik antara roda kendaraan dan lantai adalah 0,75, hitung momen gaya yang dihasilkan mesin pada roda agar terjadi slip antara roda dengan lantai. Jari-jari roda adalah 33 cm, massa mobil adalah 1080 kg, dan jumlah roda mobil ada 4.

Jawab

Berat mobil $W = mg = 1080 \times 10 = 10\,800\text{ N}$

Gaya normal pada tiap roda: $N = W/4 = 10\,800/4 = 2\,700\text{ N}$

Gaya gesekan maksimum yang dihasilkan antara roda dan lantai

$$f_{s,maks} = \mu_s N = 0,75 \times 2700 = 2025\text{ N}$$

Momen gaya maksimum yang dapat dihasilkan gaya gesekan

$$\tau_{maks} = r f_{s,maks} = 0,33 \times 2025 = 445,5\text{ N m}$$

Agar terjadi slip, momen gaya yang dihasilkan mesin pada roda harus lebih besar daripada $\tau_{maks} = 445,5\text{ N}$.

Soal Latihan

- 1) Tentukan jari-jari girasi cakram pejal yang memiliki jari-jari R apabila sumbu berada pada tepi cakram.
- 2) Seseorang mendorong ujung pintu yang lebarnya 84 cm dengan gaya 45 N. Berapakah momen gaya yang dihasilkan jika gaya yang dilakukan tegak lurus pintu? Berapa pula momen gaya yang dihasilkan jika gaya yang diberikan membentuk sudut 60° terhadap permukaan pintu?
- 3) Sebuah bandul memiliki bola kecil yang massanya 30 g dan digantungkan pada ujung tali yang panjangnya 70 cm. (a) Berapa momen inersia bandul terhadap pengaitnya. (b) Bandul kemudian disimpangkan hingga membentuk sudut 29° terhadap vertical kemudian dilepaskan. Berapakah percepatan sudut tepat saat dilepaskan?
- 4) Sebuah cakram logam yang massanya 40,0 kg dan jari-jari 30 cm dipegang oleh sebuah sumbu horizontal. Sekeliling cakram dililitkan tali sehingga cakram tersebut dapat diputar oleh tali dengan menggantungkan massa m pada ujung tali. Berapa besar massa m agar cakram berputar dengan percepatan sudut $0,3\text{ rev/s}$?

- 5) Sebuah drum yang penuh berisi pasir menggelinding dengan laju $4,0 \text{ cm/s}$. Massa drum beserta isinya adalah 70 kg dan diameternya adalah 50 cm . Cari energi kinetik rotasi, translasi, dan energi kinetik total drum.
- 6) Sebuah bola dan silinder memiliki massa dan jari-jari yang sama. Keduanya dilepaskan pada posisi yang sama dari sebuah bidang miring. Yang mana yang mencapai dasar bidang miring lebih cepat? Yang mana yang memiliki laju lebih besar saat sampai di dasar? Yang mana yang memiliki energi kinetik total lebih besar saat sampai di dasar? Yang mana yang memiliki energi kinetik translasi lebih besar saat sampai di dasar?
- 7) Dua bola pejal dilepaskan bersamaan dari ketinggian yang sama di suatu bidang miring. Salah satu bola memiliki massa dua kali bola yang lain dan jari-jari juga dua kali bola kedua. Bola manakah yang mencapai dasar bidang miring lebih awal? Bola mana yang memiliki laju lebih besar saat di bidang miring?

Bab 10

Statika Fluida

Pada Bab 9 kita telah membahas benda tegar, yaitu benda yang tidak mengalami perubahan bentuk meskipun ditekan dengan gaya. Pada bab ini kita akan mempelajari benda yang memiliki sifat sebaliknya, yaitu sangat mudah mengalami perubahan bentuk apabila dikenai gaya. Benda tersebut dinamai fluida. Yang termasuk fluida adalah gas dan zat cair.

Salah satu ciri utama fluida adalah kemampuan untuk mengalir. Di samping itu, bentuk fluida selalu mengikuti bentuk wadah. Dalam botol, bentuk fluida sama dengan bentuk botol, dan dalam kotak bentuk fluida sama dengan bentuk kotak. Pada bab ini kita akan batasi pembahasan pada fluida yang diam, atau fluida statik. Sifat-sifat fluida yang bergerak atau fluida dinamik akan dibahas pada Bab 11.

10.1 Massa Jenis

Salah satu besaran fisis fluida yang penting adalah massa jenis. Massa jenis adalah massa fluida per satuan volum. Massa jenis rata-rata fluida memenuhi

$$\langle \rho \rangle = \frac{m}{V} \quad (10.1)$$

dengan m massa total fluida, V volum total fluida, dan ρ massa jenis fluida. Tabel 1 adalah massa jenis rata-rata sejumlah fluida. Tetapi jika massa jenis pada berbagai tempat berbeda-beda, yaitu merupakan fungsi posisi maka massa jenis fluida pada sembarang titik memenuhi

$$\rho(r) = \frac{dm}{dV} \quad (10.2)$$

Contoh massa jenis rata-rata yang merupakan fungsi posisi adalah massa jenis gas di atmosfer. Makin jauh dari permukaan bumi maka massa jenis gas di atmosfer makin kecil. Air laut juga sedikit mengalami perubahan massa jenis ketika kita makin jauh ke dasar laut. Penyebabnya adalah makin dalam suatu lokasi maka tekanan pada air laut makin besar sehingga air laut sedikit mengalami kompresi. Massa jenis gas-gas pembentuk bintang juga merupakan fungsi jarak dari pusat bintang. Ketika orang membuat sebuah material, kadang massa jenis material yang dibuat berbeda-beda pada

posisi yang berbeda.

Tabel 1 Massa jenis beberapa fluida

Fluida	Massa Jenis (kg/m ³)
Air (pada suhu 4 °C)	$1,00 \times 10^3$
Air laut	$1,025 \times 10^3$
Air raksa	$13,6 \times 10^3$
Alkohol	$0,79 \times 10^3$
Bensin	$0,68 \times 10^3$
Udara (0 °C, 1 atm)	1,29
Helium (0 °C, 1 atm)	0,179
Karbon dioksida (0 °C, 1 atm)	1,98
Uap air (100 °C, 1 atm)	0,598

10.2 Massa jenis campuran fluida

Jika beberapa fluida yang memiliki massa jenis berbeda dicampur, maka massa jenis campuran fluida merupakan harga rata-rata massa jenis fluida yang dicampur tersebut. Berapa massa jenis rata-rata tersebut? Misalkan kita mencampur N buah fluida dengan massa jenis rata-rata masing-masing $\langle \rho_1 \rangle$, $\langle \rho_2 \rangle$, ..., $\langle \rho_N \rangle$, dan volum masing-masing V_1 , V_2 , ..., V_N . Massa masing-masing fluida tersebut adalah $m_1 = \langle \rho_1 \rangle V_1$, $m_2 = \langle \rho_2 \rangle V_2$, ..., $m_N = \langle \rho_N \rangle V_N$. Jika N buah fluida tersebut dicampur maka massa jenis rata-rata hasil campuran akan bergantung pada volum total hasil pencampuran. Jika fluida tidak mengalami perubahan vilum setelah pencampuran maka massa jenis rata-rata adalah

$$\begin{aligned}
 \langle \rho \rangle &= \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_N}{V_1 + V_2 + \dots + V_N} \\
 &= \frac{\langle \rho_1 \rangle V_1 + \langle \rho_2 \rangle V_2 + \dots + \langle \rho_N \rangle V_N}{V_1 + V_2 + \dots + V_N}
 \end{aligned}
 \tag{10.3}$$

Jika volum fluida setelah dicampur lebih kecil dari jumlah volum fluida mula-mula maka massa jenis rata-rata lebih besar daripada yang diungkapkan oleh persamaan (10.3). Sebaliknya, jika volum hasil campuran lebih besar daripada jumlah volum fluida mula-mula maka massa jenis campuran lebih kecil dari yang diungkapkan oleh persamaan (10.3).

Contoh 10.1

Air dan alcohol masing-masing dengan volum 100 mL dan 300 dicampur. Jika dianggap tidak ada perubahan volum selama pecampuran, berapa massa jenis rata-rata hasil pencampuran?

Jawab

Dari Tabel 1 kita peroleh $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ g/mL}$ dan $\rho_2 = 790 \text{ kg/m}^3 = 0,79 \text{ g/mL}$. Massa jenis rata-rata campuran adalah

$$\langle \rho \rangle = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{1 \times 100 + 0,79 \times 300}{100 + 300} = 0,843 \text{ g/mL} = 843 \text{ kg/m}^3.$$

10.3 Tekanan Hidrostatik

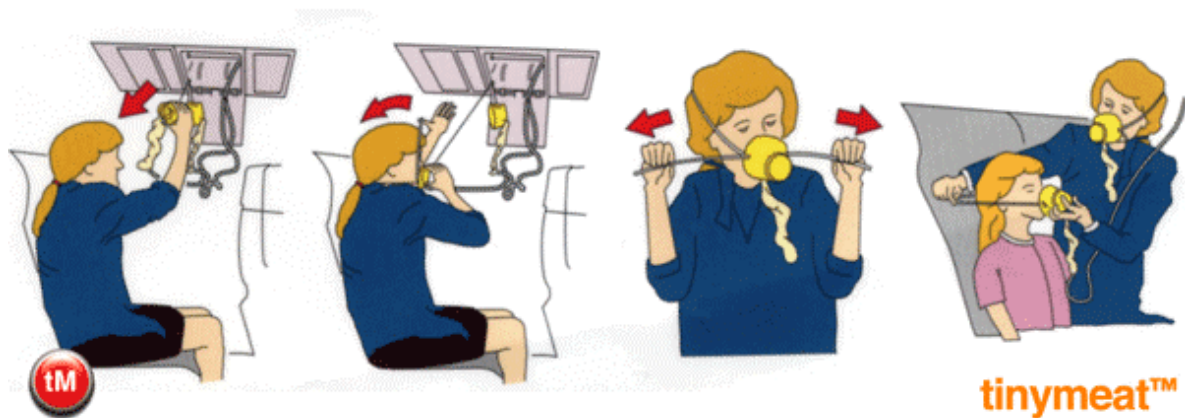
Penyelam yang menyelam cukup dalam di laut biasanya melengkapi diri dengan alat penutup telinga, di samping alat bantu pernapasan. Jika penutup telinga tidak dikenakan, seringkali telinga penyelam berdarah. Kenapa hal tersebut terjadi? Jawabannya adalah karena adanya tambahan tekanan yang dihasilkan air laut pada tempat yang dalam. Tekanan tersebut mendorong bagian dalam rongga telinga sehingga menimbulkan pendarahan telinga.



Gambar 10.1 Penyelam mengenakan pakaian khusus sebelum masuk ke dalam laut

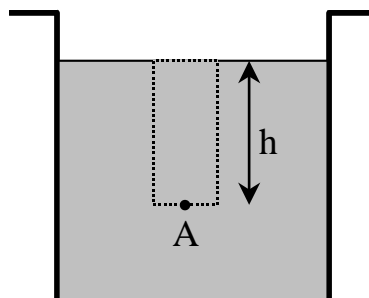
Sebelum pesawat terbang, khususnya pesawat jet, tinggal landas, kabin pesawat diisi udara secukupnya. Pintu pesawat ditutup rapat sehingga udara tidak dapat mengalir keluar dari kabin. Biasanya sekeliling pintu ada karet pengaman untuk menghindari kebocoran udara. Hal ini dilakukan karena pada tempat yang tinggi di

atmosfer, tekanan udara sangat rendah dan dapat membahayakan pernapasan manusia. Dengan menutup rapat kabin pesawat maka udara dari kabin tidak dapat mengalir keluar saat pesawat berada pada lokasi yang tinggi, sehingga tekanan udara dalam kabin tidak merosot tajam seperti tekanan udara luar pada ketinggian terbang. Tekanan di dalam kabin pesawat Boeing 777 sekitar 8,5 PSI (pound per square inch), yaitu kira-kira sama dengan setengah tekanan atmosfer. Kedua fenomena di atas menunjukkan bahwa dalam fluida ada tekanan yang dihasilkan oleh fluida itu sendiri. Makin ke dalam, tekanan yang dihasilkan oleh fluida makin besar.



Gambar 10.2 Ketika tekanan udara dalam kabin pesawat turun secara tiba-tiba maka masker oksigen jatuh secara otomatis dari atas tempat duduk penumpang

Bagaimana hubungan tekanan tersebut dengan kedalaman lokasi dalam fluida? Untuk menentukan tekanan tersebut, mari kita lihat Gbr. 10.3.



Gambar 10.3 Menentukan tekanan yang dihasilkan fluida.

Kita ingin menentukan tekanan yang berada pada kedalaman h dari permukaan

fluida. Untuk itu kita buat sebuah silinder dengan luas penampang A dan panjangnya h . Salah satu sisi berada di permukaan fluida dan sisi yang lain memuat titik yang kita tinjau. Volume silinder adalah

$$V = Ah$$

Massa silinder adalah

$$m = \rho V = \rho Ah$$

Dengan ρ adalah massa jenis fluid. Dasar silinder menanggung beban fluida di atasnya sebesar

$$W = mg = \rho Ahg$$

Tekanan didefinisikan sama dengan gaya pr satuan luas. Gaya yang dihasilkan oleh silinder ditanggung oleg bidang seluas A . Dengan demikian, tekanan yang dialami titik yang berada di dasar silinder, yang merupakan tekanan fluida pada kedalaman h adalah

$$P = \frac{W}{A} = \frac{\rho Ahg}{A}$$

atau

$$P = \rho gh \quad (10.4)$$

Tekanan yang diungkapkan oleh persamaan (10.3) disebut tekanan **hidrostatik**, yang artinya adalah tekanan yang dihasilkan oleh fluida yang diam.

Contoh 10.2

Berapakah tekanan hidrostatik pada dasar sungai yang memiliki kedalaman 10 m? Berapakah gaya yang dilakukan air sungai pada tiap 10 m^2 luas dasar sungai?

Jawab

Tekanan hidrostatik pada dasar sungai

$$P = \rho gh = 10^3 \times 10 \times 10 = 10^5 \text{ Pa}$$

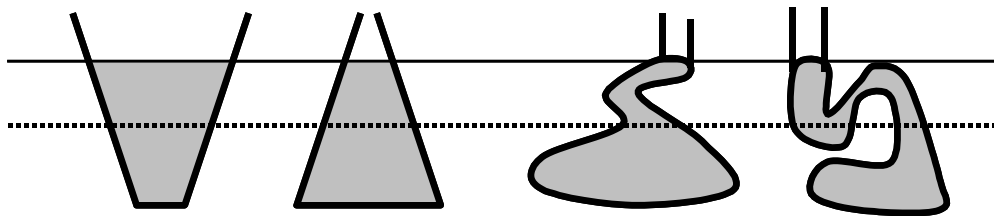
Besar gaya pada $A = 10 \text{ m}^2$ adalah

$$F = P A = 10^5 \times 10 = 10^6 \text{ N}$$

Sifat Tekanan Hidrostatik

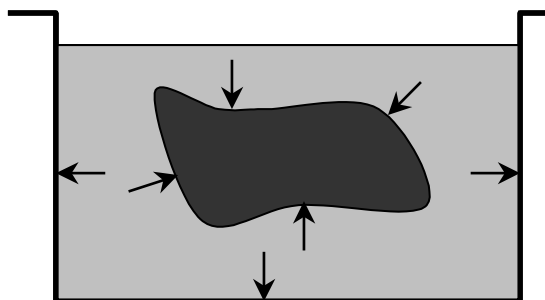
Tekanan hidrostatik memiliki sifat-sifat menarik sebagai berikut

- i) Besarnya tekanan hidrostatik hanya bergantung pada kedalaman fluida dan tidak bergantung pada bentuk wadah. Pada Gbr. 10.4 tinggi permukaan fluida sama. Maka tekanan hidrostatik sepanjang garis semuanya sama.



Gambar 10.4 Tekanan hidrostatik hanya bergantung pada kedalaman fluida. Tekanan hidrostatik sepanjang garis horizontal semuanya sama.

- ii) Pada bidang sentuh antara fluida dengan benda, gaya yang dihasilkan tekanan hidrostatik selalu tegak lurus permukaan bidang batas tersebut.



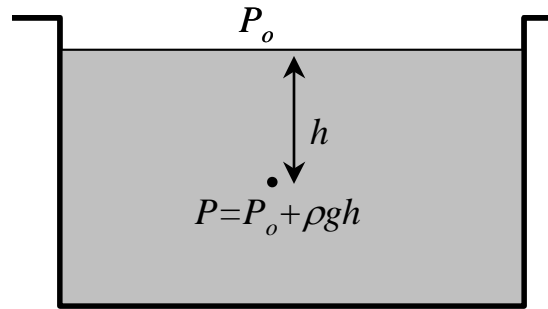
Gambar 10.5 Gaya yang dihasilkan tekanan hidrostatik selalu tegak lurus bidang batas antara benda dan fluida.

10.4 Pengaruh tekanan atmosfer

Tekana total pada suatu titik dalam fluida merupakan jumlah dari tekanan

yang sudah ada di permukaan fluida dan tekanan hidrostatik. Misalkan fluida dibiarkan terbuka di udara. Di permukaan fluida sudah ada tekanan, yaitu tekanan atmosfer, P_o . Maka tekanan total pada kedalaman h dari permukaan fluida adalah

$$P_T = P_o + \rho gh \quad (10.5)$$



Gambar 10.6 Tekanan total di dalam fluida sama dengan jumlah tekanan di permukaan dan tekanan hidrostatik.

Contoh 10.3

Tentukan tekanan hidrostatik dan tekanan total pada kedalaman 25 m di bawah permukaan laut, jika tekanan di permukaan laut adalah $1,01 \times 10^5$ Pa?

Jawab

Berdasarkan Tabel 10.1, massa jenis air laut $\rho = 1,025 \times 10^3$ kg/m³. Tekanan hidrostatik yang dihasilkan air laut

$$P = \rho gh = 1,025 \times 10^3 \times 10 \times 25 = 2,56 \times 10^5 \text{ Pa.}$$

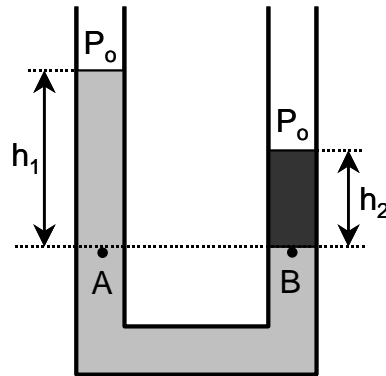
Tekanan total pada kedalaman tersebut

$$P_T = P_o + P = 1,01 \times 10^5 + 2,56 \times 10^5 = 3,57 \times 10^5 \text{ Pa}$$

10.5 Pipa Berhubungan

Bagaimana menentukan massa jenis suatu fluida jika timbangan tidak ada? Jika kita memiliki pipa U atau selang transparan yang dibentuk membentuk huruf U maka massa jenis fluida dapat ditentukan asal: (i) ada fluida lain yang telah diketahui massa jenisnya, (ii) kedua fluida tidak bercampur.

Masing-masing fluida dimasukkan pada masing-masing mulut pipa U. Karena dua fluida tidak bercampur maka dengan mata akan tampak kolom fluida yang terpisah. Volume satu fluida cukup banyak dibandingkan dengan volum fluida yang lain sehingga tampak seperti Gbr 10.7.



Gambar 10.7 Dua jenis fluida dimasukkan dalam pipa U

Ingat, dalam fluida yang sama, titik yang lokasinya berada pada satu garis horizontal memiliki tekanan yang sama. Pada Gambar 10.7 titik A berada pada fluida 1. Titik B tepat berada di batas fluida A dan B sehingga masih berada di fluida 1. Dengan demikian, tekanan di titik A dan B tepat sama.

- i) Tekanan di titik A merupakan jumlah dari tekanan udara luar dan tekanan hidrostatik kolom fluida 1 setinggi h_1 .
- ii) Karena titik B hampir bersentuhan dengan batas dua fluida, maka tekanan di titik B merupakan jumlah dari tekanan udara luar dan tekanan hidrostatik kolom fluida 2 setinggi h_2 .

Jadi

$$P_A = P_B$$

$$P_o + \rho_1 g h_1 = P_o + \rho_2 g h_2$$

atau

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \quad (10.6)$$

dengan ρ_1 massa jenis fluida 1, ρ_2 massa jenis fluida 2, h_1 tinggi kolom fluida 1 diukur dari garis yang sejajar dengan batas dua fluida, dan h_2 tinggi kolom fluida 2 diukur dari

garis yang sejajar dengan batas dua fluida.

Contoh 10.3

Minyak dan air dimasukkan secara hati-hati ke dalam masing-masing mulut pipa U. Minyak dan air tersebut tidak bercampur. Jumlah air yang dimasukkan lebih banyak daripada minyak. Jika diukur dari garis horizontal yang melalui perbatasan minyak dan air, tinggi permukaan minyak adalah 27,2 cm sedangkan permukaan air berada 9,41 cm lebih rendah dari permukaan minyak. Berapakah massa jenis minyak?

Jawab

Informasi yang diberikan soal adalah massa jenis air $\rho_a = 1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$, $h_m = 27,2 \text{ cm}$, $h_a = 27,2 - 9,41 = 17,79 \text{ cm}$. Pertanyaan adalah $\rho_m = \dots$? Kita gunakan persamaan (10.6)

$$\rho_m h_m = \rho_a h_a$$

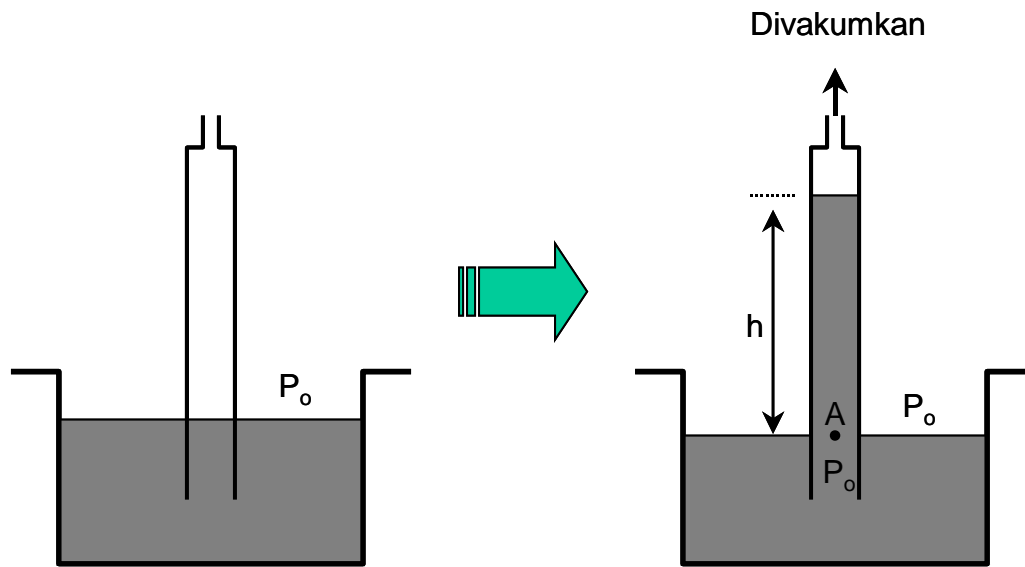
atau

$$\rho_m = \frac{\rho_a h_a}{h_m} = \frac{1 \times 17,79}{27,2} = 0,654 \text{ g/cm}^3 = 654 \text{ kg/m}^3$$

10.6 Barometer

Barometer adalah alat yang digunakan untuk mengukur tekanan udara. Barometer yang sederhana adalah barometer fluida. Fluida yang umumnya digunakan adalah air raksa. Bagaimana membuat barometer?

Sebuah pipa dipasangkan tegak. Ujung yang terbuka disebelah bawah dicelupkan ke dalam fluida. Dari ujung atas pipa pompa vakum dipasang untuk menyedot udara dalam pipa sehingga terjadi ruang hampa. Akibatnya, fluida dari dasar pipa didesak oleh tekanan udara atmosfer sehingga masuk dan naik sepanjang pipa. Fluida naik sampai ketinggian tertentu sehingga tekanan hidrostatik yang dihasilkan di dasar pipa sama dengan tekanan udara luar. Berdasarkan ketinggian tersebut, bagaimana menentukan tekanan udara luar?



Gambar 10.8 Cara membuat barometer

Pada Gbr. 10.8 kanan, karena titik A sejajar dengan permukaan fluida di luar, maka tekanan di titik A sama dengan tekanan udara luar. Karena udara dalam tabung telah divakumkan maka tekanan udara di atas permukaan fluida dalam tabung nol. Tekanan di titik A semata-mata merupakan tekanan hidrostatik kolom fluida di atasnya. Jadi, $P_A = \rho gh$. Karena $P_A = P_o$ maka

$$P_o = \rho gh \quad (10.7)$$

Persamaan (10.7) menyatakan bahwa hanya dengan mengukur ketinggian kolom fluida dalam vakum maka tekanan udara dapat ditentukan. Persamaan ini yang menjadi prinsip dasar perancangan barometer zat cair seperti barometer air raksa.

Contoh 10.4

Berapa tinggi kolom air raksa pada barometer ketika tekanan udara luar 1 atm?
Diketahui 1 atm = $1,013 \times 10^5$ Pa.

Jawab

$$P_o = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa.}$$

$$\rho = 1,36 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$$

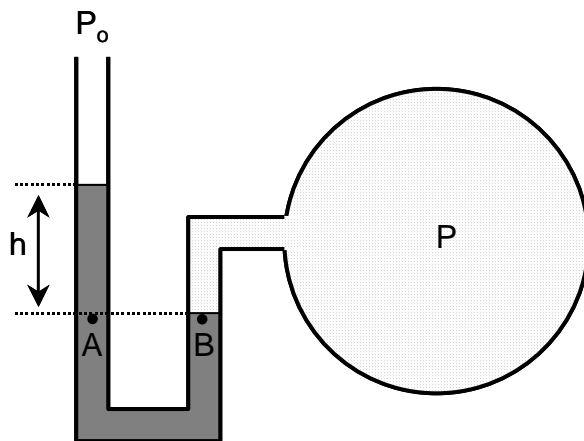
$$g = 9,82 \text{ m/s}^2$$

Maka

$$h = \frac{P}{\rho g} = \frac{1,013 \times 10^5}{1,36 \times 10^4 \times 9,82} = 0,76 \text{ m}$$

Tekanan Udara dalam Ruang Tertutup

Untuk mengukur tekanan udara dalam ruang tertutup kita dapat menggunakan fluida dan pipa. Gambar 10.9 adalah contoh bagaimana mengukur tekanan tersebut.



Gambar 10.9 Cara mengukur tekanan fluida dalam ruang tertutup

Karena titik A dan B berada pada fluida yang sama dan berada pada satu garis horizontal maka tekanan kedua titik tersebut sama besar.

Tekanan di titik A: $P_A = P_o + \rho gh$

Tekanan di titik B = tekanan udara dalam ruang : $P_B = P$

Jadi tekanan di titik B yang merupakan tekanan udara dalam ruang tertutup adalah

$$P = P_o + \rho gh \quad (10.8)$$

Contoh 10.5

Saat pengukur tekanan udara dalam sebuah tabung tertutup, permukaan air raksa di pipa U yang kontak dengan udara luar turun sejauh 1 cm dibandingkan dengan permukaan air raksa yang kontak dengan udara dalam tabung. Berapakah tekanan udara dalam tabung?

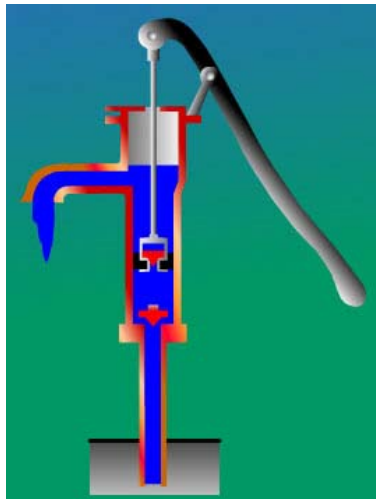
Jawab

Karena permukaan air raksa yang kontak dengan udara luar lebih rendah, maka ketinggian h pada persamaan (10.8) diberi nilai negatif. Jadi, $h = -3 \text{ cm} = -0,03 \text{ m}$. Tekanan udara dalam tabung adalah

$$P = P_o + \rho gh = 1,013 \times 10^{-5} + 1,36 \times 10^4 \times 9,82 \times (-0,03) = 9,7 \times 10^4 \text{ Pa.}$$

Kedalaman Sumur

Berapa kedalaman maksimum air sumur agar air bisa dipompa keluar? Jawabannya adalah sekitar 10 meter! Mengapa? Sebelumnya menjawab pertanyaan tersebut kita perlu tahu bagaimana prinsip kerja pompa air pada sumur (bukan jet pump).



Gambar 10.10 (kiri) Pompa air tangan dan (kanan) pompa air listrik

Prinsip kerja pompa air adalah memevakumkan udara di ujung atas pipa sehingga air dari permukaan sumur terdesak ke atas. Air dari dalam sumur ditekan oleh tekanan atmosfer hingga mencapai ketinggian tertentu di mana tekanan atmosfer sama dengan tekanan hidrostatis kolom air dalam pipa. Misalkan tinggi kolom air naik adalah h . Misalkan ruang di ujung atas pipa benar-benar vakum. Tekanan hidrostatis yang dihasilkan oleh kolom air dalam pipa adalah ρgh . Tekanan ini sama dengan tekanan atmosfer sehingga terpenuhi

$$P_o = \rho gh$$

Dengan demikian tingginya kenaikan zat cair dalam pipa akibat pemvakuman di ujung atas adalah

$$h = \frac{P_o}{\rho g}$$

Dengan menggunakan tekanan atmosfer di dasar sumur $P_o = 1,013 \times 10^5$ Pa dan massa jenis air $\rho = 1000$ kg/m³ maka tinggi maksimum kenaikan air dalam pipa adalah

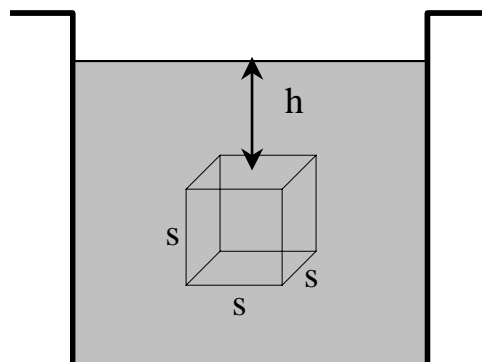
$$h = \frac{1,013 \times 10^5}{10^3 \times 9,8} = 10,5 \text{ m}$$

Jadi maksimum kenaikan air dalam pipa adalah 10 meter. Kondisi ini tercapai jika ujung atas pipa benar-benar vakum. Namun, tidak mungkin memvakumkan secara total udara di ujung atas pipa. Jadi ketinggian kenaikan air dalam pipa sedikit lebih kecil dari 10 meter.

10.7 Gaya Angkat Archimedes

Sifat tekanan hidrostatis dalam fluida yang bergantung pada kedalaman menimbulkan fenomena yang menarik, yaitu adanya gaya angkat. Jika sebuah benda dicelupkan ke dalam fluida, maka bagian dasar benda mendapatkan tekanan yang lebih besar daripada bagian puncaknya. Akibatnya, gaya yang dialami bagian dasar benda (arah ke atas) lebih besar daripada gaya yang dialami bagian puncak benda (arah ke bawah). Hasilnya adalah benda mendapat gaya netto ke atas dari fluida.

Untuk menentukan besarnya gaya angkat ketika benda dimasukkan ke dalam fluida, mari kita lihat sebuah kubus yang dicelupkan ke dalam fluida.



Gambar 10.11 Sebuah kubus dengan sisi-sisi s dicelupkan ke dalam fluida

- Tekanan hidrostatik pada sisi atas kubus adalah: $P_1 = \rho gh$
- Tekanan hidrostatik pada sisi bawah kubus adalah: $P_2 = \rho g(h + s)$
- Luas tiap sisi kubus adalah: $A = s^2$
- Gaya ke bawah pada sisi atas kubus: $F_1 = P_1 A = \rho ghA$
- Gaya ke atas pada sisi bawah kubus: $F_2 = P_2 A = \rho g(h + s)A$
- Sisi kiri dan sisi kanan kubus menghasilkan gaya yang sama besar tetapi berlawanan arah sehingga saling meniadakan.
- Begitu pula sisi depan dan sisi belakang kubus menghasilkan gaya yang sama besar tetapi berlawanan arah sehingga saling meniadakan
- Dengan demikian, gaya total yang dihasilkan fluida pada kubus adalah gaya ke atas yang besarnya

$$F_A = F_2 - F_1 = \rho g(h + s)A - \rho ghA = \rho gsA$$

Tetapi $sA = V$, yaitu volum benda, sehingga dapat ditulis

$$F_A = \rho gV \quad (10.9)$$

dengan ρ massa jenis fluida, g percepatan gravitasi, dan V : volume benda yang tercelup dalam fluida. Persamaan (10.9) sering disebut **gaya angkat Archimedes**. Persamaan tersebut menjelaskan banyak peristiwa seperti terapungnya kapal laut, terapung, tenggelam dan melayangnya kapal selam.



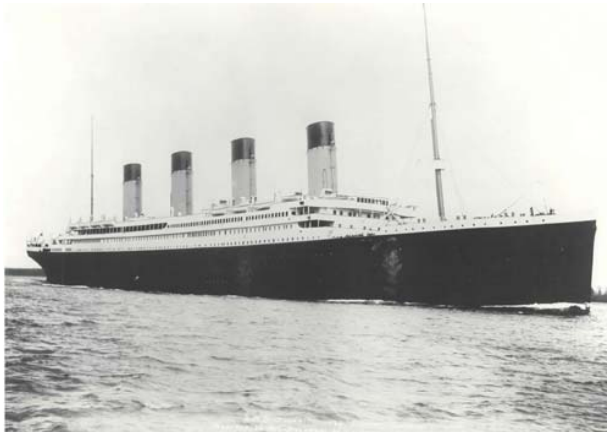
Gambar 10.12 Tanker dan kapal selam yang begitu besar massanya tidak tenggelam karena adanya gaya angkat

Titanic

Kapal pesiar besar R.M.S. (Royal Mail Ship) Titanic dibuat di Belfast, Irlandia oleh Harland and Wolff Shipbuilders. Diperlukan waktu dua tahun dengan jumlah tenaga kerja 3 000 orang untuk merampungkan kapal tersebut. Biaya yang dihabiskan adalah 7,5 juta dolar tahun itu (setara dengan 140 juta dolar tahun 2004). Panjang kapal adalah 882,5 kaki dan memiliki empat cerobong. Berat kapal adalah 46 000 ton. Hanya tiga cerobong yang berfungsi sebagai lubang asap dan satu cerobong berfungsi sebagai ventilasi udara.

Titanic mulai berlayar dari dok White Star di Southampton, Inggris, dalam perjalanan menuju New York pada tanggal 10 April 1912. Pada jam 6:35 sore kapal merapat di Cherbourg, Perancis. Titanic kemudian meninggalkan Cherbourg pada jam 8:10 malam dan tiba di Irlandia siang hari tanggal April 11. Kemudian kapal meninggalkan Irlandia pada jam 1:30 siang.

Pada tanggal 14 April jam 11:40 malam Titanic menabrak gunung es di samudra Atlantik Utara di lepas pantai Newfoundland. Gunung es tersebut menciptakan lubang di lambung. Dari lubang tersebut diperkirakan sekitar 16,000 kaki cubic air masuk hanya dalam waktu 40 menit. Tanggal 15 April jam 12:45 siang sekoci mulai diturunkan dari kapal untuk menyelamatkan penumpang. Jam 1:15 siang kapal mulai turun ke bawah. Kapal kemudian tenggelam pada jam 2:20 siang.



Gambar 10.13 (kiri) Titanic saat berlayar. Gaya angkat yang besar menyebabkan kapal terapung di laut. (kanan) Masuknya air ke dalam Titanic akibat lambung obok karena menabrak gunung es menyebabkan berat total lebih besar dari gaya angkat sehingga kapal tenggelam ke dasar samudera.

Contoh 10.6

Sebuah benda ditimbang beratnya dengan neraca pegas. Saat benda menggantung bebas di udara berat benda adalah 2 N. Tetapi ketika dicelupkan ke dalam air, pembacaan neraca adalah 1,5 N. Jika diketahui massa jenis air 1 g/cm^3 , berapakah volum benda?

Jawab

Gaya angkat yang dialami benda $F_A = 2 \text{ N} - 1,5 \text{ N} = 0,5 \text{ N}$

Massa jenis air $\rho = 1 \text{ g/cm}^3 = 10^{-3} \text{ kg/10}^{-6} \text{ m}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$.

Dengan menggunakan hukum Archimedes maka

$$V = \frac{F_A}{\rho g} = \frac{0,5}{10^3 \times 10} = 5 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

Contoh 10.7

Sebuah papan kayu memiliki panjang 2 m, lebar 1 m dan ketebalan 10 cm ditempatkan melintang di atas air (ketebalan kayu berarah atas dan bawah). Massa jenis kayu 900 kg/m^3 dan massa jenis air 1000 kg/m^3 . Berapa sentimeter bagian kayu yang muncul di atas permukaan air?

Jawab

Volume kayu $V = \text{panjang} \times \text{lebar} \times \text{tinggi} = 2 \times 1 \times 0,1 = 0,2 \text{ m}^3$.

Massa kayu $m = \rho_k V = 900 \times 0,2 = 180 \text{ kg}$.

Berat kayu $W = mg = 180 \times 10 = 1\,800 \text{ N}$

Misalkan volume kayu yang tercelup dalam air U .

Gaya ke atas yang dialami kayu: $F_A = \rho_a g U = 1000 \times 10 \times U = 10000U$

Dalam keadaan seimbang, gaya ke atas sama dengan berat kayu atau

$$W = F_A$$

$$1\,800 = 10\,000 U$$

Atau

$$U = 1\,800/10\,000 = 0,18 \text{ m}^3$$

Misalkan ketebalan bagian kayu yang tercelup y , maka $U = \text{panjang} \times \text{lebar} \times y = 2 \times 1 \times y = 2y$. Dengan demikian $y = U/2 = 0,18/2 = 0,09 \text{ m}$. Tebal bagian kayu yang menonjol di atas permukaan air adalah: tinggi $- y = 0,1 - 0,09 = 0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm}$.

10.8 Tenggelam, Melayang, dan Terapung

Gaya ke atas yang dialami benda dalam fluida berharga maksimum jika seluruh bagian benda tercelup ke dalam fluida. Besarnya gaya ke atas maksimum tersebut adalah

$$F_{A,maks} = \rho_f g V_b \quad (10.10)$$

dengan $F_{A,maks}$ gaya ke atas yang dialami benda jika seluruh bagian benda tercelup dalam fluida, ρ_f mass jenis fluida, g percepatan gravitasi, dan V_b volum total benda. Berat benda sendiri adalah

$$W = m_b g = \rho_b V_b g \quad (10.11)$$

dengan ρ_b massa jenis benda.

Ketika kita menempatkan benda ke dalam fluida maka akan terjadi salah satu dari tiga kemungkinan: benda kan terapung, benda akan melayang, dan benda akan tenggelam. Apa syarat terjadinya fenomena tersebut? Mari kita bahas.

Tenggelam

Benda akan tenggelam jika gaya ke atas maksimum yang dialami benda lebih kecil daripada berat benda. Jadi, syarat benda tenggelam adalah

$$W > F_{A,maks} \quad (10.12)$$

Persyaratan di atas dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned} \rho_b g V_b &> \rho_f g V_b \\ \rho_b &> \rho_f \end{aligned} \quad (10.13)$$

Melayang

Benda dikatakan melayang jika saat benda ditempatkan di suatu titik dalam fluida, benda tidak bergerak naik ataupun turun. Ketinggian benda selalu sama. Ini hanya terjadi jika gaya angkat ke atas maksimum sama besar dengan berat benda. Jadi syarat benda melayang adalah

$$W = F_{A,maks} \quad (10.14)$$

Persyaratan di atas dapat ditulis sebagai

$$\rho_b g V_b = \rho_f g V_b$$

atau

$$\rho_b = \rho_f \quad (10.15)$$

Untuk benda yang melayang ini, jika benda mula-mula diletakkan di atas permukaan fluida di mana ada bagian benda yang menyembul, maka benda tersebut akan tercelup dengan sendirinya ke dalam fluida hingga tidak ada lagi bagian yang menyembul. Selanjutnya benda diam (tidak bergerak ke atas atau ke bawah).

Terapung

Benda terapung di permukaan fluida jika ada bagian benda yang menyembul di atas permukaan fluida. Jika seluruh bagian benda dicelupkan ke dalam fluida kemudian dilepaskan maka benda bergerak ke atas dan berhenti ketika ada sejumlah tertentu bagian benda yang menyembul di atas permukaan fluida. Ini hanya terjadi jika gaya ke atas maksimum yang dialami benda (ketika seluruh bagian benda tercelup dalam fluida) lebih besar daripada berat benda. Jadi, syarat benda terapung adalah

$$W < F_{A, maks} \quad (10.16)$$

Persyaratan di atas dapat ditulis sebagai

$$\rho_b g V_b < \rho_f g V_b$$

atau

$$\rho_b < \rho_f \quad (10.17)$$

Benda yang terapung selalu diam di permukaan fluida. Saat di permukaan ini berat benda persis sama dengan gaya ke atas yang dimiliki benda. Misalkan volume benda yang tercelup adalah V_1 dan volume yang menyembul di atas fluida adalah V_2 maka

$$V = V_1 + V_2 \quad (10.18)$$

Gaya ke atas yang dialami benda adalah

$$F_A = \rho_f g V_1 \quad (10.19)$$

sedangkan berat benda adalah

$$W = \rho_b V g$$

Karena benda tidak bergerak ke atas atau ke bawah lagi (seimbang) maka

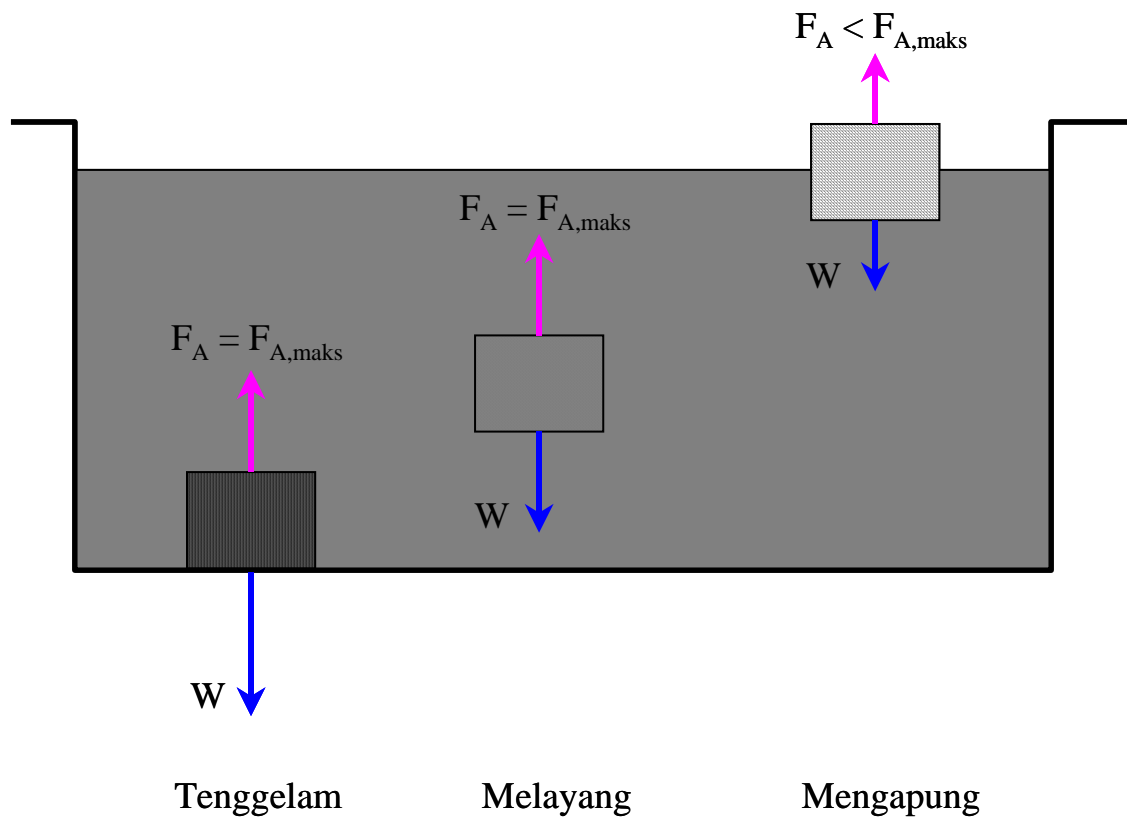
$$F_A = W \quad (10.20)$$

atau

$$\rho_f g V_1 = \rho_b V g$$

atau

$$V_1 = \frac{\rho_b}{\rho_f} V \quad (10.21)$$



Gambar 10.14 Tenggelm, melayang, dan terapung.

Contoh 10.8

Sebuah benda yang bentuknya tidak teratur dimasukkan ke dalam air. Tampak bahwa 10% volum benda menyembul di atas permukaan air. Ketika dimasukkan ke dalam suatu jenis fluida, volume benda yang menyembul adalah 25%. Berapakah massa jenis fluida kedua tersebut?

Jawab

Ketika dimasukkan dalam air, volum benda yang menyembul adalah $V_2 = 10\% \times V = 0,1 V$. Volum benda yang tercelup dalam fluida adalah $V_1 = V - V_2 = V - 0,1 V = 0,9 V$. Dengan demikian massa jenis benda adalah

$$\rho_b = \frac{V_1}{V} \rho_a = \frac{0,9V}{V} \rho_a = 0,9 \times 1000 = 900 \text{ kg/m}^3$$

Ketika dimasukkan ke dalam zat cair lain, volum benda yang menyembul adalah $V_2 = 25\% \times V = 0,25 V$. Volum benda yang tercelup adalah $V_1 = V - V_2 = V - 0,25 V = 0,75 V$. Massa jenis fluida menjadi

$$\rho_c = \frac{V}{V_1} \rho_b = \frac{V}{0,75V} \rho_b = \frac{900}{0,75} = 1\,200 \text{ kg/m}^3$$

10.9 Hukum Pascal

Hukum Pascal menjelaskan sifat fluida yang mampu mentransfer tekanan dari satu titik ke titik lain dalam fluida. Hukum Pascal berbunyi *jika satu bagian fluida dalam wadah tertutup diberi penambahan tekanan maka seluruh bagian lain fluida tersebut mendapat penambahan tekanan yang sama besarnya*.

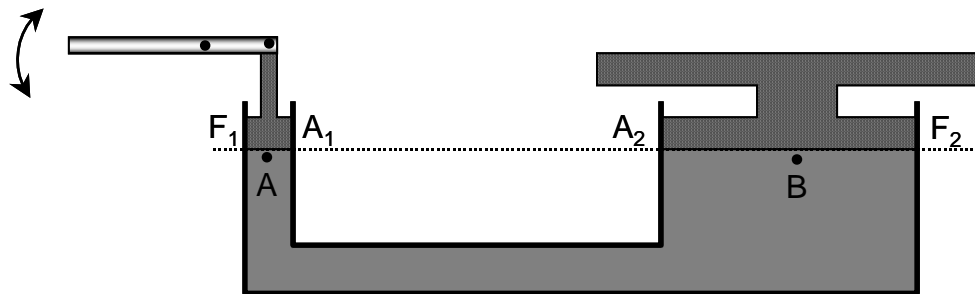


Gambar 10.15 Penambahan tekanan fluida di titik A mencapai juga titik B

Misalkan tekanan di posisi A dinaikkan sebesar ΔP . Tekanan di titik B juga mengalami kenaikan sebesar ΔP . Sifat ini berbeda dengan zat padat. Jika ujung batang besi ditekan maka ujung yang lain, atau bagian yang lain belum tentu mendapat tekanan.

Dongkrak hidrolik

Kalian telah melihat dongkrak bukan? Hanya dengan putaran ringan saja, sebuah dongkrak dapat mengangkat mobil yang bobotnya sangat besar. Mengapa dapat terjadi? Hal ini akan kita bahas berikut ini. Salah satu jenis dongkrak yang banyak dipakai adalah dongkrak hidrolik. Cara kerja dongkrak ini menggunakan hukum Pascal. Konfigurasi dongkrak sangat mirip dengan pipa U, tetapi penampang salah satu pipa jauh lebih besar daripada penampang lainnya. Pipa yang berpenampang besar dilengkapi dengan system pengangkat benda, sedangkan pipa yang berpenampang kecil dilengkapi dengan system putaran tangan.



Gambar 10.16 Konfigurasi dongkrak hidrolik

Tekanan input diberikan pada titik A. Titik B yang berada di bawah piston besar akan mendapatkan tekanan output yang sama besarnya. Misalkan luas penampang pipa kecil A_1 dan pipa besar A_2 . Tekanan pada piston pipa kecil

$$P_A = \frac{F_1}{A_1} \quad (10.22)$$

Tekanan pada piston pipa besar

$$P_B = \frac{F_2}{A_2} \quad (10.23)$$

Karena $P_A = P_B$ maka

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad (10.24)$$

Dengan hubungan di atas maka gaya yang perlu dilakukan oleh tangan untuk mengangkat benda yang beratnya F_2 hanyalah $F_1 = (A_1 / A_2) F_2$. Sebagai contoh, jika $A_2 = 40A_1$, maka untuk mengangkat benda yang beratnya 10 000 N (massa 1000 kg) hanya diperlukan gaya sebesar $10\,000/40 = 250$ N, atau sama dengan mengangkat benda yang massanya 25 kg.

Contoh 10.10

Sebuah dongkrak hidrolik memiliki pipa-pipa yang berdiameter 1 cm dan 7 cm. Berapakah gaya yang diperlukan untuk mengangkat benda yang massanya 1500 kg?

Jawab

Informasi yang diberikan soal adalah diameter pipa-pipa $d_1 = 1\text{ cm} = 10^{-2}\text{ m}$, $d_2 = 7\text{ cm} = 7 \times 10^{-2}\text{ m}$, dan $F_2 = mg = 1500 \times 10 = 1,5 \times 10^4\text{ N}$. Dengan data tersebut kita dapat menghitung

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3,14 \times (10^{-2})^2}{4} = 7,85 \times 10^{-5}\text{ m}^2.$$

$$A_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{3,14 \times (7 \times 10^{-2})^2}{4} = 3,85 \times 10^{-3}\text{ m}^2.$$

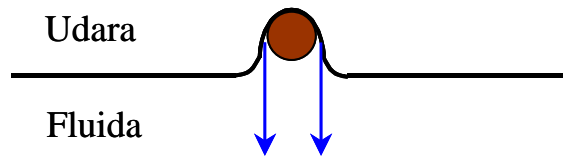
$$F_1 = \frac{A_1}{A_2} F_2 = \frac{7,85 \times 10^{-5}}{3,85 \times 10^{-3}} \times 1,5 \times 10^4 = 306\text{ N}$$

10.10 Tegangan Permukaan

Banyak pengamatan menarik tentang permukaan fluida. Jarum yang diletakkan perlahan-lahan di atas permukaan fluida tetap mengambang asalkan tidak basah meskipun massa jenis jarum lebih besar daripada massa jenis fluida. Pada tempat jarum diletakkan, permukaan fluida sedikit melengkung ke bawah mengikuti kontour permukaan jarum. Fenomena ini memperlihatkan bahwa permukaan fluida berperan sangat mirip dengan membran yang direntangkan. Jarum akan masuk tenggelam ke dalam fluida jika permukaan fluida tertusuk, yang mirip dengan robeknya membran.

Karena permukaan fluida mirip dengan membran yang direntangkan, maka permukaan fluida menarik benda pada tepinya dengan gaya yang sejajar permukaan.

Contohnya, air yang ada dalam gelas. Pada tempat kontak dengan gelas, permukaan air menarik dinding gelas. Berapakah besar gaya tarik oleh permukaan fluida?



Gambar 10.17 Jarum terapung di atas permukaan fluida

Dari hasil pengamatan diperoleh bahwa besarnya gaya tarik oleh permukaan fluida pada tempat kontak dengan zat padat adalah

$$F = \gamma L \quad (10.25)$$

dengan F gaya oleh permukaan fluida, L panjang garis kontak antara permukaan fluida dengan zat padat, dan γ konstanta yang dikenal dengan tegangan permukaan fluida. Tegangan permukaan beberapa fluida tampak pada Tabel 10.2

Tabel 10.2 Tegangan permukaan beberapa fluida

Fluida	Tegangan permukaan (N/m)
Air raksa (20 °C)	0,44
Alkohol (20 °C)	0,023
Air (0 °C)	0,076
Air (20 °C)	0,072
Air (100 °C)	0,059
Benzen (20 °C)	0,029
Oksigen cair (-193 °C)	0,016

Contoh 10.11

Sebuah kawat kecil yang panjangnya 10 cm dicelupkan ke dalam benzen. Kawat tersebut kemudian diratik perlahan-lahan dalam posisi sejajar keluar dari permukaan benzen. Berapakah gaya oleh permukaan benzen pada kawat, sebelum kawat lepas dari permukaan benzen?

Jawab

Panjang kawat adalah $\ell = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$. Tetapi karena pada masing-masing sisi kawat terdapat lapisan permukaan fluida, maka panjang total permukaan fluida yang kontak dengan kawat adalah

$$L = 2 \times \ell = 0,2 \text{ m}$$

Berdasarkan Tabel 10.2 tegangan permukaan benzen adalah $\gamma = 0,029 \text{ N/m}$. Dengan demikian gaya yang dilakukan permukaan fluida pada kawat adalah

$$F = \gamma L = 0,029 \times 0,2 = 0,0058 \text{ N}$$

10.11 Kelengkungan Permukaan Fluida

Jika air dimasukkan ke dalam gelas kemudian permukaannya diamati dengan seksama, khususnya pada posisi kontak dengan gelas maka tampak permukaan air sedikit melengkung ke atas. Kelengkungan permukaan tersebut disebabkan karena adanya gaya tarik antara molekul air dengan atom pada permukaan gelas. Jika gaya tarik antara molekul fluida dengan atom pada permukaan zat pada mengungguli gaya tarik antar molekul fluida maka permukaan fluida pada tempat kontak dengan zat padat sedikit naik. Sebaliknya, jika gaya tarik antara molekul fluida dengan atom pada permukaan zat padat lebih kecil daripada gaya tarik antar molekul fluida maka permukaan fluida pada tempat kontak dengan zat padat sedikit turun. Gaya tarik antar atom/molekul dari zat yang sama dikenal dengan gaya **kohesi**. Contohnya adalah gaya tarik antar molekul fluida atau antar atom zat padat. Sebaliknya, gaya tarik antar molekul zat yang berbeda disebut **adhesi**. Contoh gaya adhesi adalah gaya tarik antara molekul fluida dengan atom pada dinding zat padat.

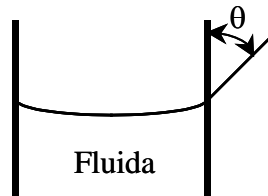
Ada dua macam bentuk kelengkungan permukaan fluida pada posisi kontak dengan permukaan zat padat.

Permukaan cekung

Pada tempat kontak dengan zat padat, permukaan fluida menjauhi fluida. Permukaan cekung terjadi jika gaya adhesi lebih besar daripada gaya kohesi. Contoh permukaan ini adalah air yang dimasukkan ke dalam gelas.

Cairan yang membentuk permukaan cekung dikatakan sebagai “cairan yang membasahi dinding”. Ketika cairan tersebut dibuang dari wadah, dinding tampak basah.

Pada tempat kontak dengan dinding, permukaan cairan membentuk sudut θ antara 0 sampai 90° .

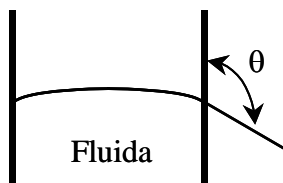


Gambar 10.18 Permukaan cekung

Permukaan cembung

Pada tempat kontak dengan zat padat, permukaan fluida mendekati fluida. Permukaan cekung terjadi jika gaya adhesi lebih kecil daripada gaya kohesi. Contoh permukaan ini adalah air raksa yang dimasukkan ke dalam gelas.

Cairan yang membentuk permukaan cembung dikatakan sebagai “cairan yang tidak membasahi dinding”. Ketika cairan tersebut dibuang dari wadah, dinding tampak kering. Pada tempat kontak dengan dinding, permukaan cairan membentuk sudut θ antara 90 sampai 180° .



Gambar 10.19 Permukaan cembung

Soal dan Penyelesaian

1) Berat sebuah gelas ukur kosong adalah 2,5 N. Ke dalam gelas dimasukkan alkohol hingga beratnya bertambah menjadi 3,5 N. Berapakah volum alkohol yang dimasukkan ke dalam gelas?

Jawab

Berat alkohol yang dimasukkan $W = 3,5 - 2,5 = 1$ N

Massa alcohol $m = W/g = 1/10 = 0,1 \text{ kg}$

Volum alcohol $V = m/\rho = 0,1/790 = 0,000127 \text{ m}^3 = 127 \text{ mL}$

2) Air yang bersuhu 20°C dimasukkan dalam wadah tertutup kemudian dipanaskan hingga suhunya mencapai 60°C . Apakah massa air dan wadah berubah? Apakah massa jenis air berubah?

Jawab

Karena air dimasukkan dalam wadah tertutup maka tidak ada uap air yang bisa meninggalkan wadah. Dengan demikian, massa air dan wadah tidak berubah. Ketika dipanaskan, volume air membesar akibat pemuaian. Karena massa air tetap, maka massanya volum menyebabkan massa jenis air berkurang.

3) Sebuah pipa dimasukkan ke dalam wadah berisi air raksa. Ujung pipa yang masuk ke dalam air raksa terbuka, sedangkan di ujung lainnya, dilakukan penvakuman. Jika tekanan udara luar $9 \times 10^4 \text{ Pa}$, berapakah ketinggian air raksa dalam pipa? Jika pipa dimiringkan hingga membentuk sudut 60° terhadap horizontal, berapakah panjang kolom air raksa di dalam pipa?

Jawab

Tekanan udara luar sama dengan tekanan hidrostatik di dasar kolom air raksa. Jadi $P_o = \rho g h$, atau

$$h = \frac{P_o}{\rho g} = \frac{9 \times 10^4}{1,36 \times 10^4 \times 10} = 0,66 \text{ m}$$

Jika pipa dimiringkan, maka ketinggian permukaan air raksa dalam pipa diukur dalam arah vertikal tetap 0,66 m. Karena sudut yang dibentuk oleh pipa dengan arah vertikal adalah 60° maka panjang kolom air raksa dalam pipa adalah

$$h' = \frac{h}{\sin 60^\circ} = \frac{0,66}{0,866} = 0,76 \text{ m}$$

4) Di dalam sebuah gelas silinder yang memiliki jari-jari lubang 4 cm dimasukkan air hingga mencapai ketinggian 7 cm. Di atas air kemudian dimasukkan minyak yang memiliki massa jenis 800 kg/m^3 hingga tinggi total cairan dalam gelas adalah 20 cm. Berapakah gaya yang dilakukan fluida di dasar gelas dan berapa gaya total yang dialami dasar gelas jika bagian atas gelas terbuka?

Jawab

Tinggi kolom air $h_1 = 7 \text{ cm} = 0,07 \text{ m}$

Tinggi kolom minyak = $20 - 7 = 13 \text{ cm} = 0,13 \text{ m}$

Tegangan hidrostatik di dasar gelas sama dengan jumlah tegangan hidrostatik yang dihasilkan kolom minyak dan kolom air, yaitu

$$P = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = 1000 \times 10 \times 0,07 + 800 \times 10 \times 0,13 = 1\,740 \text{ Pa}$$

Tekanan total di dasar gelas

$$P_T = P_o + P = 1,013 \times 10^5 + 1,74 \times 10^3 = 1,03 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Jari-jari penampang gelas $r = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$

Luas penampang gelas: $A = \pi r^2 = 3,14 \times (0,04)^2 = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

Gaya yang dihasilkan oleh fluida di dasar gelas

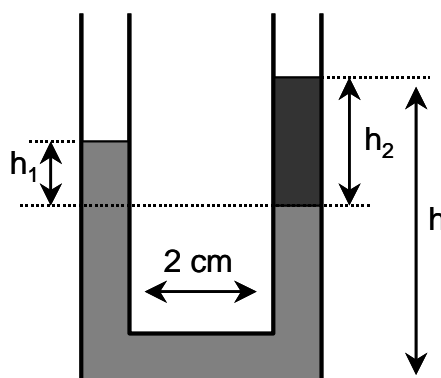
$$F = P A = 1\,740 \times (5 \times 10^{-3}) = 8,7 \text{ N}$$

Gaya total yang dialami dasar gelas

$$F_T = P_T A = (1,03 \times 10^5) \times (5 \times 10^{-3}) = 515 \text{ N}$$

5) Sebuah pipa U memiliki luas penampang 4 cm^2 . Jarak antar dua kaki pipa adalah 2 cm. Ke dalam pipa dimasukkan 100 cm^3 air dan 10 cm^3 minyak yang memiliki massa jenis 800 kg/m^3 . Air dan minyak tidak bercampur. Berapakah tinggi permukaan minyak dari dasar pipa U?

Jawab



Gambar 10.20

Panjang kolom air dalam pipa adalah $\ell_1 = 100/4 = 25 \text{ cm}$

Panjang kolom minyak dalam pipa adalah $\ell_2 = 10/4 = 2,5 \text{ cm}$

Berdasarkan Gbr 10.20: $h_2 = \ell_2 = 2,5$ cm. Dengan menggunakan persamaan untuk pipa U, maka

$$h_1 = \frac{\rho_2 h_2}{\rho_1} = \frac{800 \times 2,5}{1000} = 2 \text{ cm}$$

Juga berdasarkan Gbr 10.20 kita dapatkan hubungan

$$\begin{aligned} 2 \times (h - h_2) + 2 \text{ cm} + h_1 &= \ell_1 \\ 2 \times (h - 2,5) + 2 \text{ cm} + 2 &= 25 \\ h - 2,5 &= (25 - 2 - 2)/2 = 10,5 \end{aligned}$$

atau

$$h = 10,5 + 2,5 = 13 \text{ cm}$$

Jadi tinggi permukaan minyak dari dasar pipa U adalah 13 cm.

6) Sebuah wadah dari bersi yang tertutup bersisi air dan udara di dalamnya. Volume luar wadah adalah 2 L sedangkan volume air di dalam wadah adalah 0,8 L. Ketika dimasukkan ke dalam air wadah tersebut melayang. Berapakah massa bahan wadahnya saja. Jika air dalam wadah dikeluarkan semuanya dan wadah ditutup kembali, berapa volum wadah yang menyembul di atas permukaan air ketika diletakkan kembali di air?

Jawab

Volume wadah $V = 2 \text{ L} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$.

Saat melayang, gaya ke atas yang dialami wadah

$$F_A = \rho_a g V = 1000 \times 10 \times (2 \times 10^{-3}) = 20 \text{ N}$$

Gaya ke atas ini sama dengan berat total benda (wadah + air).

$$\text{Volume air } V_a = 0,8 \text{ L} = 8 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\text{Massa air } m_a = \rho_a \times V_a = 1000 \times 8 \times 10^{-4} = 0,8 \text{ kg}$$

$$\text{Berat air } W_a = m_a \times g = 0,8 \times 10 = 8 \text{ N}$$

$$\text{Berat wadah saja } W_w = F_A - W_a = 20 - 8 = 12 \text{ N}$$

$$\text{Massa wadah } M_w = W_w / g = 12/10 = 1,2 \text{ kg}$$

Jika air dikeluarkan semuanya maka wadah mengapung di permukaan air. Jika volum wadah yang masuk dalam air adalah V_1 maka gaya angkat yang dialami wadah

$$F_A = \rho_a g V_1 = 1000 \times 10 \times V_1 = 10^4 V_1$$

Gaya ini sama dengan berat wadah, $W_w = 12 \text{ N}$. Dengan demikian,

$$12 = 10^4 V_1$$

atau

$$V_1 = 12/10^4 = 1,2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 1,2 \text{ L}$$

Volume wadah yang menyembul di atas permukaan air

$$V_2 = V - V_1 = 2 - 1,2 = 0,8 \text{ L}$$

7) Di dalam gelas yang penuh berisi air terdapat beberapa butir es yang mengapung. Jika es mencair seluruhnya, apakah ada air yang tumpah dari gelas?

Jawab

Misalkan volum es V dan volum air yang didesak es adalah V_1 .

$$\text{Gaya ke atas yang dialami es } F_A = \rho_a g V_1$$

$$\text{Berat es } W = m_e g = \rho_e V g$$

Ke dua gaya tersebut sama besar sehingga

$$\rho_a g V_1 = \rho_e V g$$

$$\rho_a V_1 = \rho_e V$$

Ruas kiri adalah massa air yang didesak es. Ruas kanan adalah massa total es. Karena ketika mencair, es berubah menjadi air, maka volume air yang dihasilkan tepat mengisi volum air yang didesak es. Dengan demikian, tidak ada air yang tumpah dari gelas ketika es mencair seluruhnya.

8) Apakah balon yang berisis helium dan sedang bergerak ke atas akan terus ke atas tanpa henti? Jelaskan

Jawab

Tidak. Suatu saat balon akan berhenti ke atas.

Gerakan ke atas terjadi karena adanya gaya angkat yang melebihi berat balon. Besar gaya ke atas adalah

$$F_A = \rho_{\text{udara}} g V_{\text{balon}}$$

Karena makin ke atas ρ_{udara} makin kecil maka makin ke atas F_A makin kecil. Pada ketinggian tertentu nilai F_A sama dengan berat balon, dan balon berhenti bergerak ke atas.

9) Mengapa orang lebih mudah mengambang di air laut daripada di air sungai?

Jawab

Massa jenis air laut lebih besar dibandingkan dengan massa jenis air sungai. Ketika tubuh masuk ke dalam air, maka gaya ke atas yang dilakukan air laut lebih besar daripada gaya ke atas yang dilakukan air sungai.

10) Perkirakan massa udara yang ada dalam ruang tamu berukuran $3,8 \text{ m} \times 3,2 \text{ m} \times 5,8 \text{ m}$. Massa jenis udara adalah $1,29 \text{ kg/m}^3$.

Jawab

Volume ruang tamu $V = 3,8 \times 3,2 \times 5,8 = 70,5 \text{ m}^3$

Massa udara: $m = \rho V = 1,29 \times 70,5 = 91 \text{ kg}$.

11) Jika massa jenis darah adalah $1,05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, berapakah beda tekanan darah di ujung kepala dan dasar kaki seseorang yang tingginya $1,6 \text{ m}$?

Jawab

Perbedaan tekanan darah sama dengan tekanan hidrostatik yang dihasilkan darah yang berada di atas dasar kaki, yaitu

$$\Delta P = \rho_d gh = (1,05 \times 10^3) \times 10 \times 1,6 = 1,68 \times 10^4 \text{ Pa}$$

12) Tekanan yang ditunjukkan udara dalam ban mobil masing-masing 240 kPa . Jika luas bidang sentuh masing-masing ban mobil dengan tanah adalah 200 cm^2 dan mobil memiliki empat ban, berapakah massa mobil?

Jawab

Tekanan tiap ban: $= 240 \text{ kPa} = 2,4 \times 10^5 \text{ Pa}$

Luas bidang sentuh tiap ban: $A = 200 \text{ cm}^2 = 0,02 \text{ m}^2$

Gaya yang dilakukan tiap ban: $F = PA = 2,4 \times 10^5 \times 0,02 = 4\,800 \text{ N}$

Gaya yang dilakukan empat ban mobil: $F_T = 4 \times F = 4 \times 4\,800 = 19\,200 \text{ N}$

Gaya yang dilakukan 4 ban sama dengan berat mobil: $W = F_T = 19\,200 \text{ N}$

Maka massa mobil : $m = W/g = 19\,200/10 = 1\,920 \text{ kg}$.

13) Berapakah tekanan total dan gaya total di dasar sebuah kolam yang memiliki luas

22 m × 12 m dan kedalaman air 2 m?

Jawab

Tekanan total di dasar kolam

$$P = P_o + \rho g h = 1,013 \times 10^5 + 1000 \times 10 \times 2 = 1,213 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Luas dasar kolam: $A = 22 \times 12 = 264 \text{ m}^2$

Gaya total di dasar kolam

$$F = P A = 1,213 \times 10^5 \times 264 = 3,2 \times 10^7 \text{ N}$$

14) Seorang ahli geologi mengukur massa batuan bulan dengan neraca pegas. Ketika batu tergantung bebas, penunjukkan neraca adalah 8,2 kg. Tetapi ketika batu dicelupkan ke dalam air, penunjukkan neraca adalah 6,18 kg. Berapakah massa jenis batu tersebut?

Jawab

Gaya pada neraca saat batu di udara $W_1 = 8,2 \times 10 = 82 \text{ N}$

Gaya pada neraca saat batu di dalam air $W_2 = 6,18 \times 10 = 61,8 \text{ N}$

Selisih gaya tersebut merupakan gaya angkat oleh air pada batu. Jadi

$$F_A = W_1 - W_2 = 82 - 61,8 = 20,2 \text{ N}$$

Volume batu dihitung dengan persamaan Archimedes

$$V = \frac{F_A}{\rho g} = \frac{20,2}{1000 \times 10} = 2,02 \times 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Massa jenis batu adalah massa batu di udara dibagi volumenya, yaitu

$$\rho_b = \frac{8,2}{2,02 \times 10^{-3}} = 4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

15) Sebuah balon berbentuk bola dengan jari-jari 9,5 m dan diisi helium. Berapa massa kargo yang dapat diangkut balon jika kulir balon sendiri memiliki massa 1000 kg. Massa jenis udara adalah $1,29 \text{ kg/m}^3$ dan massa jenis helium adalah $0,179 \text{ kg/m}^3$.

Jawab

Volume balon

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3,14 \times (9,5)^3 = 3\,590 \text{ m}^3$$

Gaya ke atas yang dialami balon:

$$F_A = \rho_u g V = 1,29 \times 10 \times 3590 = 46\,311 \text{ N}$$

Massa helium di dalam balon

$$m_h = \rho_h V = 0,179 \times 3590 = 643 \text{ kg}$$

Jika massa kargo maksimum yang dapat diangkat, m_k , maka terpenuhi

$$F_A = (m_{bl} + m_h + m_k)g$$

atau massa kargo maksimum yang dapat diangkat

$$m_k = \frac{F_A}{g} - m_{bl} - m_h = \frac{46311}{10} - 1000 - 643 = 2\,988 \text{ kg}$$

Soal-Latihan

- 1) Dongkrak hidrolik memiliki perbandingan perbandingan luas penampang output dan input sebesar 40. Jika gaya maksimum yang dapat diberikan di lengan input 200 N, tentukan massa maksimum yang dapat diangkat dongkrak.
- 2) Sebuah pipa U yang berisi air raksa digunakan untuk mengukur tekanan udara dalam ruang tertutup. Selisih tinggi permukaan air raksa dalam pipa adalah 10 cm. Jika salah satu ujung pipa bersentuhan langsung dengan atmosfer, tentukan tekanan udara dalam ruang tertutup tersebut.
- 3) Sebuah pipa U yang berisi air raksa berada dalam posisi tegak. Masing-masing ujung pipa dihubungkan dengan wadah berisi gas dalam ruang tertutup. Tampak bahwa permukaan air raksa dalam pipa memiliki perbedaan ketinggian 8 cm. Tentukan perbedaan tekanan gas dalam dua wadah tersebut.
- 4) Jika barometer air raksa yang sedang mengukur tekanan 1 atm dimiringkan hingga membentuk sudut 45° terhadap horizontal, berapakah panjang kolom air raksa dalam barometer tersebut?
- 5) Ketika sepotong kayu diletakkan di air, sebanyak 20% volumenya menyembul di atas permukaan air. Berapa persen volume kayu tersebut yang menyembul jika diletakkan dalam fluida yang memiliki massa jenis $1,2 \text{ g/cm}^3$?
- 6) Berapa ketebalan lapisan atmosfer jika massa jenis udara dianggap sama untuk semua ketinggian, yaitu $1,29 \text{ kg/m}^3$.
- 7) Berapa fraksi aluminium yang tercelup dalam air raksa ketika batang aluminium mengapung di atas air raksa? Massa jenis aluminium adalah 2700 kg/m^3 .
- 8) Massa jenis baja jauh lebih besar daripada massa jenis air laut. Mengapa kapal laut yang terbuat dari baja bisa terapung di atas air laut?
- 9) Sebuah wadah tertutup yang volumenya 1 L berisi alkohol di dalamnya. Ketika

diletakkan di air, wadah tersebut melayang dalam air. Jika 0,2 L alkohol di dalamnya dikeluarkan, berapa persen volum wadah yang terapung di atas permukaan air?

Bab 11

Fluida Dinamik

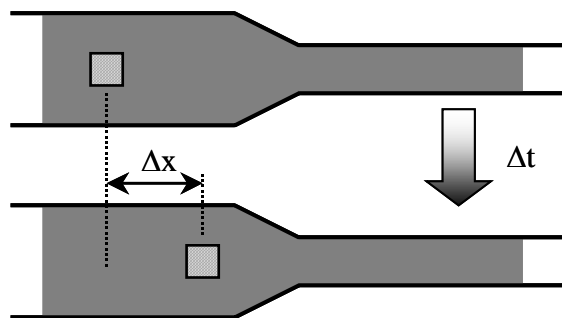
Setelah mempelajari statika fluida pada Bab 10, mari sekarang kita perluas pengetahuan kita tentang fluida dengan mempelajari fluida dinamik. Kita akan lihat bahwa persamaan-persamaan Newton yang telah kita pakai pada dinamika partikel dapat diterapkan pula pada fluida.



Gambar 11.1 Perancangan teknologi di atas harus menggunakan hukum-hukum tentang fluida dinamik

11.1 Laju aliran fluida

Salah satu besaran yang penting dalam mempelajari fluida bergerak adalah laju aliran fluida. Laju aliran mengukur jarak yang ditempuh satu elemen dalam fluida per satuan waktu.



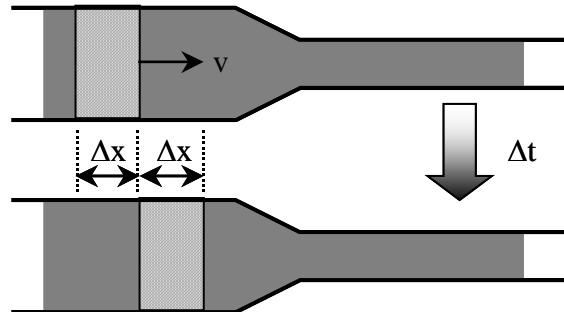
Gambar 11.2 Selama selang waktu Δt , elemen dalam fluida berpindah sejauh Δx .

Pada Gbr 11.2 sebuah elemen fluida berpindah sejauh Δx dalam selang waktu Δt . Laju aliran fluida memenuhi

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (11.1)$$

11.2 Debit Aliran

Debit aliran adalah jumlah volum fluida yang mengalir per satuan waktu.



Gambar 11.3 Elemen fluida berupa silinder dengan ketebalan Δx berpindah sejauh Δx selama selang waktu Δt .

Kita lihat irisan fluida tegak lurus penampang pipa yang tebalnya Δx . Anggap luas penampang pipa A . Volume fluida dalam elemen tersebut adalah $\Delta V = A\Delta x$. Elemen tersebut tepat bergeser sejauh Δx selama selang waktu Δt . Jika laju aliran fluida adalah v maka $\Delta x = v\Delta t$, sehingga elemen volum fluida yang mengalir adalah

$$\Delta V = Av\Delta t$$

Debit aliran fluida didefinisikan sebagai

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{Av\Delta t}{\Delta t} \\ &= Av \end{aligned} \quad (11.2)$$

Contoh 11.1

Air yang mengalir keluar dari keran ditampung dengan ember. Setelah satu

menit ternyata jumlah air yang tertampung adalah 20 L. Jika diameter penampang keran adalah 1 cm, berapakah laju aliran fluida dalam pipa keran?

Jawab

Dalam satu menit, $\Delta t = 1 \text{ menit} = 60 \text{ s}$, jumlah air yang keluar keran adalah $\Delta V = 20 \text{ L} = 20 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,02 \text{ m}^3$. Dengan demikian, debit aliran air adalah

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0,02}{60} = 0,00033 \text{ m}^3/\text{s}$$

Jari-jari penampang keran $r = 1/2 = 0,5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$.

Luas penampang keran

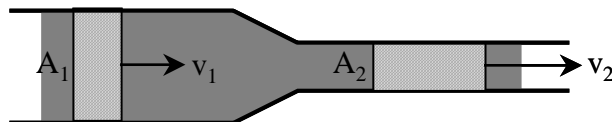
$$A = \pi r^2 = 3,14 \times (5 \times 10^{-3})^2 = 7,85 \times 10^{-5} \text{ m}^2.$$

Laju aliran air dalam keran

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0,00033}{7,85 \times 10^{-5}} = 4,2 \text{ m/s}$$

11.3 Persamaan Kontinuitas

Jika pipa yang dialiri fluida tidak bocor sehingga tidak ada fluida yang meninggalkan pipa atau fluida dari luar yang masuk ke dalam pipa sepanjang pipa maka berlaku hukum kekekalan massa. Jumlah massa fluida yang mengalir per satuan waktu pada berbagai penampang pipa selalu sama.



Gambar 11.4 Massa fluida yang mengalir per satuan waktu pada berbagai penampang pipa selalu sama.

Akibat hukum kekekalan massa maka

$$Q_1 = Q_2$$

atau

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (11.3)$$

Persamaan (11.3) disebut juga **persamaan kontinuitas**. Berdasarkan persamaan di atas

kita akan dapatkan bahwa pada bagian pipa yang sempit, fluida bergerak dengan kecepatan lebih cepat.

Pada daerah penyempitan sungai aliran air lebih kencang daripada pada daerah yang lebar. Air yang keluar dari keran (tidak menyembur) memperlihatkan perubahan luas penampang yang makin kecil pada posisi yang makin ke bawah. Akibat gravitasi, makin ke bawah, laju air makin besar. Agar terpenuhi persamaan kontinuitas, maka makin ke bawah, luas penampang air harus makin kecil.



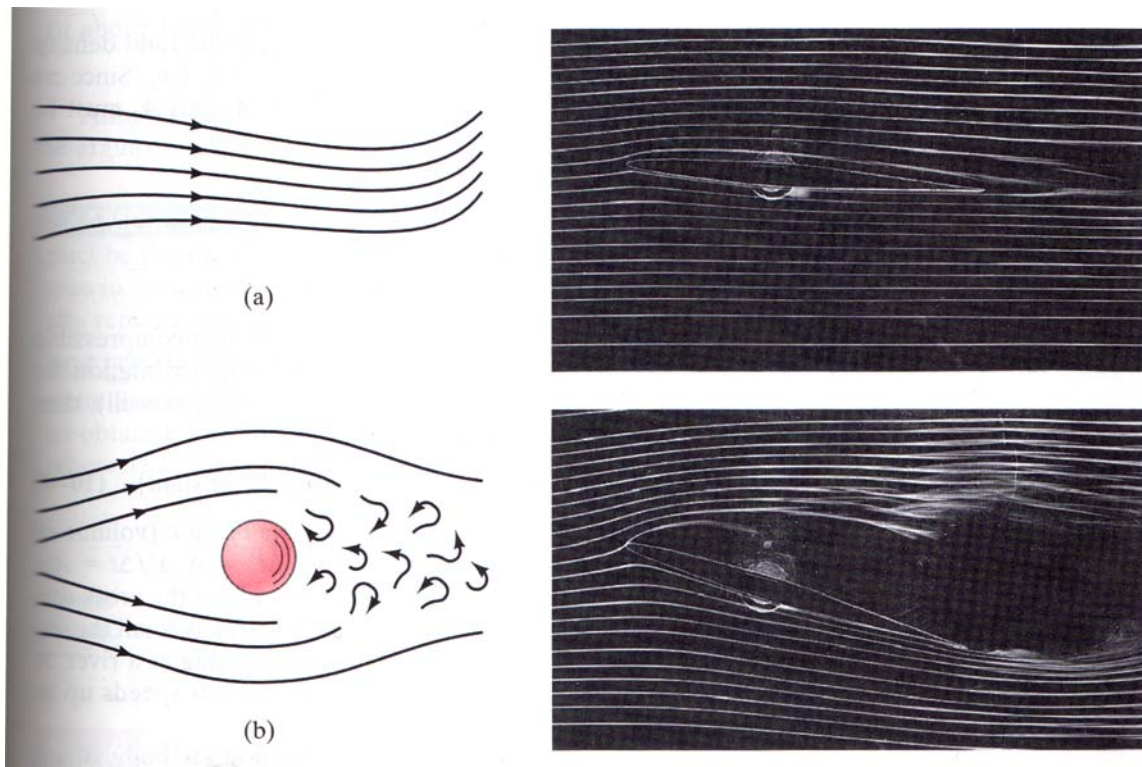
Gambar 11.5 Air yang mengalir turun dari suatu keran mengalami perubahan luas penampang. Makin ke bawah, penampang air makin kecil.

11.4 Kompresibilitas

Kompresibilitas mengukur perubahan volum fluida jika diberi tekanan. Jika fluida berupa gas maka tekanan dapat mengubah volume gas dengan mudah. Kita katakan gas merupakan fluida yang **kompresibel**. Zat cair tidak terlalu dipengaruhi oleh tekanan. Tekanan yang sangat besar sekalipun hanya mengubah volume cairan dalam fraksi yang sangat kecil. Untuk mudahnya, dalam bab ini kita anggap fluida cair tidak mengalami perubahan volum akibat pemberian tekanan. Jadi fluida cair kita anggap tidak kompresibel.

11.5 Aliran Laminer dan Turbulen

Kalian pernah mengamati aliran air sungai atau selokan yang cukup kencang bukan? Tampak adanya pusaran-pusaran air. Aliran yang mengandung pusaran-pusaran semacam itu disebut **aliran turbulen**. Membahas fluida yang mengandung aliran turbulen sangat sulit. Untuk itu, pada bab ini kita hanya membahas aliran fluida yang tidak turbulen. Aliran semacam ini disebut **aliran laminer**.



Gambar 11.6 (a) Aliran laminar dan (b) aliran turbulen

11.6 Hukum Bernoulli

Salah satu hukum dasar dalam menyelesaikan persoalan fluida bergerak adalah hukum Bernoulli. Hukum Bernoulli sebenarnya adalah hukum tentang energi mekanik yang diterapkan pada fluida bergerak sehingga keluar persamaan yang bentuknya khas. Sebagaimana lazimnya, untuk menurunkan hukum Bernoulli, mari kita amati Gbr 11.7. Coba kita lihat elemen fluida pada lokasi 1.

Luas penampang pipa: A_1

Ketebalan elemen pipa: Δx_1

Volum elemen fluida: $\Delta V = A_1 \Delta x_1$

Massa elemen fluida: $\Delta m = \rho \Delta V$

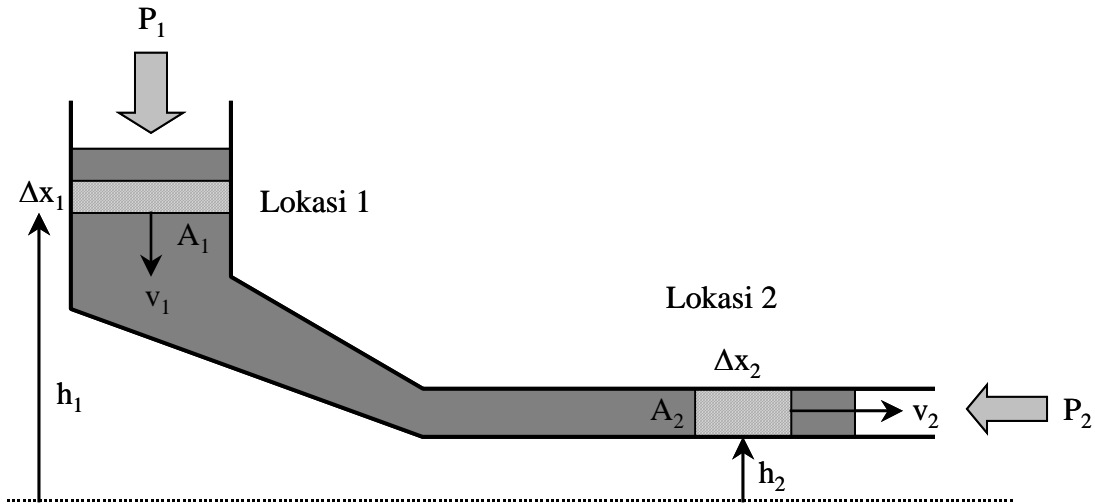
Kecepatan elemen: v_1

Dengan demikian

$$\text{Energi kinetik elemen: } K_1 = \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V v_1^2$$

$$\text{Energi potensial elemen: } U_1 = \Delta m g h_1 = \rho \Delta V g h_1$$

Energi mekanik elemen di lokasi 1 $EM_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} \rho \Delta V v_1^2 + \rho \Delta V g h_1$



Gambar 11.7 Ilustrasi untuk menurunkan hukum Bernoulli

Sekarang mari kita lihat elemen pada lokasi 2

Luas penampang pipa: A_2

Ketebalan elemen pipa: Δx_2

Volum elemen fluida: $\Delta V = A_2 \Delta x_2$

Massa elemen fluida: $\Delta m = \rho \Delta V$

Kecepatan elemen: v_2

Dengan demikian

Energi kinetik elemen: $K_2 = \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V v_2^2$

Energi potensial elemen: $U_2 = \Delta m g h_2 = \rho \Delta V g h_2$

Energi mekanik elemen di lokasi 2 $EM_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V v_2^2 + \rho \Delta V g h_2$

Elemen pada lokasi 1 dikenai gaya non konservatif $F_1 = P_1 A_1$ dan berpindah sejauh Δx_1 searah gaya. Dengan demikian, usaha yang dilakukan gaya tersebut adalah

$$W_1 = F_1 \Delta x_1 = P_1 A_1 \Delta x_1 = P_1 \Delta V$$

Elemen pada lokasi 2 dikenai gaya non konservatif $F_2 = P_2 A_2$ dan berpindah sejauh Δx_2 dalam arah berlawanan gaya. Dengan demikian, usaha yang dilakukan gaya tersebut adalah

$$W_2 = -F_2 \Delta x_2 = -P_2 A_2 \Delta x_2 = -P_2 \Delta V$$

Kerja non konservatif total yang bekerja pada elemen fluida adalah

$$W = W_1 + W_2 = P_1 \Delta V - P_2 \Delta V = (P_1 - P_2) \Delta V \quad (11.4)$$

Selama bergerak dari lokasi 1 ke lokasi 2, elemen fluida mengalami perubahan energi mekanik

$$\begin{aligned} \Delta EM &= EM_2 - EM_1 \\ &= \left(\frac{1}{2} \rho \Delta V v_2^2 + \rho \Delta V g h_2 \right) - \left(\frac{1}{2} \rho \Delta V v_1^2 + \rho \Delta V g h_1 \right) \end{aligned} \quad (11.5)$$

Berdasarkan prinsip usaha energi, *usaha oleh gaya non konservatif sama dengan perubahan energi mekanik benda*. Dengan menggunakan persamaan (11.4) dan (11.5) kita dapatkan

$$\begin{aligned} W &= \Delta EM \\ (P_1 - P_2) \Delta V &= \left(\frac{1}{2} \rho \Delta V v_2^2 + \rho \Delta V g h_2 \right) - \left(\frac{1}{2} \rho \Delta V v_1^2 + \rho \Delta V g h_1 \right) \end{aligned} \quad (11.6)$$

Hilangkan ΔV pada ke dua ruas persamaan (11.6) sehingga diperoleh

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 - \rho g h_1$$

yang bisa disusun ulang menjadi

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 \quad (11.7)$$

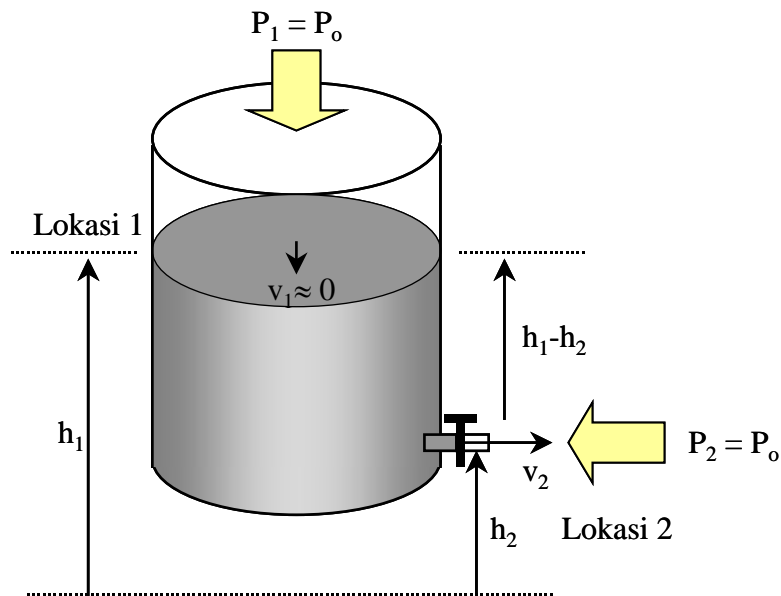
Persamaan (11.7) dikenal dengan **hukum Bernoulli**.

11.7 Beberapa Aplikasi Hukum Bernoulli

Hukum Bernoulli yang merupakan persamaan dasar fluida tidak kompresibel yang mengalir secara laminar telah diterapkan pada berbagai hal. Untuk lebih memahami hukum tersebut mari kita lihat beberapa aplikasinya.

Asas Toricelli

Asas Toricelli sebenarnya aplikasi khusus dari hukum Bernoulli. Tetapi asas ini ditemukan oleh Toricelli satu abad sebelum hukum Bernoulli dirumuskan sehingga nama asas Toricelli telah umum digunakan.



Gambar 11.8 Menentukan laju keluar air dari suatu keran pada bak penampung yang sangat besar.

Bak yang penampangnya sangat besar diisi dengan air. Di dasar bak dipasang sebuah keran yang penampangnya jauh lebih kecil daripada penampang bak. Berapa laju aliran air yang keluar dari keran?

Kita terapkan hukum Bernoulli pada lokasi 1 dan lokasi 2, yaitu pada permukaan air dalam bak dan pada mulut keran.

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Di lokasi 1 maupun lokasi 2 air didorong oleh tekanan udara luar sebesar 1 atm. Jadi,

$P_1 = P_2 = P_o = 1 \text{ atm}$. Karena luas penampang di lokasi 1 jauh lebih besar daripada luas penampang di lokasi 2 maka laju turun permukaan air dalam bak sangat kecil dan dapat dianggap nol. Jadi kita ambil $v_1 \approx 0$. Akhirnya hukum Bernoulli selanjutnya dapat ditulis

$$P_o + 0 + \rho gh_1 = P_o + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2$$

atau

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 = \rho g(h_1 - h_2)$$

atau

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (11.8)$$

Contoh 11.2

Menara air dengan luas penampang sangat besar memiliki ketinggian 20 m dari posisi keran. Jika diameter lubang keran 1 cm, hitunglah: (a) laju air yang keluar dari keran, (b) debit air yang keluar dari keran, dan (c) volume air yang keluar dari keran selama 1 menit.

Jawab

Informasi yang diberikan soal adalah $h_1 - h_2 = 20 \text{ m}$

(a) Laju aliran air yang keluar dari keran

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \times 10 \times 20} = 20 \text{ m/s}$$

(b) Jari-jari lubang keran: $r = 1/2 = 0,5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$.

Luas penampang keran: $A_2 = \pi r^2 = 3,14 \times (5 \times 10^{-3})^2 = 7,85 \times 10^{-5} \text{ m}^2$.

Debit air yang keluar dari keran

$$Q = A_2 v_2 = 7,85 \times 10^{-5} \times 20 = 1,57 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}.$$

(c) Setelah $\Delta t = 1 \text{ menit} = 60 \text{ s}$, volum air yang mengalir keluar dari keran adalah

$$\Delta V = Q \Delta t = 1,57 \times 10^{-3} \times 60 = 0,942 \text{ m}^3.$$

Penampang penampung tidak terlalu besar

Kita telah membahas penampung yang penampangnya sangat besar dibandingkan dengan penampang keran. Bagaimana jika penampang penampung tidak

terlalu besar dibandingkan dengan penampang keran? Mari kita kembali ke persamaan Bernoulli dengan menggunakan $P_1 = P_2 = P_o = 1 \text{ atm}$. Kita peroleh

$$P_o + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_o + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

atau

$$\frac{1}{2}v_1^2 + g h_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + g h_2 \quad (11.9)$$

Selanjutnya kita gunakan persamaan kontinuitas $A_1 v_1 = A_2 v_2$, atau

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 \quad (11.10)$$

Dengan mengganti v_1 pada persamaan (11.9) dengan persamaan (11.10) kita diperoleh

$$\frac{1}{2}\left(\frac{A_2}{A_1}v_2\right)^2 + g h_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + g h_2$$

$$v_2^2\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right) = 2g(h_1 - h_2)$$

atau

$$v_2^2 = \frac{2g(h_1 - h_2)}{\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)} \quad (11.11)$$

Contoh 11.3

Menara air yang tinggi permukaannya 10 meter memiliki luas jari-jari penampang 50 cm. (a) Tentukan laju keluarnya air di suatu pipa yang jari-jari penampangnya 8 cm yang berada di dasar menara, (b) Teruntukan laju turunya permukaan air di bak penampung, (c) Berapa jauh turunya permukaan air di bak penampung setelah air mengalir keluar selama 2 detik?

Jawab

Informasi yang diberikan soal adalah $h_1 - h_2 = 10 \text{ m}$, $A_1 = \pi r_1^2 = 3,14 \times (0,5)^2 = 0,785 \text{ m}^2$, dan $A_2 = \pi r_2^2 = 3,14 \times (0,08)^2 = 0,02 \text{ m}^2$

a) Dengan menggunakan persamaan (11.11) maka laju keluar air di pipa pengeluaran memenuhi

$$v_2^2 = \frac{2g(h_1 - h_2)}{\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)} = \frac{2 \times 10 \times 10}{\left(1 - \frac{(0,02)^2}{(0,785)^2}\right)} = 200,13$$

atau

$$v_2 = \sqrt{200,13} = 14,15 \text{ m/s}$$

b) Dengan menggunakan persamaan kontinuitas, laju turunya permukaan air di bak penampung adalah

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 = \frac{0,02}{0,785} \times 14,15 = 0,36 \text{ m/s}$$

c) Jauh turunnya permukaan air di bak penampung setelah 2 s adalah

$$\Delta h = v_1 \Delta t = 0,36 \times 2 = 0,72 \text{ m}$$

Venturimeter

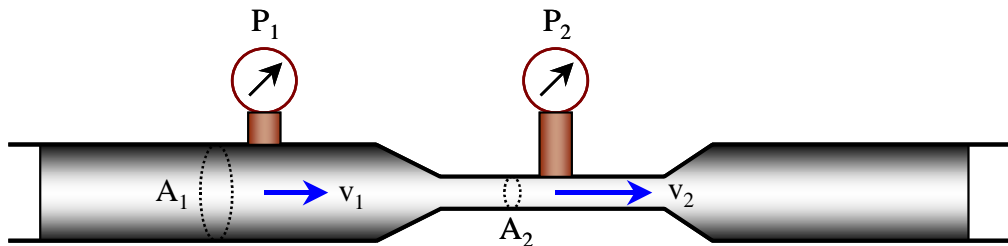
Venturimeter adalah alat yang digunakan untuk mengukur laju aliran fluida dalam pipa tertutup. Contohnya mengukur laju aliran minyak pada pipa-pipa penyelur minyak dari tempat pengilangan ke kapal tangker di pelabuhan. Karena minyak yang mengalir dalam pipa tidak dapat dilihat, maka diperlukan teknik khusus untuk mengukur laju alirannya tersebut. Teknik yang dilakukan adalah memasang pipa yang penampangnya berbeda dengan penampang pipa utama kemudian mengukur tekanan fluida pada pipa utama dan pipa yang dipasang.

Kita terapkan hukum Bernoulli pada dua lokasi di pipa utama dan pipa yang dipasang.

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Karena pipa posisinya mendatar, maka kita dapat mengambil $h_1 = h_2$ sehingga

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (11.12)$$



Gambar 11.9 Skema pengukuran aliran fluida dengan venturimeter

Selanjutnya kita gunakan persamaan kontinuitas $A_1 v_1 = A_2 v_2$, atau

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

sehingga kita peroleh

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho \left(\frac{A_1}{A_2} v_1 \right)^2$$

atau

$$2(P_1 - P_2) = \rho v_1^2 \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right)$$

atau

$$v_1^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right)} \quad (11.13)$$

Contoh 11.4

Untuk mengukur perbedaan tekanan pada pipa berpenampang kecil dan besar pada pipa yang dialiri air, digunakan venturimeter berbentuk pipa U yang berisi air raksa. Perbandingan luas penampang pipa kecil dan pipa besar adalah 1 : 2. Jika selisih tinggi permukaan air raksa pada pipa-U adalah 5 cm, berapakah kecepatan fluida pada pipa berpenampang besar dan pipa berpenampang kecil? Berapa pula debit aliran fluida jika jari-jari penampang pipa kecil 5 cm?

Jawab

Diberikan di soal $A_2/A_1 = 1/2$, atau $A_1/A_2 = 2$. Perbedaan tekanan pada pipa berpenampang besar dan kecil adalah

$$P_1 - P_2 = \rho_{Hg} gh = 1,36 \times 10^4 \times 10 \times 0,05 = 6\,800 \text{ Pa}$$

Kecepatan aliran fluida pada pipa berpenampang besar dihitung dengan persamaan (11.13)

$$v_1^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho_{air} \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right)} = \frac{2 \times 6\,800}{1000 \times (2^2 - 1)} = \frac{13\,600}{3000} = 4,53$$

atau

$$v_1 = \sqrt{4,53} = 2,1 \text{ m/s}$$

Dengan menggunakan persamaan kontinuitas, maka laju aliran air di pipa berpenampang kecil adalah

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = 2 \times 2,1 = 4,2 \text{ m/s}$$

Luas penampang pipa kecil adalah

$$A_2 = \pi r_2^2 = 3,14 \times (0,05)^2 = 0,008 \text{ m}^2$$

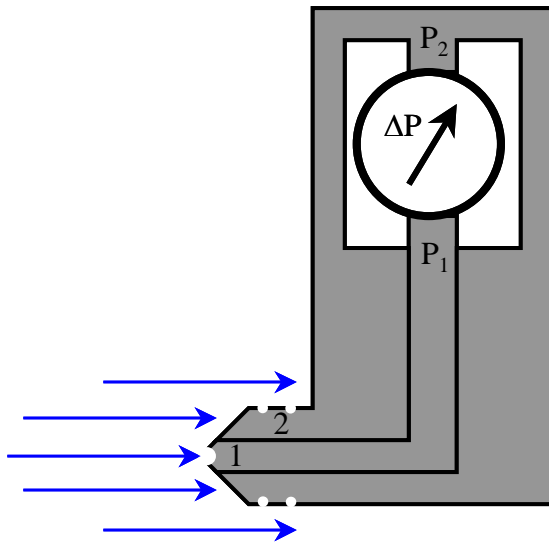
Debit aliran air adalah

$$Q = A_2 v_2 = 0,008 \times 4,2 = 0,034 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Tabung Pitot

Tabung pitot dapat digunakan untuk mengukur laju aliran udara. Tabung ini memiliki dua ujung pipa. Satu ujung pipa (ujung 1) memiliki lubang yang menghadap aliran udara dan ujung yang lain (ujung 2) memiliki lubang yang menyinggung aliran udara. Udara yang masuk pada ujung 1 pada akhirnya diam di dalam pipa sedangkan udara pada ujung 2 memiliki laju yang sama dengan laju udara luar. Alat ukur tekanan mengukur beda tekanan udara pada dua ujung pipa. Kita gunakan hukum Bernoulli pada ujung 1 dan ujung 2

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2$$



Gambar 11.10 Skema tabung pitot

Kita perhatikan,

Ketinggian ujung 1 dan ujung 2 hampir sama atau $h_1 = h_2$, sehingga

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Laju udara di ujung 1 nol dan di ujung 2 sama dengan laju udara luar atau, $v_1 = 0$, dan $v_2 = v$, sehingga

$$P_1 + 0 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v^2$$

atau

$$v^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho} \quad (11.14)$$

Pengukur tekanan mengukur selisih tekanan pada dua ujung pipa, atau $\Delta P = P_1 - P_2$. Berdasarkan beda tekanan tersebut maka laju aliran udara dapat ditentukan menjadi

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (11.15)$$

Contoh 11.5

Sebuah tabung pipot digunakan untuk mengukur laju aliran udara. Jika saat itu sedang bertiup angin dengan laju 4 m/s, berapakah beda tekanan udara dalam satuan

atm yang tdicatat oleh alat ukur?

Jawab

Massa jenis udara $\rho = 1,29 \text{ kg/m}^3$, laju udara: $v = 4 \text{ m/s}$. Dengan menggunakan persamaan (11.15), beda tekana udara yang dicatat alat ukur adalah

$$\Delta P = \frac{1}{2} \rho v^2 = \frac{1}{2} \times 1,29 \times 4^2 = 10,32 \text{ Pa}$$

Karena $1 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$, maka pembacaan alat ukur dalam satuan atm adalah $10,32 / (1,013 \times 10^5) = 10^{-4} \text{ atm}$

Gaya Angkat Pada Pesawat Terbang

Pesawat terbang bisa naik atau turun bukan karena memiliki mesin yang dapat mendorong ke atas atau ke bawah. Mesin pesawat hanya menghasilkan gaya dorong ke arah depan. Tetapi mengapa pesawat bisa naik dan turun? Bahkan pesawat jet komersial bisa naik hingga ketinggian di atas 10 km dari permukaan laut. Penyebabnya adalah struktur sayap pesawat terbang yang dirancang sedemikian rupa sehingga laju aliran udara tepat di sebelah atas sayap lebih kecil daripada laju aliran udara tepat di bawah sayap. Maka penampang pesawat terbang harus melengkung di sisi atas dan datar di sisi bawah. Udara di sisi atas pesawat menempuh jarak yang lebih jauh dari udasa di sisi bawah. Agar aliran yang dihasilkan laminar maka molekul udara yang berdekatan pada ujung depan pesawat kemudian dibelah oleh sayap sehingga salah satu bergerak di sisi atas sayap dan salah satu bergerak di sisi bawah sayap harus kembali bertemu di ujung belakang sayap. Ini berarti, molekul-molekul tersebut bergerak dari ujung depan ke ujung belakang sayap dalam selang waktu yang sama. Ini hanya bisa terjadi jika laju udara di sisi atas pesawat lebih besar daripada laju udara di sisi bawah sayap.



Gambar 11.11 Pesawat bisa terbang karena memanfaatkan hukum Bernoulli

Untuk memperlihatkan adanya gaya angkat, mari kita terapkan hukum Bernoulli pada titik di sisi atas dan sisi bawah sayap

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2$$

Kita anggap sayap pesawat tidak terlalu tebal sehingga ketinggian titik di dua sisi pesawat dapat dianggap sama, atau $h_1 \cong h_2$, sehingga

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad (11.16)$$

Jika luas efektif sayap pesawat adalah A_{ef} , maka gaya ke atas oleh udara di sisi bawah sayap adalah

$$F_1 = P_1 A_{ef} \quad (11.17)$$

dan gaya ke bawah oleh udara di sisi atas sayap adalah

$$F_2 = P_2 A_{ef} \quad (11.18)$$

Gaya netto ke atas yang dilakukan udara pada sayap pesawat adalah

$$\Delta F = F_1 - F_2 = (P_1 - P_2) A_{ef} \quad (11.19)$$

Dari persamaan (11.16) kita dapat menulis

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

sehingga dengan melakukan substitusi ke dalam persamaan (11.19) diperoleh

$$\Delta F = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) A_{ef} \quad (11.20)$$

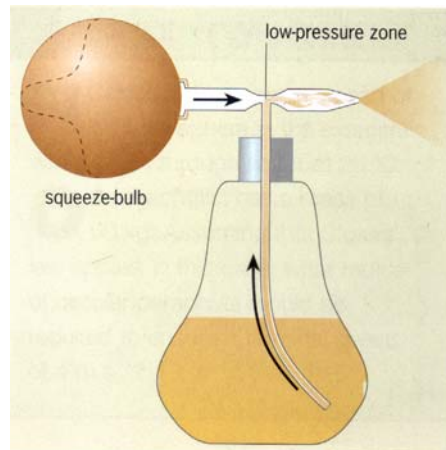
Agar pesawat bisa terangkat naik maka gaya pada persamaan (11.20) harus lebih besar daripada berat total pesawat (pesawat dan muatan). Ini dapat dicapai bila laju pesawat cukup tinggi. Itu sebabnya mengapa saat take off pesawat harus memiliki laju yang cukup dulu sebelum meninggalkan landasan. Laju minimum yang diperlukan

pesawat saat take off bergantung pada berat pesawat. Pesawat besar memerlukan laju yang lebih besar. Laju ini dicapai dengan menempuh jarak tertentu pada landasan. Oleh karena itu pesawat besar memerlukan landas pacu yang lebih panjang.

Parfum Spray

Banyak parfum menggunakan cara spray untuk menyembrotkan cairan dalam botol ke tubuh. Prinsip yang dilakukan adalah menghasilkan laju udara yang besar di ujung atas selang botol parfum. Ujung bawah selang masuk ke dalam cairan parfum. Tekanan udara di permukaan cairan parfum dalam botol sama dengan tekanan atmosfer. Akibat laju udara yang tinggi di ujung atas selang maka tekanan udara di ujung atas selang menurun. Akibatnya, cairan parfum terdesak ke atas sepanjang selang. Dan ketika mencapai ujung atas selang, cairan tersebut dibawa oleh semburan udara sehingga keluar dalam bentuk semburan droplet parfum.

Prinsip serupa kita jumpai pada pengecatan airbrush. Udara yang dihasilkan oleh kompresor dialirkan di ujung atas selang penampung cat sehingga keluar semburan droplet cat ke arah permukaan benda yang akan dilukis.



Gambar 11.12 Prinsip kerja spray

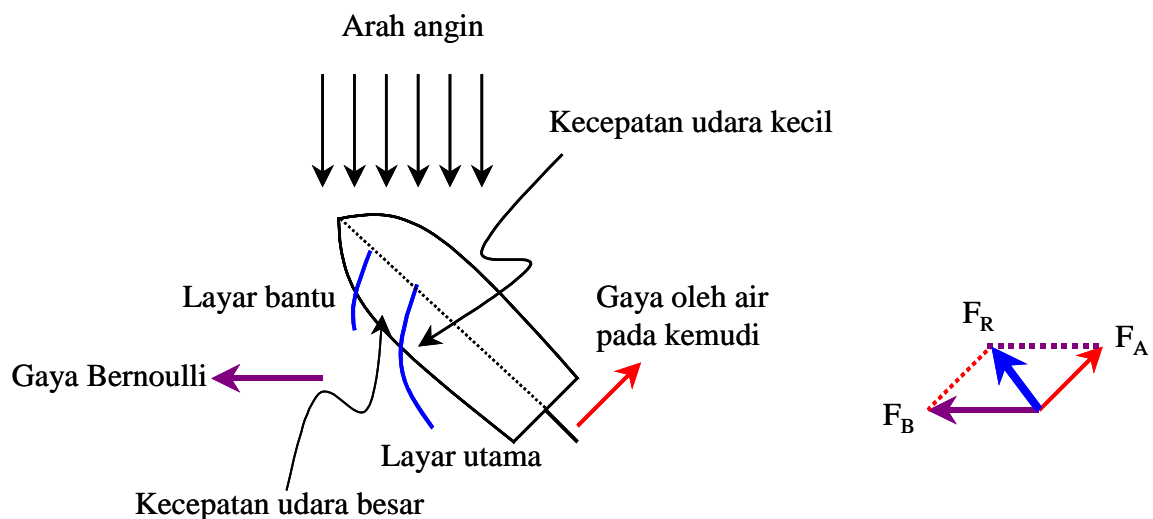
Berlayar Melawan Angin

Perahu layar biasanya bergerak searah angin karena dorongan angin pada layar. Tetapi dengan memanfaatkan hukum Bernoulli orang bisa merancang layar perahu sehingga dapat bergerak dalam arah berlawanan dengan arah angin. Perahu semacam ini perlu dua buah layar yang bisa diatur-atur orientasinya.

Jika kalian lihat lomba layar internasional, tampak bahwa semua perahu memiliki dua layar. Ini dimaksudkan agar perahu tetap dapat bergerak ke arah yang diinginkan, dari manapun arah angin bertiup, sekalipun dari arah depan. Bagaimana menjelaskannya?



Gambar 12.13 Perahu layar sedang bergerak melawan angin.



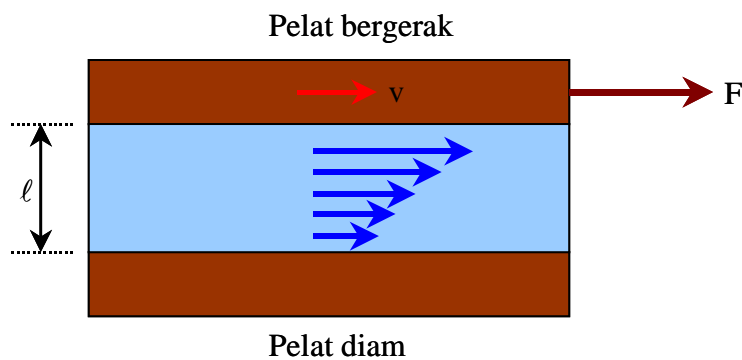
Gambar 11.14 Diagram gaya pada perahu.

Untuk menghasilkan gerak berlawanan arah angin, kedua layar diatur sedemikian rupa sehingga angin yang masuk ruang andar dua layar memiliki kecepatan lebih besar. Lengkungan layar mirip dengan lengkungan sisi atas sayap pesawat terbang sehingga kecepatan angin pada sisi lengkungan layar (di depan layar) lebih besar daripada kecepatan angin di belakang layar. Gaya Bernoulli (akibat perbedaan tekanan) mendorong perahu dalam arah tegak lurus arah angin. Namun, pada saat bersamaan, air laut menarik sirip perahu dalam arah yang hampir tegak lurus dengan sumbu perahu.

Jadi ada dua gaya sekaligus yang bekerja pada perahu, yaitu gaya Bernouli yang bekerja pada layar dan gaya oleh air pada sirip perahu. Diagram kedua gaya tersebut tampak pada Gbr 11.14. Resultan ke dua gaya tersebut memiliki arah yang hampir berlawanan dengan arah angin. Dengan demikian, perahu bergerak dalam arah hampir berlawanan dengan arah datang angin.

11.8 Viskositas

Viskositas adalah besaran yang mengukur kekentalan fluida. Hingga saat ini, kita anggap fluida tidak kental. Persamaan Bernolli yang telah kita bahas berlaku untuk fluida yang tidak kental. Namun, sebenarnya, semua fluida memiliki kekentalan, termasuk gas. Untuk memperagakan adanya kekentalan fluida, lihat Gambar 11.15. Fluida diletakkan di antara dua pelat sejajar. Satu pelat digerakkan dengan kecepatan konstan v arah sejajar ke dua pelat. Permukaan fluida yang bersentuhan dengan pelat yang diap tetap diam sedangkan yang bersentuhan dengan pelat yang bergerak ikut bergerak dengan kecepatan v juga. Akibatnya terbentuk gradien kecepatan. Lapisan fluida yang lebih dekat dengan pelat bergerak memiliki kecepatan yang lebih besar. Untuk mempertahankan kecepatan tersebut, diperlukan adanya gaya F yang memenuhi



Gambar 11.15 Menentukan kekentalan fluida.

$$F = \eta A \frac{v}{\ell} \quad (11.21)$$

dengan A luas penampang pelat, ℓ jarak pisah dua pelat, F gaya yang diperlukan untuk mempertahankan pelat tetap bergerak relatif dengan kecepatan v , dan η : konstanta yang disebut koefisien viskositas fluida. Satuan viskositas adalah N s/m^2 . Jika dinyatakan dalam satuan CGS, satuan viskositas adalah dyne s/cm^2 . Satuan ini disebut juga **poise** (P). Umumnya koefisien viskositas dinyatakan dalam cP (centipoises = 0,001 P). Tabel

11.1 adalah koefisien viskositas beberapa jenis fluida

Tabel 11.1 Koefisien viskositas beberapa jenis fluida

Fluida	Suhu, °C	Koefisien viskositas, η , Poise
Air	0	1,8
	20	1,0
	100	0,3
Etanol	20	1,2
Oli mesin (SAE 19)	30	200
Gliserin	20	830
Udara	20	0,018
Hidrogen	0	0,009
Uap air	100	0,013

11.9 Persamaan Poiseuille

Salah satu cara menentukan koefisien viskositas fluida dirumuskan oleh J. L. Poiseuille (1799-1869). Satuan poise untuk koefisien viskositas diambil dari namanya. Kita dapat menentukan koefisien viskositas fluida dengan mengalirkan fluida tersebut ke dalam pipa dengan luas penampang tertentu. Agar fluida dapat mengalir maka antara dua ujung pipa harus ada perbedaan tekanan. Debit fluida yang mengalir melalui pipa memenuhi persamaan Poiseuille

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8\eta L} \quad (11.22)$$

dengan Q debit aliran fluida, r jari-jari penampang pipa, L panjang pipa, ΔP beda tekanan antara dua ujung pipa, η koefisien viskositas.

Untuk mengalirkan minyak dari satu tempat ke tempat lain melalui pipa-pipa diperlukan pompa yang cukup kuat sehingga terjadi perbedaan tekanan antara dua ujung pipa. Gerakan jantung menyebabkan perbedaan tekanan antara ujung pembuluh darah sehingga darah bisa mengalir. Pompa yang dipasang pada sumber lumpur lapindo sering gagal bekerja karena viskositas lumpur yang sangat besar. Berdasarkan persamaan (11.22) debit aliran berbanding terbalik dengan viskositas. Viskositas lumpur yang sangat besar menyebabkan debit aliran yang sangat kecil meskipun perbedaan tekanan yang dihasilkan pompa cukup besar.

Contoh 11.6

Oli mesin SAE 10 mengalir melalui pipa kecil dengan diameter penampang 1,8 mm. Panjang pipa adalah 5,5 cm. Berapakah beda tekanan antara dua ujung pipa agar oli mengalir dengan debit 5,6 mL/menit?

Jawab

Jari-jari penampang pipa $r = 1,8/2 = 0,9 \text{ mm} = 9 \times 10^{-4} \text{ m}$. Panjang pipa $L = 5,5 \text{ cm} = 5,5 \times 10^{-2} \text{ m}$. Debit aliran $Q = 5,6 \text{ mL/menit} = 5,6 \times 10^{-6} \text{ m}^3/60 \text{ s} = 9,3 \times 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}$. Berdasarkan Tabel 11.1, $\eta = 200 \text{ P} = 200 \times 10^{-3} \text{ Pa.s} = 0,2 \text{ Pa.s}$. Dengan menggunakan persamaan Poiseuille diperoleh

$$\Delta P = \frac{8\eta L Q}{\pi r^4} = \frac{8 \times 0,2 \times (5,5 \times 10^{-2}) \times (9,3 \times 10^{-8})}{3,14 \times (9 \times 10^{-4})^4} = 3973 \text{ Pa}$$

11.10 Hukum Stokes

Hukum Stokes bisa pula digunakan untuk menentukan koefisien viskositas fluida. Benda yang bergerak dalam fluida mendapat gaya gesekan yang arahnya berlawanan dengan arah gerak benda. Besarnya gaya gesekan bergantung pada kecepatan relatif benda terhadap fluida serta bentuk benda. Untuk benda yang berbentuk bola, besarnya gaya gesekan memenuhi hukum Stokes

$$F = 6\pi\eta r v \quad (11.23)$$

dengan F gaya gesekan pada benda oleh fluida, r jari-jari bola, v laju bola relatif terhadap fluida, dan η koefisien viskositas.

Jika benda berbentuk bola dijatuhkan dalam fluida maka mula-mula benda bergerak turun dengan kecepatan yang makin besar akibat adanya percepatan gravitasi. Pada suatu saat kecepatan benda tidak berubah lagi. Kecepatan ini dinamakan **kecepatan terminal**. Gaya yang bekerja pada benda selama bergerak jatuh adalah gaya berat ke bawah, gaya angkat Archimedes ke atas, dan gaya Stokes yang melawan arah gerak (ke atas juga). Saat tercapat kecepatan terminal, ketiga gaya tersebut seimbang.

Besarnya gaya berat benda

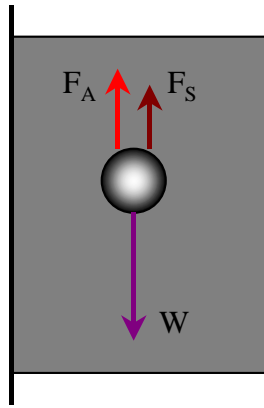
$$W = mg = \rho_b Vg = \rho_b \left(\frac{4\pi}{3} r^3 \right) g$$

Besarnya gaya angkat Archimeder

$$F_A = \rho_f Vg = \rho_f \left(\frac{4\pi}{3} r^3 \right) g$$

Besarnya gaya stokes

$$F_s = 6\pi\eta rv$$



Gambar 11.16 Gaya yang bekerja pada bola yang jatuh ke dalam fluida.

Ketika benda mencapai kecepatan terminal, ke tiga gaya tersebut memenuhi

$$W = F_A + F_s$$

$$\rho_b \left(\frac{4\pi}{3} r^3 \right) g = \rho_f \left(\frac{4\pi}{3} r^3 \right) g + 6\pi\eta rv$$

$$\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_b - \rho_f) = 6\pi\eta rv$$

atau

$$\rho_b - \rho_f = \frac{9}{2} \frac{\eta v}{r^2} \quad (11.24)$$

11.11 Transisi dari Aliran Laminer ke Turbulen

Fluida yang mengalir melalui benda atau mengalir dalam pipa bersifat laminar jika laju fluida cukup kecil. Jika laju fluida diperbesar maka suatu saat aliran fluida menjadi turbulen. Adakah kriteria untuk menentukan apakah aliran fluida bersifat laminar atau turbulen? Jawabannya ada. Kriteria tersebut diberikan oleh **bilangan Reynolds**. Bilangan Reynolds didefinisikan sebagai

$$R = \frac{\rho v D}{\eta} \quad (11.25)$$

dengan R bilangan Reynolds (tidak berdimensi), ρ massa jenis fluida, v laju aliran fluida, η koefisien viskositas, dan D dimensi benda yang dilalui fluida atau diameter penampang pipa yang dialiri fluida. Jika R kurang dari 2000 maka aliran fluida adalah laminar. Tetapi jika R lebih besar dari 5000 maka aliran fluida adalah turbulen.

Contoh 11.7

Air yang bersuhu 20 °C mengalir dengan laju 1,5 m/s melalui pipa yang memiliki diameter penampang 6 mm. Hitungan bilangan Reynolds, dan apakah aliran bersifat laminar atau turbulen?

Jawab

Berdasarkan Tabel 11.1 koefisien viskositas air pada suhu 20 °C adalah $\eta = 1,0 \times 10^{-3}$ Pa.s. Bilangan Reynolds adalah

$$R = \frac{\rho v D}{\eta} = \frac{10^3 \times 1,5 \times (6 \times 10^{-3})}{1,0 \times 10^{-3}} = 9000$$

Karena R lebih besar dari 5000 maka aliran air bersifat turbulen

11.12 Gesekan Udara

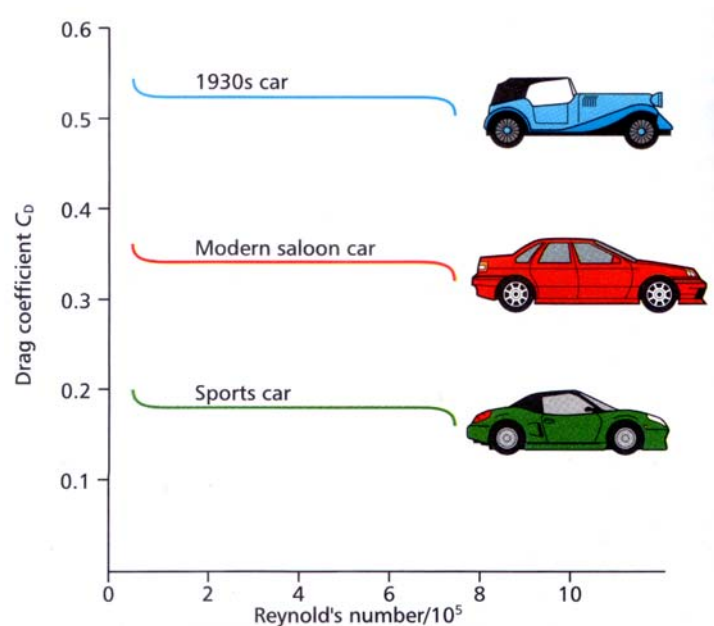
Fenomena gesekan udara pada benda yang bergerak memegang peranan penting dalam perancangan alat-alat transportasi. Adanya gesekan udara menimbulkan pemborosan penggunaan bahan bakar karena sebagian gaya yang dihasilkan oleh mesin kendaraan atau pesawat digunakan untuk melawan gesekan udara. Pabrik yang ingin merancang mobil berkecepatan tinggi, seperti mobil balap harus memperhitungkan benar gesekan udara. Struktur mobil balap dirancang sedemikian

rupa sehingga gesekan udara yang dihasilkan sekecil mungkin.

Besarnya gesekan udara pada benda yang bergerak memenuhi persamaan

$$F = C_D \times \frac{1}{2} \rho A_p v^2 \quad (11.26)$$

dengan C_D koefisien gesekan, ρ massa jenis udara, v laju relatif benda terhadap udara, dan A_p proyeksi luas benda terhadap arah aliran udara. Koefisien gesekan tergantung pada bentuk permukaan benda. Mobil balap memiliki koefisien gesekan kecil dibandingkan dengan mobil biasa. Gbr 11.17 adalah ilustrasi koefisien gesekan pada berbagai jenis kendaraan.



Gambar 11.17 Koefisien gesekan udara pada berbagai jenis kendaraan

Parasut yang digunakan penerjun payung dimaksudkan untuk menghasilkan gesekan udara sehingga kecepatan turun penerjun tidak terlalu besar yang memungkinkan pendaratan dengan selamat. Saat pesawat ulang-alik mendarat kembali di bumi, sering kali parasut dilepas dari bagian ekornya untuk menghasilkan gesekan udara sehingga pesawat dapat berhenti dengan segera. Para pembalap sepeda menggunakan helm khusus yang dapat mengurangi gesekan udara sehingga pembalap tidak cepat lelah meskipun memacu sepeda dengan kecepatan tinggi.

Gesekan udara juga berpengaruh pada stabilitas benda yang bergerak, khususnya jika kecepatan benda sangat tinggi. Alat transportasi seperti pesawat terbang dan kereta api berkecepatan tinggi harus dirancang khusus sehingga gesekan udara ditekan sekecil mungkin dan kestabilannya terjaga akibat adanya gaya yang dihasilkan oleh udara. Gbr 11.18 adalah bentuk depan salah satu kereta api supercepat di Jepang “shinkansen” yang memungkinkan kereta api tersebut tetap stabil meskipun bergerak dengan kecepatan di atas 300 km/jam.



Gambar 11.18 Rancangan bagian depan kereta supercepat Shinkansen untuk mengurangi gaya gesekan dan meningkatkan kestabilan gerak.

Soal dan Penyelesaian

1) Sebuah menara air yang memiliki penampang cukup besar menampung air yang ketinggian permukaannya 15 meter di atas posisi keran-keran di rumah. Sebuah keran yang memiliki garis tengah 1 cm dibuka selama empat menit. Berapa laju aliran air keluar dari keran? Berapa massa air yang tertampung selama selang waktu tersebut?

Jawab

Dengan menggunakan asas Toricelli, laju aliran keluar air di keran adalah

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 15} = \sqrt{300} = 17,3 \text{ m/s}$$

Luas penampang keran adalah

$$A = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4} = 3,14 \times \frac{(0,01)^2}{4} = 7,85 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

Debit air yang keluar dari keran

$$Q = vA = 17,3 \times 7,85 \times 10^{-5} = 1,4 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

Volume air yang keluar selama $\Delta t = 4$ menit $= 4 \times 60 = 240$ s adalah

$$\Delta V = Q\Delta t = 1,4 \times 10^{-3} \times 240 = 0,336 \text{ m}^3$$

2) Sebuah bak air yang memiliki penampang sangat besar di tempatkan di atas bidang datar. Ketinggian permukaan air dalam bak dari bidang adalah 1,5 m. (a) Jika pada ketinggian 1 m dari bidang dibuat lubang yang garis tengahnya 1 cm, berapa jauh dari pinggir bak (arah horizontal) air jatuh di lantai? (b) Pada ketinggian berapa dari lantai agar air jatuh pada jarak terjauh dari bak?

Jawab

(a) Dengan asas Toricelli, laju keluar air dari lubang (arah horizontal) adalah

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 0,5} = \sqrt{10} = 3,2 \text{ m/s}$$

Saat keluar dari lubang, air tidak memiliki komponen kecepatan arah vertical. Maka, waktu yang diperlukan air mencapai lantai memenuhi $y = (1/2)gt^2$ atau

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 1}{10}} = \sqrt{0,2} = 0,45 \text{ s}$$

Dengan demikian, jarak jatuh air dari dasar bak adalah

$$x = vt = 3,2 \times 0,45 = 1,44 \text{ m}$$

(b) Menentukan ketinggian lubang agar air mencapai jarak terjauh.

Misalkan tinggi lubang dari lantai adalah y . Dengan asas Toricelli, maka laju keluar air dari lubang adalah

$$v = \sqrt{2g(1,5 - y)}$$

Waktu yang diperlukan air mencapai lantai adalah

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

Dengan demikian, jarak jatuh air dari dasar bak adalah

$$x = vt = \sqrt{2g(1,5 - y)} \times \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{4(1,5 - y)y} = \sqrt{6y - 4y^2}$$

Jarak terbesar dicapai pada harga y yang memenuhi

$$\frac{dx}{dy} = 0$$

atau

$$\frac{1}{2} \frac{6-8y}{\sqrt{6y-4y^2}} = 0$$

yang terpenuhi oleh $6-8y=0$, atau $y=6/8=0,75$ m. Jarak jatuh air dari dasar bak menjadi

$$x = \sqrt{6y-4y^2} = \sqrt{6 \times 0,75 - 4 \times 0,75^2} = \sqrt{2,25} = 1,5 \text{ m}$$

3) Perbedaan tekanan pada penampang besar dan kecil suatu pipa yang dialiri air adalah 10^3 Pa. Jika pipa ditempatkan dalam posisi horisontal dan laju fluida pada penampang besar adalah 1 m/s, berapakah laju fluida pada penampang kecil?

Jawab

$$P_1 - P_2 = 10^3 \text{ Pa}$$

Karena pipa berada dalam posisi horisontal maka $h_1 = h_2$. Dengan menggunakan persamaan Bernoulli

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

kita peroleh

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 = P_1 - P_2 + \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

atau

$$v_2^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho} + v_1^2 = \frac{2 \times 10^3}{10^3} + 1^2 = 3$$

atau

$$v_2 = \sqrt{3} \text{ m/s}$$

4) Jari-jari pembuluh darah aorta sekitar 1 cm. Arah mengalir melalui aorta dengan laju 30 cm/s. Aorta dihubungkan oleh pembuluh kapiler yang memiliki jari-jari 4×10^{-4} cm. Darah mengalir melalui kapiler dengan laju 5×10^{-2} cm/s. Perkirakan jumlah pembuluh kapiler dalam tubuh.

Jawab

Luas penampang Aorta

$$A_1 = \pi r_1^2 = 3,14 \times 1^2 = 3,14 \text{ cm}^2$$

Debit aliran darah di Aorta

$$Q_1 = A_1 v_1 = 3,14 \times 30 = 94,2 \text{ cm}^3/\text{s}$$

Luas penampang satu pembuluh kapiler

$$A_2 = \pi r_2^2 = 3,14 \times (4 \times 10^{-4})^2 = 5 \times 10^{-7} \text{ cm}^2.$$

Debit aliran darah pada satu pembuluh kapiler

$$Q_2 = A_2 v_2 = 5 \times 10^{-7} \times 5 \times 10^{-2} = 2,5 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{s}.$$

Karena debit aliran darah di aorta harus sama dengan total debit aliran darah pada semua pembuluh kapiler, maka jumlah pembuluh kapiler adalah

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{94,2}{2,5 \times 10^{-8}} = 3,8 \times 10^9 \text{ buah}.$$

5) Air dialirkan pada sistem pemanas air di rumah. Jika air dipompa dengan laju 0,5 m/s melalui pipa berdiameter 4 cm di lantai dasar rumah dengan tekanan 3 atm, berapa laju dan tekanan air pada pipa berdiameter 2,6 cm di lantai 2 rumah yang tingginya dari lantai dasar adalah 5 m?

Jawab

Jari-jari penampang pipa di dasar dan di lantai 2 adalah $r_1 = 4/2 = 2 \text{ cm}$ dan $r_2 = 2,6/2 = 1,3 \text{ cm}$. Tekanan air di dasar: $P_1 = 3 \text{ atm} = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$. Laju air di lantai 2 dihitung dengan persamaan kontinuitas

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} v_1 = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 v_1 = \left(\frac{2}{1,3} \right)^2 \times 0,5 = 1,2 \text{ m/s}$$

Tekanan air pada lantai 2 dihitung dengan persamaan Bernoulli

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

atau

$$\begin{aligned}
P_2 &= P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 - \rho g (h_2 - h_1) - \frac{1}{2} \rho v_2^2 \\
&= 3 \times 10^5 + \frac{1}{2} \times 10^3 \times (0,5)^2 - 10^3 \times 10 \times 5 - \frac{1}{2} \times 10^3 \times (1,2)^2 \\
&= 2,5 \times 10^5 \text{ Pa} = 2,5 \text{ atm.}
\end{aligned}$$

6) Air keluar dari keran yang berdiameter 1,5 cm dengan laju 2,8 m/s. Berapa lama waktu yang diperlukan untuk mengisi sebuah kolam renang yang memiliki diameter 7,2 m dan kedalamam 1,5 m?

Jawab

Jari-jari keran, $r = 1,5/2 = 0,75 \text{ cm} = 7,5 \times 10^{-3} \text{ m}$.

Debit air yang keluar dari keran

$$Q = Av = \pi r^2 v = 3,14 \times (7,5 \times 10^{-3})^2 \times 2,8 = 4,9 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

Jari-jari kolam renang: $R = 7,2/2 = 3,6 \text{ m}$. Kedalaman kolam renang: $h = 1,5 \text{ m}$. Volum kolam renang yang harus diisi

$$V = \pi R^2 h = 3,14 \times 3,6^2 \times 1,5 = 61 \text{ m}^3.$$

Waktu yang diperlukan untuk mengisi kolam renang adalah

$$t = \frac{V}{Q} = \frac{61}{4,9 \times 10^{-4}} = 1,2 \times 10^5 \text{ s} = 1,2 \times 105/86\,400 \text{ hari} = 1,4 \text{ hari.}$$

7) Jika angin bertiup dengan laju 30 m/s di atas atap rumah, berapakah gaya pada atap yang luasnya 240 m²?

Jawab

Perbedaan tekanan udara pada sisi dalam dan sisi luar atap dihitung dengan persamaan Bernoulli

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

atau

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_2 - \rho g h_1$$

Massa jenis udara adalah 1,29 kg/m³. Di sebelah dalam atap (dalam rumah), udara diam, atau $v_1 = 0$. Ketinggian sisi dalam dan sisi luar atap dapat dianggap sama, sehingga $h_1 =$

h_2 . Dengan demikian

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 = \frac{1}{2} \times 1,29 \times 30^2 = 580,5 \text{ Pa}$$

Gaya ke atas yang dialami atap akibat perbedaan laju udara adalah

$$F = (P_1 - P_2)A = 580,5 \times 240 = 1,3 \times 10^5 \text{ N}$$

8) Berapa beda tekanan antara dua ujung pipa yang panjangnya 1,9 km dan diameter 29 cm jika digunakan untuk mengalir minyak ($\rho = 950 \text{ kg/m}^3$, $\eta = 0,2 \text{ Pa.s}$) dengan debit $450 \text{ cm}^3/\text{s}$?

Jawab

Dengan menggunakan persamaan Poiseuille, maka

$$P_1 - P_2 = \frac{8\eta L Q}{\pi r^4} = \frac{8 \times 0,2 \times (1,9 \times 10^3) \times (4,5 \times 10^{-4})}{3,14 \times (0,145)^4} = 986 \text{ Pa.}$$

9) Sebuah bola kaca yang memiliki jari-jari 0,5 cm dilepas dalam tabung yang bersisi minyak. Massa jenis besi adalah 2500 kg/m^3 dan massa jenis minyak adalah 1100 kg/m^3 . Jika koefisien viskositas minyak adalah $0,2 \text{ Pa.s}$, tentukan kecepatan terminal bola besi?

Jawab

Dengan menggunakan persamaan (11.24) maka

$$v = \frac{2r^2}{9\eta} (\rho_b - \rho_f) = \frac{2 \times (5 \times 10^{-3})^2}{9 \times 0,2} \times (2500 - 1100) = 0,04 \text{ m/s} = 4 \text{ cm/s.}$$

10) Sebuah mobil balap memiliki luas penampang efektif $1,5 \text{ m}^2$. Mobil tersebut bergerak dengan laju 200 m/s . Jika koefisien gesekan mobil dengan udara adalah $0,2$, tentukan gaya gesekan yang dilakukan udara pada mobil tersebut.

Jawab

Untuk menentukan gaya gesekan udara pada mobil, kita gunakan persamaan (24)

$$F = C_D \times \frac{1}{2} \rho A_p v^2 = 0,2 \times \frac{1}{2} \times 1,29 \times 1,5 \times (55,5)^2 = 596 \text{ N}$$

Soal Latihan

- 1) Sebuah pipa air dengan diameter dalam 20 mm memancarkan air sebanyak 30 kg selama 1 menit. Hitunglah laju air keluar dari pipa tersebut.
- 2) Sebuah tabung pitot dipasang pada sebuah boat untuk mengukur laju boat tersebut. Jika massa air laut 1050 kg/m^3 dan perbedaan tekanan yang ditunjukkan oleh alat ukur tekanan adalah 52,5 kPa, berapakah laju boat tersebut?
- 3) Minyak mengalir secara perlahan-lahan melalui pipa yang memiliki penampang konstan. Panjang pipa adalah 2 meter dan diameternya 1,0 cm. Jika debit aliran minyak adalah $8,5 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$, hitunglah beda tekanan antara dua ujung pipa. Anggap massa jenis minyak 900 kg/m^3 dan koefisien viskositasnya $0,01 \text{ N s m}^{-2}$.
- 4) Sebuah bola baja yang memiliki diameter 8,0 mm diukur waktu jatuhnya dalam minyak yang ditempatkan dalam tabung. Diamatai bahwa, bola tersebut memerlukan waktu 0,56 s untuk jatuh sejauh 0,2 m. Jika massa jenis baja 7800 kg/m^3 dan massa jenis minyak 900 kg/m^3 , hitunglah: (a) berat bola, (b) total gaya ke atas yang dialami bola (gaya Stokes dan Arcimedes), dan (c) koefisien viskositas minyak.
- 5) Hitunglah laju terminal dari bola yang terbuat dari (a) timbal dan (b) butiran es, masing-masing memiliki jari-jari 2 mm ketika dijatuhkan di udara. Diketahui massa jenis timbal $1,14 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$ dan massa jenis es $9,2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.
- 6) Berapakah daya yang diperlukan untuk mempertahankan laju sebuah mobil pada 31 m/s (70 mph)? Diketahui, pada laju ini gaya gesekan antara roda dengan jalan adalah 210 N, luas penampang lintang mobil adalah $1,8 \text{ m}^2$, kerapatan udara $1,3 \text{ kg/m}^3$, dan koefisien gesekan udara dengan mobil adalah 0,4. (*Petunjuk: hitung gaya gesekan total pada mobil. Untuk mempertahankan kecepatan, gaya yang dikeluarkan mobil sama dengan gaya gesekan total. Daya adalah perkalian gaya dan kecepatan*).
- 7) Daya rusak yang ditimbulkan oleh angin tornado di daerah perkotaan adalah karena penurunan tekanan secara tiba-tiba ketika tornado melintas. Besarnya penurunan tekanan bisa mencapai 10% dari tekanan atmosfer. Mengapa bisa terjadi penurunan tekanan seperti itu?
- 8) Seorang pasien diberikan transfusi darah. Darah dialirkan melalui selang infus dari suatu tabung yang berada pada ketinggian tertentu dari posisi jarum. Darah dimasukkan ke dalam pembuluh darah melalui jarum yang memiliki diameter 0,4 mm dan panjangnya 4 cm. Berapakah ketinggian tabung darah agar debit darah yang masuk dalam pembuluh darah adalah $4,0 \text{ cm}^3/\text{menit}$? Anggap bahwa tekanan darah dalam pembuluh darah lebih tinggi 10 torr daripada tekanan atmosfer, koefisien

viskositas darah $0,004 \text{ Pa.s}$, dan massa jenis darah 1050 kg/m^3 . (Petunjukan: $1 \text{ torr} = \text{tekanan hidrostatik yang dihasilkan air raksa setinggi } 1 \text{ cm}$. Hitung perbedaan tekanan antara dua ujung jarum. Lalu gunakan persamaan Pouseille).

- 9) Perkirakan tekanan di tengah-tengah hurricane katagori 5 yang bergerak dengan laju 300 km/jam .
- 10) Berapakah gaya angkat yang disebabkan oleh prinsip Bernoulli pada sebuah sayap yang luasnya 80 m^2 jika laju udara di sisi atas sayap adalah 340 m/s dan di bawah sayap 290 m/s ?
- 11) Sebuah bak yang permukaannya sangat luas memiliki dasar yang terletak pada ketinggian 2 meter di atas lantai. Tinggi permukaan air dalam bak adalah $1,5 \text{ m}$. Jika di dasar bak dibuat lubang yang bukaanannya berarah vertical, berapa lama waktu yang diperlukan air yang keluar dari lubang mencapai lantai? Berapa jauh dari dinding bak air jatuh (dalam arah horizontal)?
- 12) Venturimeter air raksa digunakan untuk mengukur laju aliran minyak dalam sebuah pipa yang berdiamater 50 cm . Pada saluran pipa tersebut, terdapat bagian pipa yang mengecil yang memiliki diameter 25 cm . Massa jenis minyak adalah 900 kg/m^3 . Jika perbedaan tinggi permukaan air raksa pada venturimeter adalah 5 cm , berapakah laju minyak pada pipa besar? Berapa pula debit minyak?

Bab 12

Teori Kinetik Gas

Sifat-sifat gas telah menarik minat peneliti sejak jaman dahulu. Hal ini mendorong mereka untuk menyelidiki sifat-sifat tersebut secara ilmiah. Kita mengenal ilmuwan-ilmuwan yang memulai kajian ilmiah sifat-sifat gas seperti Robert Boyle (1697-1691), Jacques Charles (1746-1823), dan Joseph Gay-Lussac (1778-1850). Sehingga hukum-hukum gas diberi nama sesuai dengan nama mereka sebagai penghargaan. Pada bab ini kita akan mempelajari hukum-hukum gas yang ditemukan secara empirik (eksperimen) dan teori kinetik gas yang merupakan penerapan hukum dinamika Newton pada molekul-molekul gas.

12.1 Gas Ideal

Gas yang akan kita bahas di sini adalah gas ideal. Gas ideal sebenarnya tidak ada di alam. Gas ideal merupakan penyederhanaan atau idealisasi dari gas yang sebenarnya (gas nyata) dengan membuang sifat-sifat yang tidak terlalu signifikan sehingga memudahkan analisis. Namun orang dapat menciptakan kondisi sehingga gas nyata memiliki sifat-sifat yang mendekati sifat-sifat gas ideal. Beberapa sifat gas ideal sebagai berikut.

Tidak ada interaksi antar molekul-molekul gas

Antar molekul gas tidak ada gaya tarik-menarik atau tolak-menolak meskipun jarak antar molekul sangat dekat. Interaksi yang terjadi antar molekul gas hanyalah tumbukan antar molekul yang sifatnya elastik sempurna. Artinya, setelah tumbukan tidak terjadi perubahan energi kinetik total molekul.

Sebaliknya pada gas nyata ada tarikan antar molekul-molekulnya jika jarak antar molekul sangat dekat. Gaya tarik menarik inilah yang menyebabkan gas dapat mencair. Sedangkan gas ideal tidak dapat mencair. Gas nyata mendekati sifat gas ideal jika jarak rata-rata antar molekul sangat jauh sehingga gaya tarik antar molekul dapat dianggap nol. Jarak antar molekul yang besar dapat dicapai dengan memperkecil tekanan gas dan memperbesar suhunya (jauh di atas titik didih).

Molekul-molekul gas dapat dipandang sebagai partikel-partikel yang ukurannya dapat diabaikan (dapat dianggap nol).

Dengan anggapan ini ruang yang ditempati gas ideal dapat dianggap semuanya ruang kosong karena volume total semua partikel gas dapat dianggap nol. Kondisi ini

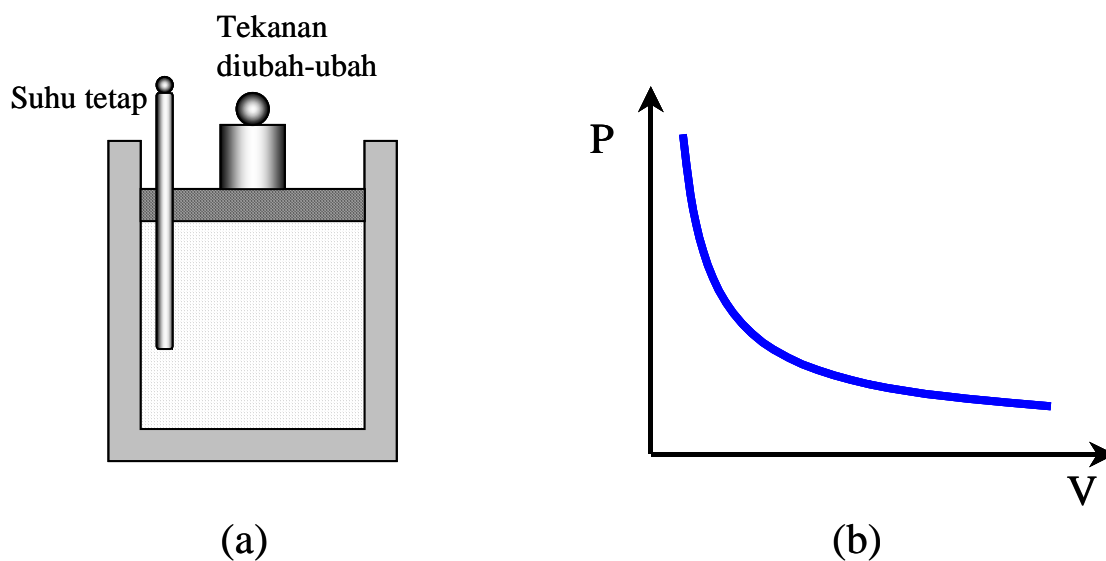
juga dapat didekati oleh gas nyata pada tekanan rendah dan suhu tinggi di mana jarak rata-rata antar molekul jauh lebih besar daripada diameter molekul gas.

Dalam satu wadah partikel gas bergerak secara acak ke segala arah. Tumbukan antar molekul gas maupun tumbukan antar molekul gas dengan dinding wadah bersifat elastik sempurna sehingga energi kinetik total molekul-molekul gas selalu tetap.

12.2 Hukum Boyle

Robert Boyle mengukur sifat-sifat gas dalam keadaan yang mendekati keadaan gas ideal. Boyle mencapai kesimpulan bahwa

Pada suhu tetap maka volume gas berbanding terbalik dengan tekanannya



Gambar 12.1 (a) Skema percobaan Boyle. (b) Hubungan antara volum dan tekanan gas pada suhu konsntan. Tekanan gas berbanding terbalik dengan volum.

Pernyataan di atas dapat ditulis $V \propto 1/P$, dengan V volum dan P tekanan. Hubungan ini dapat dutilis sebagai $V = C_1 / P$, atau

$$PV = C_1 \quad (12.1)$$

dengan C_1 adalah konstanta. Persamaan (12.1) dikenal dengan hukum Boyle. Jika

digambarkan pada diagram P dan V (V adalah sumbu datar dan P adalah sumbu vertikal) maka jika tekanan atau volum gas diubah-ubah pada suhu tetap, maka nilai tekanan dan volum pada berbagai keadaan berada pada kurva di Gbr. 12.1.

Contoh 12.1

Pada tekanan 2,0 atm volum suatu gas ideal adalah 1,5 L. Berapakah volum jika tekanan gas menjadi setengah pada suhu yang sama?

Jawab

Karena suhu sebelum dan sesudah sama, maka kita pakai hukum Boyle untuk menentukan V_2 , yaitu

$$V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2} = \frac{2,0 \times 1,5}{1,0} = 3 \text{ L}$$

12.3 Hukum Gay-Lussac

Gay-Lussac mengamati perubahan tekanan gas jika suhunya diubah-ubah dengan mempertahankan volume gas agar tetap. Gay-Lussac mendapatkan kesimpulan

Pada volume tetap, tekanan gas berbanding lurus dengan suhunya

Pernyataan di atas dapat ditulis $P \propto T$, dengan T adalah suhu. Hubungan ini dapat ditulis sebagai $P = C_2 T$, atau

$$\frac{P}{T} = C_2 \tag{12.2}$$

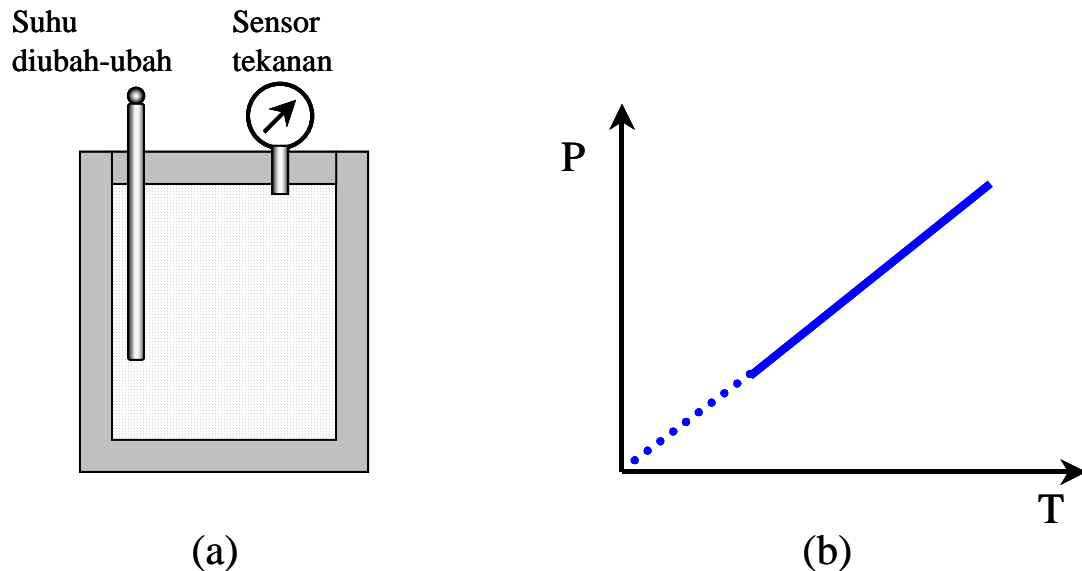
dengan C_2 adalah konstanta. Persamaan (12.2) dikenal dengan hukum Gay-Lussac.

Jika digambarkan pada diagram P dan T (T adalah sumbu datar dan P adalah sumbu vertikal) maka jika suhu atau tekanan gas diubah-ubah pada volum tetap, maka nilai tekanan dan suhu pada berbagai keadaan berada pada garis lurus seperti pada Gbr. 12.2.

Contoh 12.2

Ban mobil yang baru diisi menunjukkan tekanan 301 kPa dan suhu 10 °C. Setelah menempuh perjalanan 100 km, suhu ban meningkat menjadi 40 °C. Berapa

tekanan udara dalam ban setelah perjalanan tersebut?



Gambar 12.2 (a) Skema percobaan Gay-Lussac. (b) Hubungan antara suhu dan tekanan gas pada volum konstan. Tekanan berbanding lurus dengan suhu sebagaimana diungkapkan oleh hukum Gay-Lussac.

Jawab

Karena volum udara dalam ban dapat dianggap konstan maka kita dapat menggunakan hukum Gay-Lussac. Diberikan dalam soal $P_1 = 301 \text{ kPa} = 3,01 \times 10^5 \text{ Pa}$, $T_1 = 20^\circ\text{C} = 20 + 273 = 293 \text{ K}$, dan $T_2 = 40^\circ\text{C} = 40 + 273 = 313 \text{ K}$. Berdasarkan hukum Gay-Lussac diperoleh

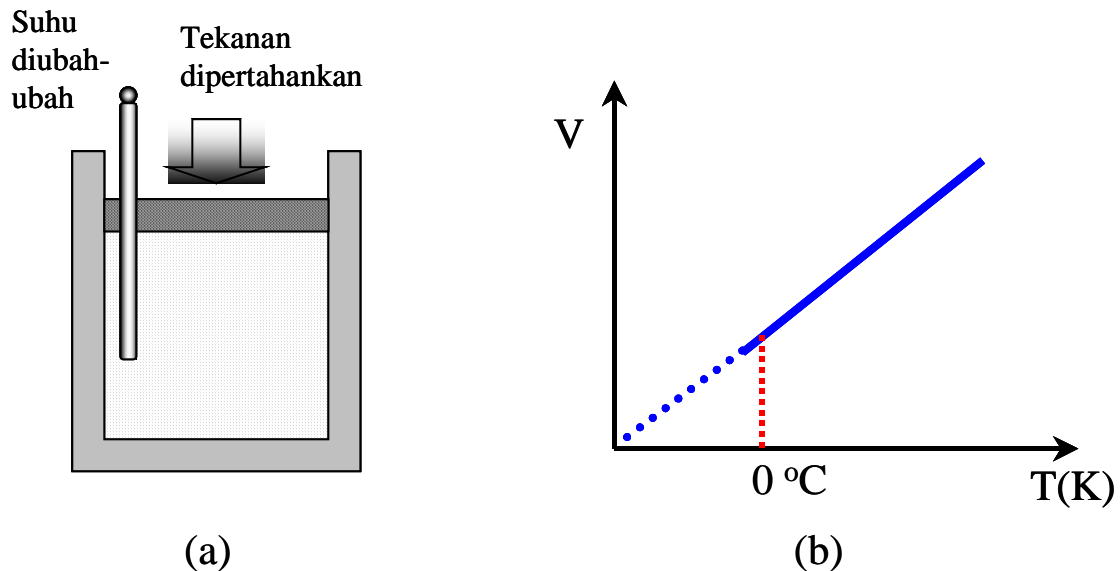
$$P_2 = \frac{T_2}{T_1} P_1 = \frac{313}{293} \times (3,01 \times 10^5) = 3,33 \times 10^5 \text{ Pa} = 333 \text{ kPa}$$

12.4 Hukum Charles

Charles mengamati sifat gas yang mendekati sifat gas ideal pada tekanan tetap. Ia mengamati perubahan volum gas pada berbagai suhu. Charles sampai pada kesimpulan bahwa

Jika tekanan gas dipertahankan konstant maka volum gas berbanding terbalik

dengan suhunya



Gambar 12.3 (a) Skema percobaan Charles. (b) Hubungan antara suhu dan volum gas pada tekanan konstan. Volum berbanding lurus dengan suhu sebagaimana diungkapkan oleh hukum Charles.

Pernyataan di atas dapat ditulis $V \propto T$. Hubungan ini dapat ditulis sebagai $V = C_3 T$, atau

$$\frac{P}{T} = C_3 \quad (12.3)$$

dengan C_3 adalah konstanta. Persamaan (12.3) dikenal dengan hukum Charles.

Jika digambarkan pada diagram V dan T (T adalah sumbu datar dan V adalah sumbu vertikal) maka jika suhu atau volum gas diubah-ubah pada tekanan tetap, maka nilai volum dan suhu pada berbagai keadaan berada pada garis lurus seperti pada Gbr. 12.3.

12.5 Hukum Gas Umum

Persamaan (12.1) sampai (12.3) merupakan hasil pengamatan pada gas yang mendekati sifat gas ideal. Tiap persamaan menghubungkan dua besaran gas, yaitu P dan V , P dan T , dan V dan T . Adakah suatu persamaan yang menghubungkan ke tiga besaran tersebut sekaligus? Jawabannya ada. Ternyata, tiga buah hukum gas yang tertera pada

persamaan (12.1) sampai (12.3) dapat dilebur menjadi satu persamaan

$$\frac{PV}{T} = C_4 \quad (12.4)$$

dengan C_4 adalah konstanta.

- i) Pada persamaan (12.1), nilai C_1 bergantung pada suhu. Pada suhu yang berbeda, nilai C_1 juga berbeda.
- ii) Pada persamaan (12.2), nilai C_2 bergantung pada volum gas. Pada volum berbeda, nilai C_2 juga berbeda.
- iii) Pada persamaan (12.3), nilai C_3 bergantung pada tekanan gas. Pada tekanan berbeda, nilai C_3 juga berbeda.
- iv) Tetapi pada persamaan (12.4), nilai C_4 tidak bergantung pada suhu, tekanan, maupun volum gas. Pada suhu, tekanan, dan volum berapa pun, nilai C_4 selalu sama.

Oleh karena kekhasan tersebut, para ahli tertarik menentukan nilai C_4 tersebut. Dan ternyata dari hasil pengukuran diperoleh

$$C_4 = nR \quad (12.5)$$

dengan n jumlah mol gas dan R disebut konstanta gas umum yang memiliki nilai 8,315 J/(mol K). Dari persamaan (12.4) dan (12.5) diperoleh satu persamaan yang berlaku untuk semua gas ideal atau gas nyata yang mendekati sifat gas ideal, yaitu

$$\frac{PV}{T} = nR \quad (12.6)$$

Persamaan (12.6) disebut **persamaan gas umum**.

Contoh 12.3

Sebanyak 0,2 mol gas ideal berada dalam wadah yang volumenya 10 L dan tekanannya 1 atm. (a) Berapakah suhu gas tersebut? (b) Berapakah volum gas jika suhunya dijadikan setengahnya dan tekanannya dilipatduakan?

Jawab

Diberikan dalam soal $n = 0,2 \text{ mol}$, $V = 10 \text{ L} = 10 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,01 \text{ m}^3$, dan $P = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$.

(a) Dengan menggunakan persamaan (12.6)

$$T = \frac{PV}{nR} = \frac{10^5 \times 0,01}{0,2 \times 8,315} = 601 \text{ K}$$

(b) Jika suhu diturunkan menjadi setengah $T = 0,5 \times 601 = 300,5 \text{ K}$, dan tekanan digandakan $P = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$, maka volum gas menjadi

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{0,2 \times 8,315 \times 300,5}{2 \times 10^5} = 0,0025 \text{ m}^3 = 2,5 \text{ L}.$$

Contoh 12.4

Tentukan volum 1,0 mol gas ideal pada STP (“standard of temperature and pressure”).

Jawab

STP adalah keadaan dengan suhu dan tekanan yang ditetapkan sebagai standar. Yang ditetapkan sebagai suhu standar adalah $T = 273 \text{ K}$ dan yang ditetapkan sebagai tekanan standar adalah $P = 1,00 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$. Jadi, volum 1,0 mol gas ideal pada STP adalah

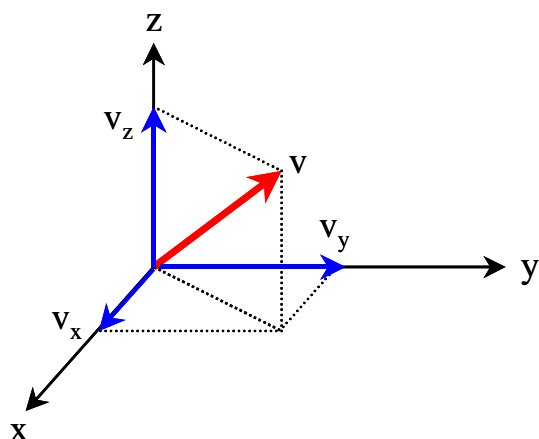
$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{1,0 \times 8,315 \times 273}{1,013 \times 10^5} = 22,4 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 22,4 \text{ L}$$

12.6 Teorema Ekipartisi Energi

Molekul-molekul gas ideal dalam suatu wadah bergerak dalam arah sembarang. Namun, arah sembarang tersebut selalu dapat diuraikan atas tiga arah yang saling tegak lurus, yaitu: sejajar sumbu x , sejajar sumbu y , dan sejajar sumbu z . Makin besar suhu gas maka makin besar kecepatan gerak molekulnya, yang berarti makin besar energi kinetiknya. Pertanyaan berikutnya adalah, adakah persamaan yang menghubungkan energi kinetik molekul gas ideal dengan suhu gas tersebut? Jawabannya diberikan oleh teorema partisi energi. Teori ini menyatakan bahwa

Energi rata-rata untuk tiap derajat kebebasan yang dimiliki molekul sama dengan $kT/2$,

dengan k adalah tetapan Boltzmann = $1,38 \times 10^{-23}$ J/K and T suhu gas (K).



Gambar 12.4 Kecepatan partikel gas selalu dapat diuraikan atas tiga komponen kecepatan yang sejajar sumbu x , sejajar sumbu y , dan sejajar sumbu z .

Apa yang dimaksud dengan energi untuk tiap derajat kebebasan di sini? Mari kita bahas. Molekul dalam ruang tiga dimensi (misalnya dalam wadah) dapat bergerak dengan bebas dalam tiga arah sembarang, yaitu arah sumbu x , arah sumbu y , dan arah sumbu z . Dalam keadaan demikian, molekul gas dikatakan memiliki tiga derajat kebebasan gerak. Energi rata-rata yang berkaitan dengan gerak molekul gas, yaitu energi kinetik gas tersebut pada suhu T menjadi

$$3 \times \frac{1}{2} kT = \frac{3}{2} kT$$

Misalkan wadah dibuat sangat tipis sehingga dapat dianggap molekul hanya mungkin bergerak secara bebas dalam dua arah saja, yaitu arah x dan arah y maka dikatakan molekul memiliki dua derajat kebebasan gerak. Dengan demikian, energi rata-rata yang berkaitan dengan gerak molekul, yaitu energi kinetiknya, adalah

$$2 \times \frac{1}{2} kT = kT$$

Terakhir, misalnya wadah berbentuk pipa dengan diameter sangat kecil sehingga molekul hanya bisa bergerak dengan bebas sepanjang pipa, maka dikatakan molekul memiliki satu derajat kebebasan gerak. Energi rata-rata yang berkaitan dengan gerak molekul, energi kinetiknya, menjadi

$$1 \times \frac{1}{2} kT = \frac{1}{2} kT$$

Contoh 12.5

Dalam suatu kotak terdapat 10^{21} molekul gas ideal. Suhu gas tersebut 27°C . Berapakah energi kinetik total rata-rata molekul-molekul gas ideal tersebut?

Jawab

Berdasarkan informasi soal suhu gas adalah $T = 27 + 273 = 300\text{ K}$ dan jumlah molekul gas, $N = 10^{21}$ molekul. Karena gas berada dalam kotak maka jumlah derajat kebebasan gerak adalah tiga. Dengan demikian, energi kinetik rata-rata satu molekul gas adalah

$$\varepsilon = 3 \times \frac{1}{2} kT = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \times 1,38 \times 10^{-23} \times 300 = 6,2 \times 10^{-21} \text{ J.}$$

Energi kinetik total rata-rata semua molekul gas adalah

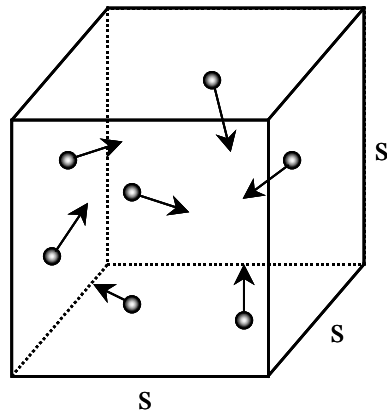
$$E = N\varepsilon = 10^{21} \times 6,2 \times 10^{-21} = 6,2 \text{ J}$$

12.7 Teori Kinetik Gas

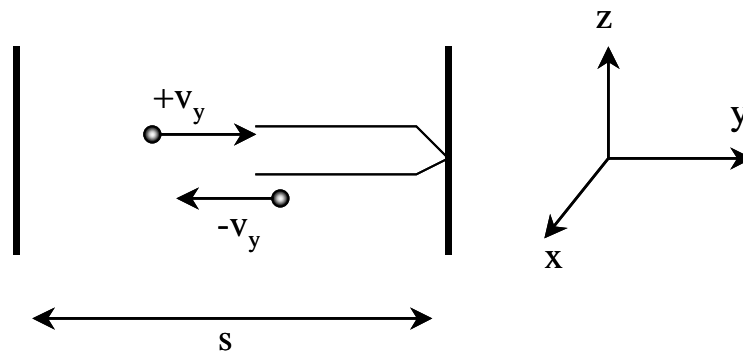
Hukum Boyle, Gay-Lussac, Charles, maupun hukum gas umum semuanya didapat dari hasil pengukuran. Pertanyaan selanjutnya adalah adakah landasan teori bagi hukum-hukum tersebut? Bisakah persamaan-persamaan gas yang diperoleh dari hasil eksperimen tersebut diturunkan secara teori? Jawabannya ternyata bisa! Dan ini yang akan kita pelajari sekarang.

Mari kita tinjau gas yang berada dalam kubus tertutup dengan panjang sisi s . Misalkan jumlah partikel gas dalam kubus tersebut N yang nilainya sangat besar. Molekul-molekul bergerak dalam arah sembarang. Selanjutnya kita tinjau molekul yang memiliki komponen kecepatan dalam arah y sebesar v_y . Molekul bergerak ke kanan dengan komponen kecepatan $+v_y$. Molekul tersebut lalu dipantulkan oleh dinding kanan

secara elastik sempurna sehingga bergerak balik dengan komponen kecepatan arah y sebesar $-v_y$. Jika massa satu molekul adalah m maka



Gambar 12. 5 Partikel-partikel gas berada dalam kubus.



Gambar 12.6 Partikel bergerak bolak balik antara dua dinding dalam arah sumbu- y .

i) Momentum satu molekul sebelum menumbuk dinding kanan adalah

$$p_1 = mv_y \quad (12.7)$$

ii) Momentum satu molekul setelah menumbuk dinding kanan adalah

$$p_2 = m(-v_y) = -mv_y \quad (12.8)$$

iii) Perubahan momentum molekul akibat tumbukan

$$\Delta p = p_2 - p_1 = -mv_y - mv_y = -2mv_y \quad (12.9)$$

Berdasarkan hukum Newton, gaya yang dilakukan dinding pada molekul adalah

$$F_{md} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-2mv_y}{\Delta t} \quad (12.10)$$

Berdasarkan hukum Newton III, gaya yang dilakukan molekul pada dinding adalah

$$F_{dm} = -F_{md} = \frac{2mv_y}{\Delta t} \quad (12.11)$$

Molekul bergerak bolak-balik antara dinding kiri dan kanan. Molekul akan kembali dipantulkan oleh dinding yang sama setelah menempuh jarak $\ell = 2s$. Dengan demikian, selang waktu terjadinya tumbukan berurutan adalah

$$\Delta t = \frac{\ell}{v_y} = \frac{2s}{v_y} \quad (12.12)$$

Dengan menggabungkan persamaan (12.11) dan (12.12) diperoleh

$$F_{dm} = \frac{2mv_y}{2s/v_y} = \frac{mv_y^2}{s} \quad (12.13)$$

Luas satu dinding adalah s^2 . Maka tekanan yang dialukan satu molekul pada dinding adalah

$$p = \frac{F_{dm}}{s^2} = \frac{mv_y^2}{s^3} = \frac{mv_y^2}{V} \quad (12.14)$$

dengan $V = s^3$ adalah volume wadah (kubus). Tekanan rata-rata yang dilakukan satu molekul pada dinding adalah

$$\langle p \rangle = \left\langle \frac{mv_y^2}{V} \right\rangle = \frac{\langle mv_y^2 \rangle}{V} \quad (12.15)$$

Karena terdapat N molekul dalam wadah maka tekanan total yang dihasilkan semua molekul pada dinding adalah

$$P = N \langle p \rangle = \frac{N \langle mv_y^2 \rangle}{V} = \frac{2N}{V} \left\langle \frac{1}{2} mv_y^2 \right\rangle = \frac{2N}{V} \langle K_y \rangle \quad (12.16)$$

Lihat, $\langle K_y \rangle$ adalah energi kinetik rata-rata dalam arah sumbu-y. Energi ini dihasilkan oleh satu derajat kebebasan gerak. Dengan demikian, berdasarkan teorema ekipartisi energi, kita dapatkan

$$\langle K_y \rangle = \frac{1}{2} kT \quad (12.17)$$

Selanjutnya substitusi (12.7) ke dalam (12.6) diperoleh

$$P = \frac{2N}{V} \times \frac{1}{2} kT = \frac{NkT}{V} \quad (12.18)$$

Jika n adalah jumlah mol gas dan N_A adalah bilangan Avogadro maka berlaku $N = n N_A$. Dengan demikian

$$P = \frac{n(N_A k)T}{V}$$

Dengan mendefinisikan $N_A k = R$ maka diperoleh persamaan yang tidak lain daripada persamaan gas umum, yaitu

$$P = \frac{nRT}{V} \quad (12.6)$$

12.8 Laju rms

Salah satu besaran penting yang dimiliki molekul gas adalah laju rms. Rms adalah ringkasan dari *root mean square* (akar rata-rata kuadrat). Kecepatan ini diperoleh dengan terlebih dahulu mengkuadratkan kecepatan, kemudian menentukan rata-ratanya, dan menarik akar dari harga rata-rata tersebut. Untuk menentukan kecepatan rms, mari kita lakukan tahap berikut ini.

Kecepatan molekul gas secara umum memenuhi

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} \quad (12.19)$$

Kuadrat dari kecepatan tersebut adalah

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \quad (12.20)$$

Energi kinetik total satu molekul gas adalah

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2 \\ &= K_x + K_y + K_z \end{aligned} \quad (12.21)$$

dengan K_x , K_y , dan K_z masing-masing energi kinetik yang berkaitan dengan komponen gerak arah x saja, arah y saja, dan arah z saja. Energi kinetik rata-rata adalah

$$\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \langle K_x \rangle + \langle K_y \rangle + \langle K_z \rangle$$

Karena K_x , K_y , dan K_z masing-masing mengandung satu derajat kebebasan gerak, maka berdasarkan teorema ekipartisi energi, harga rata-ratanya memenuhi $K_x = kT/2$, $K_y = kT/2$, dan $K_z = kT/2$. Substitusi ke dalam persamaan (12.21) diperoleh

$$\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT = \frac{3}{2}kT$$

atau

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3kT}{m} \quad (12.22)$$

Dengan demikian, laju rms adalah

$$v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (12.23)$$

Contoh 12.6

Berapakah laju rms molekul oksigen pada suhu 100 °C? Masa atomik molekul oksigen adalah 32, sedangkan 1 sma = $1,67 \times 10^{-27}$ kg.

Jawab

Massa atom oksigen $m = 32 \times 1,67 \times 10^{-27} = 5,344 \times 10^{-26}$ kg dan suhu gas $T = 100 \text{ oC} = 100 + 273 = 373 \text{ K}$. Laju rms adalah

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3 \times (1,38 \times 10^{-23}) \times 373}{5,344 \times 10^{-26}}} = \sqrt{2,9 \times 10^5} = 538 \text{ m/s}$$

12.9 Energi Dalam Gas Ideal

Dalam wadah yang bersuhu T , molekul gas selalu bergerak dengan acak ke segala arah. Jika energi yang dimiliki molekul gas hanya disumbangkan oleh gerakannya, maka energi rata-rata yang dimiliki satu molekul gas adalah

$$\langle \varepsilon \rangle = \left\langle \frac{1}{2}mv^2 \right\rangle = \left\langle \frac{1}{2}mv_x^2 \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2}mv_y^2 \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2}mv_z^2 \right\rangle \quad (12.24)$$

Dengan menggunakan teorema ekipartisi energi maka diperoleh

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT = \frac{3}{2}kT \quad (12.25)$$

Jika terdapat n mol gas, maka jumlah molekul gas adalah $N = nN_A$. Energi total semua molekul gas menjadi

$$U = N\langle \varepsilon \rangle = nN_A \left(\frac{3}{2} kT \right) = \frac{3}{2} nRT \quad (12.26)$$

di mana kita telah menggunakan hubungan $N_A k = R$. Persamaan (12.26) dikenal dengan energi dalam gas ideal.

Contoh 12.7

Pada suhu 73 °C energi dalam gas ideal adalah 500 J. Berapakah jumlah mol gas?

Jawab

Dengan menggunakan persamaan (12.26) maka

$$n = \frac{2U}{3RT} = \frac{2 \times 500}{3 \times 8,315 \times (73 + 273)} = 0,12 \text{ mol}$$

Gas monoatomik dan diatomik.

Persamaan (12.26) selalu berlaku untuk gas yang partikelnya hanya terdiri dari satu atom. Gas semacam ini disebut gas monoatomik. Contoh gas monoatomik adalah helium, neon, argon, dan krypton.

Jika satu partikel gas mengandung lebih dari satu atom, maka persamaan energi dalam akan berbeda jika suhu berbeda. Sebagai contoh, kita tinjau gas yang partikelnya tersusun oleh dua atom. Gas semacam ini disebut gas diatomik. Contoh gas diatomik adalah O₂, H₂, Cl₂, dan F₂.

i) Jika suhu gas diatomik cukup rendah, maka jarak antar atom hampir tidak mengalami perubahan. Energi yang dimiliki tiap partikel gas praktis hanya energi geraknya. Dengan demikian, ungkapan energi dalam gas diatomik pada suhu rendah sama dengan untuk gas monoatomik, yaitu

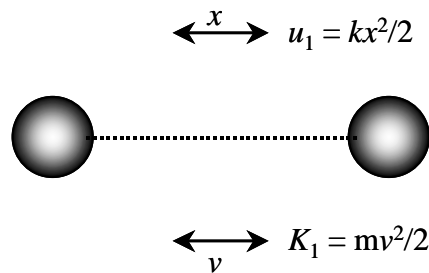
$$U = \frac{3}{2} nRT$$

ii) Jika suhu gas diatomik dinaikkan maka getaran mendekat dan menjauh atom penyusun molekul gas mulai terjadi. Atom-atom gas dikatakan bervibrasi. Vibrasi tersebut menyebabkan munculnya dua derajat kebebasan baru yaitu perubahan jarak dua atom, x , dan kecepatan relatif dua atom, v . Perubahan jarak dua atom melahirkan energi potensial $u_1 = kx^2/2$ dan kecepatan relatif dua atom melahirkan energi kinetik $K_1 = mv^2/2$.

Karena tiap energi vibrasi memiliki satu derajat kebebasan, yaitu kebebasan posisi, maka berdasarkan teorema ekipartisi energi, energi rata-ratanya memenuhi

$$\langle u_1 \rangle = \frac{1}{2} kT$$

$$\langle K_2 \rangle = \frac{1}{2} kT$$



Gambar 12.7 Vibrasi molekul diatomik

Energi tiap molekul gas diatomic pada suhu sedang menjadi

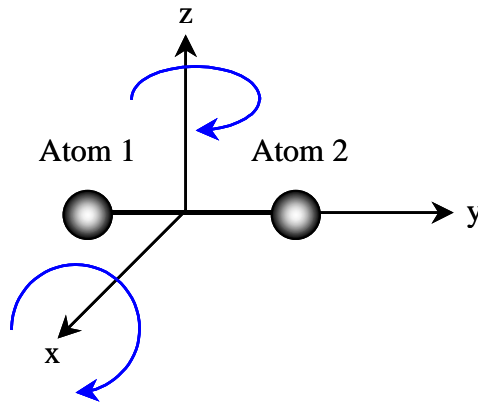
$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT + \frac{1}{2} kT + \frac{1}{2} kT = \frac{5}{2} kT$$

Jika terdapat n mol gas, maka energi dalam gas diatomik pada suhu sedang adalah

$$U = \frac{5}{2} nRT \quad (12.27)$$

iii) Jika suhu dinaikkan lagi maka muncul rotasi molekul terhadap pusat massanya. Rotasi yang terjadi memiliki dua kemungkinan arah seperti yang ditunjukkan pada Gbr 12.8. Rotasi yang dapat terjadi adalah rotasi mengelilingi sumbu x dan rotasi mengelilingi sumbu z . Tidak dapat terjadi rotasi mengelilingi sumbu y karena sumbu y sejajar dengan sumbu molekul. Tiap arah rotasi menghasilkan energi kinetik rotasi masing-masing. Dengan teorema ekipartisi energi, energi rata-rata untuk masing-masing rotasi adalah $kT/2$. Dengan demikian, energi tiap molekul gas diatomic pada suhu yang cukup tinggi menjadi

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{5}{2}kT + \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT = \frac{7}{2}kT$$



Gambar 12.8 Rotasi molekul diatomic pada suhu tinggi

Jika terdapat n mol gas, maka energi dalam gas diatomik pada suhu tinggi adalah

$$U = \frac{7}{2}nRT \quad (12.28)$$

12.10 Persamaan untuk gas nyata

Kita sudah mempelajari gas ideal dan mendapatkan persamaan umum seperti pada persamaan (12.6). Bagaimana dengan gas nyata yang dijumpai dalam kehidupan sehari-hari? Bagaimana persamaan untuk gas tersebut? Sebab, kalau kita hanya bergelut dengan gas ideal kita tidak akan dapat menjelaskan peristiwa pencairan dan pembekuan gas. Fenomena ini hanya mungkin terjadi jika ada tarikan anatar molekul-molekul gas.

Van der Waals adalah orang yang pertama membangun persamaan untuk gas nyata. Ide van der Waals adalah sebagai berikut:

- i) Walaupun ukuran molekul gas kecil, tetapi jika volume sejumlah besar molekul tersebut dijumlahkan akan diperoleh nilai volume tertentu. Oleh karena itu volume yang tertulis pada persamaan (12.6) merupakan jumlah volume ruang kosong dan volume total semua molekul.
- ii) Volume total yang dimiliki semua molekul gas bergantung pada jumlah mol-nya. Makin besar jumlah molnya, yang berarti makin banyak molekul gas, maka makin besar volume total molekul-molekul gas. Sehingga dapat ditulis, volume total molekul gas

$$v = an \quad (12.29)$$

Dengan n jumlah mol molekul gas dan a adalah konstanta yang bergantung pada jenis gas. Dengan demikian, volum ruang kosong dalam wadah menjadi

$$V := V - v = V - an \quad (12.30)$$

Hipotesis gas ideal menyatakan bahwa tidak ada tarikan antar molekul-molekul gas. Namun, untuk gas nyata, tarikan tersebut ada. Tarikan antar molekul gas menyebabkan molekul yang akan menumbuk dinding wadah mendapat tarikan ke dalam oleh molekul-molekul lain sehingga kekuatan tumbukan pada dinding berkurang. Akibatnya, tekanan yang dihasilkan oleh tumbukan molekul pada dinding berkurang. Dengan demikian, tekanan yang ada di persamaan (12.6) harus dilakukan koreksi. Tekanan tersebut terlalu besar. Van der Waals menunjukkan bahwa besarnya koreksi tekanan berbanding terbalik dengan kuadrat volum, atau $\Delta P = bn^2/V^2$. Persamaan gas nyata dapat diperoleh dari persamaan gas ideal dengan mengganti

$$\begin{aligned} P &\rightarrow P + \frac{bn^2}{V^2} \\ V &\rightarrow V - an \end{aligned} \quad (12.31)$$

Dengan demikian diperoleh persamaan untuk gas nyata

$$\left(P + \frac{bn^2}{V^2} \right) (V - an) = nRT \quad (12.32)$$

Persamaan ini dapat menjelaskan dengan baik fenomena perubahan fasa gas, seperti peristiwa pencairan gas.

Soal dan Penyelesaian

1) Pada keadaan STP, volume gas oksigen dalam suatu kontainer adalah $10,0 \text{ m}^3$. Berapakah massa gas oksigen dalam kontainer tersebut? Diketahui masa molekul oksigen adalah $32,0 \text{ smu}$.

Jawab

Pada STP, volum 1 mol gas adalah 22,4 L = $22,4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. Dengan demikian, jumlah mol gas oksigen dalam kontainer adalah

$$n = \frac{10}{22,4 \times 10^{-3}} = 446 \text{ mol}$$

Massa molekul oksigen adalah 32,0 smu. Ini berarti, massa 1 mol gas oksigen adalah 32,0 g atau 0,032 kg. Dengan demikian, massa oksigen dalam kontainer adalah $0,032 \times 446 = 14,3 \text{ kg}$.

2) Anggaplah sebuah balon helium memiliki bentuk yang peris bola dengan diameter 18,0 cm. Pada suhu 20 °C, tekanan di dalam balon adalah 1,05 atm. Hitunglah jumlah mol dan massa gas helium dalam balon. Massa molekul helium adalah 4,0 sma.

Jawab

Jari-jari balon: $r = 18,0/2 = 9,0 \text{ cm} = 0,09 \text{ m}$. Volum balon:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3,14 \times (0,09)^3 = 0,0031 \text{ m}^3. \text{ Tekanan gas helium dalam balon: } P = 1,05$$

atm = $1,05 \times (10^5) = 1,05 \times 10^5 \text{ Pa}$. Suhu gas: $T = 20 \text{ }^\circ\text{C} = 20 + 273 = 293 \text{ K}$. Jumlah mol gas helium dalam balon

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{1,05 \times 10^5 \times 0,0031}{8,315 \times 293} = 0,13 \text{ mol}$$

Massa atom helium adalah 4,0 sma. Artinya, massa 1,0 mol gas helium adalah 4,0 g. Dengan demikian, total massa helium dalam balon adalah $0,13 \times 4,0 = 0,52 \text{ g}$.

3) Berapakah energi kinetik translasi rata-rata tiap molekul gas pada suhu 37 °C?

Jawab

$T = 37 \text{ }^\circ\text{C} = 37 + 273 = 310 \text{ K}$. Karena terdapat tiga derajat kebebasan gerak, maka energi kinetik rata-rata adalah

$$\langle K \rangle = 3 \times \frac{1}{2} kT = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \times (1,38 \times 10^{-23}) \times 310 = 6,42 \times 10^{-21} \text{ J}$$

4) Hitunglah massa jenis gas oksigen pada STP. Massa molekul oksigen adalah 32,0 sma.

Jawab

Jumlah mol gas oksigen per satuan volum pada kondisi STP adalah

$$\frac{n}{V} = \frac{P}{RT} = \frac{1,013 \times 10^5}{8,315 \times 273} = 44,6 \text{ mol/m}^3$$

Karena massa molekul oksigen adalah 32,0 sma maka massa satu mol molekul oksigen adalah 32 g = 0,032 kg. Dengan demikian, massa jenis gas oksigen adalah

$$\rho = 0,032 \times \frac{n}{V} = 0,032 \times 44,6 = 1,4 \text{ kg/m}^3$$

5) Jika sebanyak 55,0 L oksigen pada suhu 18,0 °C dan tekanan 2,45 atm ditekan sehingga volumenya menjadi 48,8 L dan pada saat bersamaan suhu naik menjadi 50,0 °C, berapakah tekanan yang diberikan tersebut?

Jawab

Jika tidak terjadi perubahan jumlah mol gas ideal, maka perubahan suhu, tekanan, dan volum akan memenuhi persamaan umum

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

Diberikan dari soal $V_1 = 55,0 \text{ L} = 55,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, $T_1 = 18,0 \text{ °C} = 18 + 273 = 291 \text{ K}$, $P_1 = 2,45 \text{ atm} = 2,45 \times 10^5 \text{ Pa}$, $V_2 = 48,8 \text{ L} = 48,8 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, dan $T_2 = 50,0 \text{ °C} = 50 + 273 = 323 \text{ K}$.

$$\begin{aligned} P_2 &= \frac{P_1 V_1}{T_1} \times \frac{T_2}{V_2} = \frac{(2,45 \times 10^5) \times (55,0 \times 10^{-3})}{291} \times \frac{323}{48,4 \times 10^{-3}} \\ &= 3,06 \times 10^5 \text{ Pa} = 3,06 \text{ atm} \end{aligned}$$

6) Sebuah gelembung air di dasar danau yang berkedalaman 43,5 m memiliki volum 1,0 cm³. Jika suhu di dasar danau adalah 5,5 °C dan suhu di permukaan adalah 21,0 °C, berapakah volum gelembung tepat sebelum mencapai permukaan danau?

Jawab

Tekanan di permukaan danau $P_1 = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$. Tekanan di dasar danau = tekanan di permukaan + tekanan hidrostatik, yaitu $P_2 = P_1 + \rho g h = 10^5 + 1000 \times 10 \times 43,5 = 5,35 \times 10^5 \text{ Pa}$, suhu di dasar danau, $T_2 = 5,5 \text{ }^\circ\text{C} = 5,5 + 273 = 278,5 \text{ K}$, suhu di permukaan danau, $T_1 = 21,0 \text{ }^\circ\text{C} = 21 + 273 = 294 \text{ K}$, volum gelembung di dasar danau, $V_2 = 1,0 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$. Maka volum gelembung sebelum mencapai permukaan danau dihitung dengan persamaan

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

atau

$$V_1 = \frac{P_2 V_2}{T_2} \times \frac{T_1}{P_1} = \frac{(5,35 \times 10^5) \times (10^{-6})}{278,5} \times \frac{294}{10^5} = 5,65 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 5,65 \text{ cm}^3$$

7) Sebuah kubus yang volumenya $3,9 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ diisi dengan udara pada tekanan atmosfer dan suhu $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Kotak tersebut kemudian ditutup dan dipanaskan hingga mencapai suhu $180 \text{ }^\circ\text{C}$. Berapakah gaya total pada tiap sisi kubus yang dilakukan udara dalam kubus?

Jawab

Pertama kita hitung berapa tekanan udara setelah dipanaskan. Volum kubus tetap sehingga kita gunakan hukum Gay-Lussac

$$P_2 = \frac{T_2}{T_1} P_1$$

Dari soal kita peroleh informasi $T_1 = 20,0 \text{ }^\circ\text{C} = 20 + 273 = 293 \text{ K}$, $T_2 = 180 \text{ }^\circ\text{C} = 180 + 273 = 453 \text{ K}$, dan $P_1 = 1,0 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$. Jadi

$$P_2 = \frac{453}{293} \times 10^5 = 1,55 \times 10^5 \text{ Pa.}$$

Jika panjang sisi kubus adalah s , maka

$$s^3 = \text{volum kubus} = 3,9 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

atau

$$s = \sqrt[3]{3,9 \times 10^{-2}} = 0,34 \text{ m}$$

Luas tiap sisi kubus adalah

$$A = s^2 = 0,34 \times 0,34 = 0,116 \text{ m}^2$$

Gaya pada tiap sisi kubus yang dilakukan udara di dalam kubus saat suhu mencapai 180 °C adalah

$$F = P_2 A = (1,55 \times 10^5) \times 0,116 = 1,8 \times 10^4 \text{ N}$$

8) Hitunglah laju rms atom helium di dekat permukaan matahari yang bersuhu 6000 K?

Jawab

Massa atom helium adalah $m = 4,0 \text{ sma} = 4 \times (1,67 \times 10^{-27}) = 6,68 \times 10^{-27} \text{ kg}$. Laju rms atom helium pada suhu $T = 6000 \text{ K}$ adalah

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3 \times (1,38 \times 10^{-23}) \times 6000}{6,68 \times 10^{-27}}} = 6\,098 \text{ m/s}$$

9) Suatu gas berada pada suhu 0 °C. Dinaikkan suhunya sampai berapakan agar laju rms molekul gas tersebut menjadi dua kali lipat?

Jawab

Untuk gas yang sama

$$v_{rms} \propto \sqrt{T}$$

Maka

$$\frac{v_{rms,2}}{v_{rms,1}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

Dari soal, diberikan $T_1 = 0 \text{ °C} = 273 \text{ K}$. Karena $v_{rms,2} / v_{rms,1} = 2$ maka

$$2 = \sqrt{\frac{T_2}{273}}$$

atau

$$4 = \frac{T_2}{273}$$

yang memberikan

$$T_2 = 4 \times 273 = 1092 \text{ K}$$

10) Jika tekanan gas dilipatduakan sedangkan volumenya dipertahankan konstan, dengan factor berapakah terjadi perubahan laju rms?

Jawab

Berdasarkan hukum Gay-Lussan, pada volum konstan tekanan berbanding lurus dengan suhu. Jika tekanan dilipat duakan sedangkan volum tetap maka suhu gas menjadi dua kali lebih besar. Karena laju rms sebanding dengan akan suhu, maka kenaikan suhu dua kali lipat menyebabkan laju rms naik sebesar $\sqrt{2} = 1,4$ kali.

Soal Latihan

- 1) Berapakah suhu di dalam tangki yang mengandung 105,0 kg argon pada suhu 20 °C? Massa atom argon adalah 40,0 sma.
- 2) Jika 3,0 m³ gas yang mula-mula berada pada STP dikenai tekanan 4,0 atm suhunya menjadi 38,0 °C. Berapakah volume akhir gas?
- 3) Suatu tangki penyimpanan mengandung 21,6 kg nitrogen (N₂) pada tekanan 3,65 atm. Berapakah tekanan jika nitrogen tersebut digantikan dengan sejumlah massa yang sama dari gas CO₂? Diketahui massa molekul N₂ adalah 28,0 sma dan massa molekul CO₂ adalah 44,0 sma.
- 4) Sebuah balon mainan anak-anak lepas dari lokasi setinggi permukaan laut pada suhu 20,0 °C. Ketika mencapai ketinggian 3000 m di mana suhu udara 5,0 °C dan tekanan 0,7 atm, berapakah perbandingan volum balon pada tempat ini dibandingkan dengan volum saat lepas?
- 5) Hitunglah jumlah molekul gas ideal per meter kubik pada STP
- 6) Berapakah energi kinetik rata-rata molekul nitrogen pada STP? Berapakah energi kinetik translasi total 1,0 mol molekul nitrogen pada suhu 20,0 °C?
- 7) Suatu gas berada pada suhu 0 °C. Dinaikkan suhunya sampai berapakan agar laju rms molekul gas tersebut menjadi dua kali lipat?
- 8) Suatu gas berada pada suhu 20,0 °C. Jika laju rms akan dinaikkan sebesar 2,0 persen, berapakah suhu yang harus diberikan pada gas tersebut?

Bab 13

Termodinamika

Dalam bab ini kita akan bahas termodinamika, yaitu ilmu yang menghubungkan panas dengan mekanika. Topik utama yang akan kita bahas adalah pemanfaatan energi yang dihasilkan akibat adanya proses dalam gas untuk menghasilkan kerja.



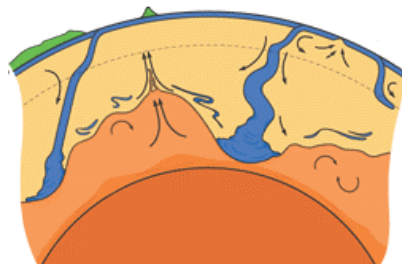
Mesin jet



Mesin diesel



AC



Mantel bumi



Kulkas

Gambar 13.1 Beberapa peralatan atau proses yang menggunakan prinsip atau hukum-hukum termodinamika

13.2 Hukum ke Nol Termodinamika

Kita mulai dengan definisi keseimbangan panas. Dua benda berada dalam

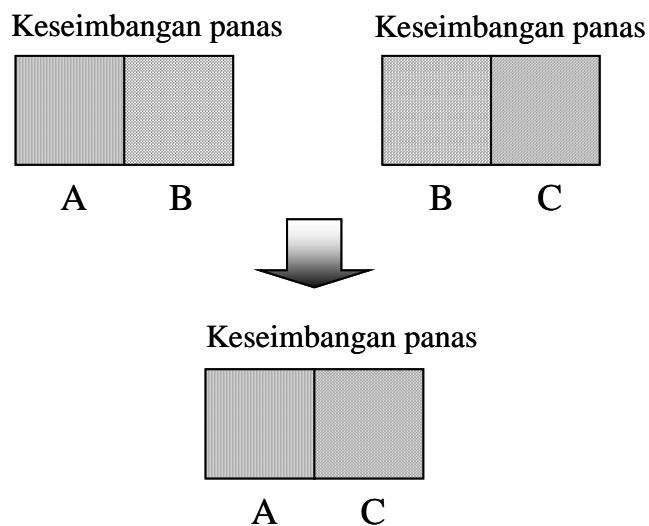
keseimbangan panas jika tidak ada pertukaran kalor antara dua benda tersebut saat keduanya disentuhkan. Kondisi ini hanya dapat dicapai jika suhu kedua benda sama. Sebab perpindahan kalor terjadi karena adanya perbedaan suhu. Berkaitan dengan keseimbangan panas, kita memiliki hukum ke nol termodinamika. Hukum ini menyatakan:

Jika benda A berada dalam keseimbangan panas dengan benda B dan

Benda B berada dalam keseimbangan panas dengan benda C

Maka

Benda A berada dalam keseimbangan panas dengan benda C



Gambar 13.2 Ilustrasi hukum ke-0 termodinamika

Contohnya, kita memiliki tiga wadah yang terbuat dari logam

- Wadah A berisi air
- Wadah B berisi minyak
- Wadah C berisi gliserin

Misalkan wadah berisi air dan minyak disentuhkan dalam waktu yang cukup lama dan tidak diamati adanya perubahan suhu pada keduanya maka air dan minyak maka kita katakan berada dalam keseimbangan panas. Setelah disentuhkan dengan air, misalkan wadah berisi minyak disentuhkan dengan wadah berisi gliserin, dan juga tidak diamati adanya perubahan suhu keduanya, maka minyak dan gliserin juga berada dalam keseimbangan panas. Maka wadah berisi air dan wadah berisi gliserin tidak akan mengalami perubahan suhu ketika disentuhkan. Dengan kata lain, keduanya juga berada

dalam keseimbangan panas.

13.2 Sistem dan Lingkungan

Dalam membahas termodinamika, alam semesta dibagi atas dua bagian, yaitu sistem dan lingkungan. Sistem adalah bagian yang sedang kita kaji/selidiki sedangkan lingkungan adalah semua bagian alam di luar sistem.

Ketika kita bahas proses pemuaian gas dalam silinder maka:

- Sistem adalah gas dalam silinder.
- Lingkungan adalah silinder beserta semua bagian alam di sekelilingnya.

Ketika kita membahas pemuaian gas dalam silinder dan proses penyerapan dan pelepasan panas oleh silinder, maka

- Sistem adalah gas dan silinder
- Lingkungan adalah seluruh bagian alam di luar silinder.

Sistem termodinamika yang akan kita pelajari adalah termodinamika gas. Variabel sistem termodinamika ini adalah besaran fisis yang menerangkan keadaan gas. Contoh variabel termodinamika adalah suhu, tekanan, volume, dan jumlah molekul gas.

13.3 Proses

Proses adalah peristiwa perubahan keadaan gas dari satu keadaan awal ke satu keadaan akhir. Misalkan mula-mula keadaan gas diungkapkan oleh variabel-variabel P_1 , V_1 , dan T_1 . Jika selanjutnya nilai variabel tersebut adalah P_2 , V_2 , dan T_2 , maka dikatakan gas telah melewati suatu proses.

Selama mengalami proses umumnya terjadi perubahan energi dalam gas serta pertukaran energi antara gas dengan lingkungan. Berkaitan dengan masalah pertukaran energi ini, kita mengklasifikasinya beberapa proses yang dapat terjadi.

Proses Adiabatik

Pada proses adiabatik, tidak terjadi pertukaran kalor antara sistem dan lingkungan. Proses adiabatik dapat terjadi jika sistem dan lingkungan dibatasi oleh sekat yang tidak dapat dilalui kalor. Contoh sekat yang sulit dilewati kalor adalah dinding termos air panas.

Proses diatermik

Kebalikan dengan proses adiabatik adalah proses diatermik. Pada proses ini

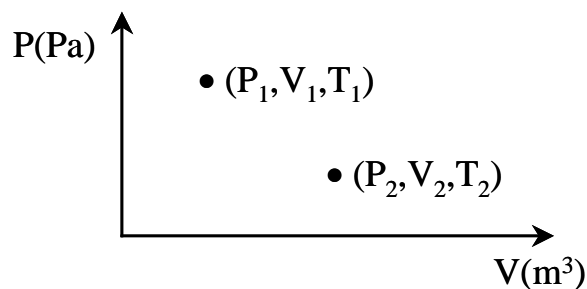
kalor diijinkan berpindah dari system ke lingkungan dan sebaliknya. Proses ini dapat berlangsung jika sistem dan lingkungan dibatasi oleh sekat yang mudah dilewati panas. Contoh sekat diatermik adalah logam.

Proses Kuasistatik

Persamaan gas yang telah kita bahas pada Bab 12 hanya dapat diterapkan jika gas tersebut berada dalam keadaan statik. Artinya tidak ada lagi proses yang berlangsung dalam gas atau tidak ada lagi perubahan pada variable-variabel termodinamika gas. Selama gas mengalami suatu proses, persamaan tersebut tidak berlaku. Dengan demikian, selama proses berlangsung, kita tidak dapat menentukan tekanan meskipun suhu dan volum diketahui karena tidak ada persamaan yang dapat dipakai. Namun, jika proses yang terjadi berlangsung sangat lambat, maka setiap saat kita dapat menganggap gas seolah-olah berada dalam keadaan statik. Proses yang demikian disebut **proses kuasistatik**. Selama proses kuasistatik persamaan gas dapat digunakan. Dengan demikian, selama proses berlangsung kita dapat menghitung volume gas jika tekanan dan suhunya diketahui. Pada bagian selanjutnya, semua proses yang akan kita bahas dianggap berlangsung secara kuasistatik.

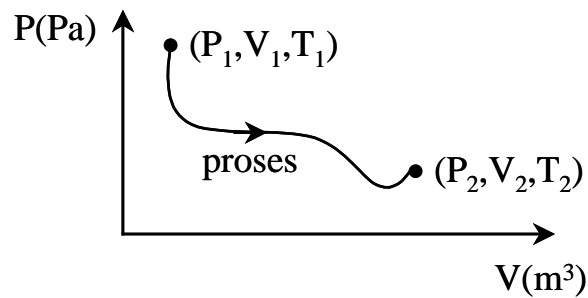
13.4 Diagram P - V

Dalam termodinamika, keadaan gas maupun proses yang dialami gas lebih sering digambarkan dalam diagram P - V . Diagram ini terdiri dari sumbu volum gas arah datar dan sumbu tekanan gas arah vertikal. Satu keadaan yang dimiliki gas diwakili oleh satu titik pada diagram P - V . Titik yang berbeda mengandung informasi tekanan, suhu, atau volum yang berbeda sehingga mewakili keadaan yang berbeda.



Gambar 13.3 Titik yang berbeda dalam diagram P - V menggambarkan keadaan yang berbeda.

Jika gas mengalami proses kuasistatik dari satu keadaan ke keadaan lainnya, maka proses tersebut direpresentasikan oleh sebuah kurva yang menghubungkan titik awal (keadaan awal) dan titik akhir (keadaan akhir) pada diagram P - V . Keadaan gas selama proses ditentukan oleh nilai P , V , dan T pada titik-titik sepanjang kurva.



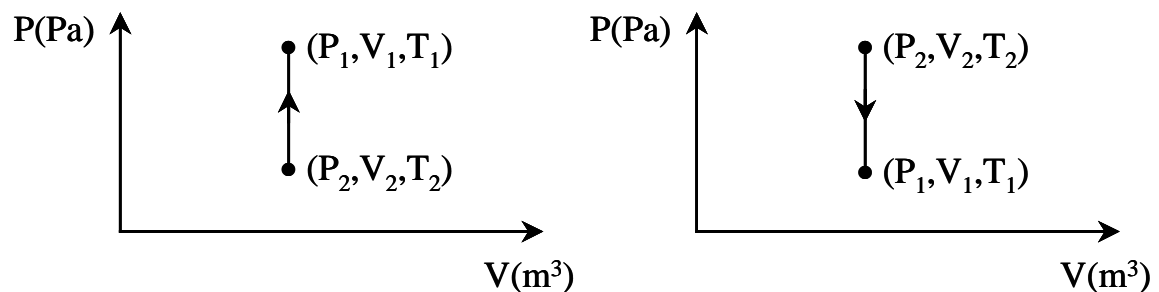
Gambar 13.4 Proses yang berlangsung pada gas diwakili oleh sebuah kurva.

13.5 Proses-Proses Khusus

Dengan bantuan diagram P - V kita akan bahas beberapa proses khusus, yang memiliki kurva yang khas pada diagram P - V .

Proses Isokhorik

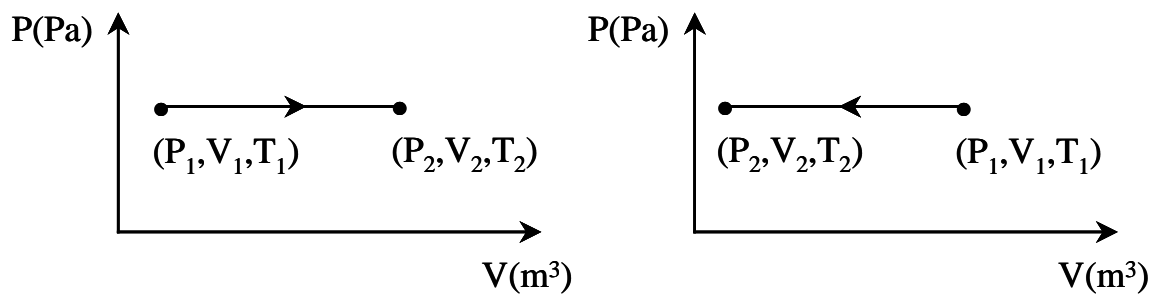
Proses isokhorik adalah proses yang berlangsung pada volum tetap. Jika digambarkan pada diagram P - V , kurva proses isokhorik adalah kurva tegak. Contoh proses ini adalah proses yang berlangsung pada gas dalam wadah tertutup yang volumenya tidak berubah selama proses berlangsung.



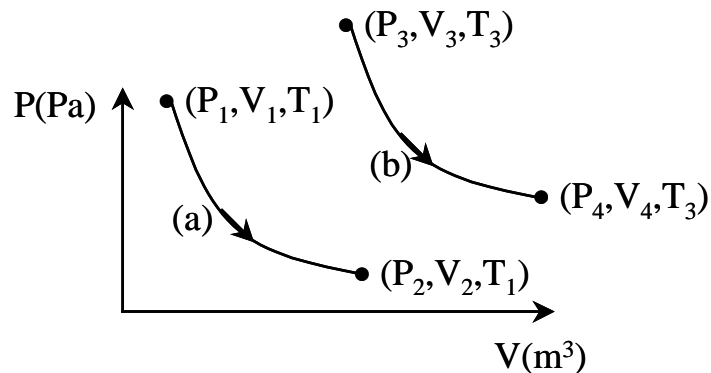
Gambar 13.5 Proses isokhorik: (a) tekanan mengalami pertambahan (b) tekanan mengalami pengurangan.

Proses isobarik

Proses isobarik adalah proses yang berlangsung pada tekanan tetap. Jika digambarkan pada diagram P - V , kurva proses isobarik adalah kurva mendatar. Contoh proses ini adalah proses yang berlangsung dalam wadah yang dilengkapi sebuah piston di bagian atasnya. Piston tersebut dapat bergerak. Piston tersebut mendapat tekanan dari udara luar (atmosfer) sehingga nilainya konstan. Dengan demikian, tekanan dalam gas juga konstan.



Gambar 13.6 Proses isobarik: (a) volume mengalami pertambahan (b) volume mengalami pengurangan.



Gambar 14.6 Proses isothermal: Kurva (a) berlangsung pada suhu yang lebih tinggi daripada kurva (b).

Proses isothermal

Proses isothermal adalah proses yang berlangsung pada suhu tetap. Dengan menggunakan persamaan gas ideal, $P = nRT/V$, maka P berbanding terbalik dengan V . Jika digambarkan pada diagram P - V , kurva proses isothermal tampak pada Gbr. 13.7.

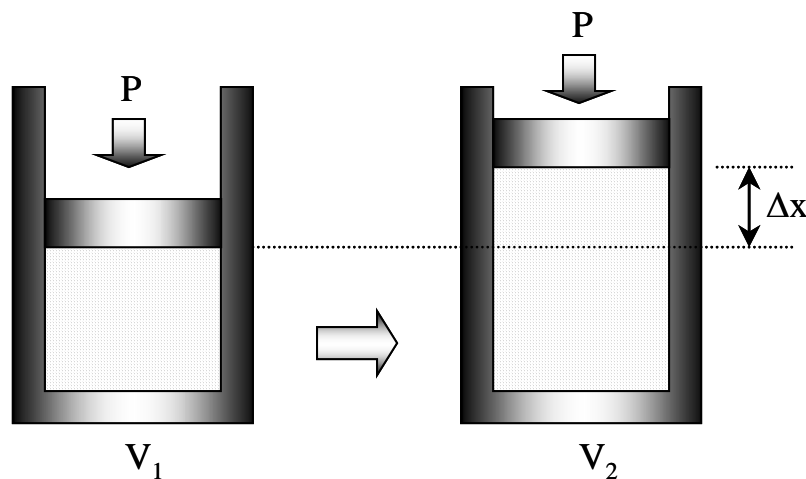
Contoh proses ini adalah proses yang berlangsung dalam wadah logam di mana wadah tersebut dicelupkan dalam air yang volumenya sangat besar. Karena volume air yang sangat besar, maka selama proses berlangsung suhu air dapat dianggap konstan sehingga suhu gas dalam wadah juga dianggap konstan. Juga proses ini dapat dihasilkan dengan memasang pemanas otomatis yang bisa mengontrol suhu sehingga konstan.

13.6 Usaha

Misalkan gas dalam wadah memiliki tekanan P . Maka gas tersebut melakukan gaya dorong pada semua bagian wadah. Jika gas mengalami perubahan volume, maka ada bagian wadah yang berpindah. Bagian wadah berpindah keluar jika volume gas bertambah dan berpindah ke dalam jika volume gas berkurang. Karena bagian wadah tersebut mendapat gaya, maka perpindahan bagian wadah menunjukkan adanya kerja yang dilakukan gas.

Mari kita tentukan kerja yang dilakukan gas jika volumenya berubah. Untuk mudahnya kita tinjau gas dalam silinder tegak yang memiliki luas penampang A . Silinder tersebut dilengkapi sebuah piston yang dapat bergerak dengan mudah. Proses menyebabkan berpindahnya piston sejauh Δx . Gaya yang dialami piston adalah

$$F = PA$$



Gambar 13.8 Gas dalam silinder. Jika volume berubah maka posisi piston juga berubah.

Usaha yang dilakukan gas untuk memindahkan piston adalah

$$\Delta W = F\Delta x = PA\Delta x \quad (13.1)$$

Tetapi, $A\Delta x = \Delta V$, yaitu perubahan volum gas. Dengan demikian, usaha yang dilakukan gas adalah

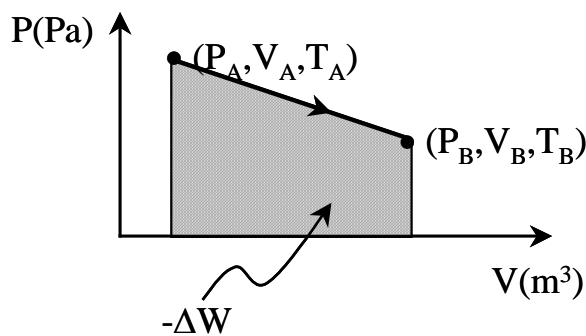
$$\Delta W = P\Delta V \quad (13.2)$$

Perjanjian. Dalam termodinamika, kita definisikan usaha sebagai usaha yang dilakukan lingkungan pada sistem. Persamaan (13.2) mengungkapkan usaha yang dilakukan gas (sistem) pada lingkungan. Usaha yang dilakukan lingkungan pada sistem adalah negatif dari nilai tersebut. Jadi, kerja selama proses didefinisikan usaha sebagai

$$\Delta W = -P\Delta V \quad (13.3)$$

Kerja total selama satu proses

Untuk menentukan kerja selama satu proses, kita dibantu oleh diagram P - V . Kerja yang dilakukan ketika gas mengalami proses dari keadaan A ke keadaan B, W_{AB} , sama dengan **negatif luas daerah** di bawah kurva antara A dan B.



Gambar 13.9 Kerja selama proses dari keadaan A ke B sama dengan negatif luas daerah di bawah kurva.

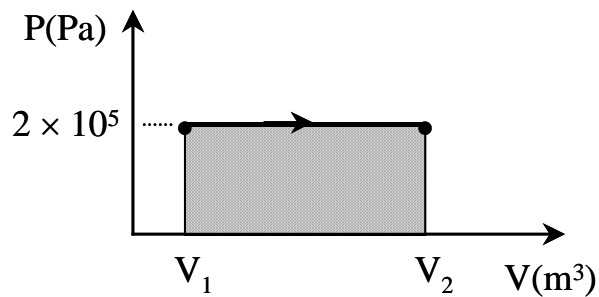
Untuk kurva yang sembarang, luas daerah di bawah kurva dihitung dengan integral. Jadi kerja yang dilakukan lingkungan untuk mengubah sistem gas dari keadaan A ke keadaan B adalah

$$W_{AB} = - \int_{V_A}^{V_B} P dV \quad (13.4)$$

Contoh 13.1

Sebanyak 1,5 mol gas dalam wadah mengalami pemuaian isobaric pada tekanan 2×10^5 Pa. Suhu awal gas adalah 300 K dan suhu akhirnya 600 K. Berapakah usaha selama proses?

Jawab



Gambar 13.10

Luas daerah di bawah kurva adalah $P(V_2 - V_1)$. Dengan demikian, kerja selama proses adalah

$$W = -P(V_2 - V_1)$$

Kita tentukan dulu V_1 dan V_2 . Pada suhu $T_1 = 300$ K

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P} = \frac{1,5 \times 8,315 \times 300}{2 \times 10^5} = 0,019 \text{ m}^3$$

Pada suhu $T_2 = 600$ K

$$V_2 = \frac{nRT_2}{P} = \frac{1,5 \times 8,315 \times 600}{2 \times 10^5} = 0,037 \text{ m}^3$$

Kerja selama proses

$$W = -P(V_2 - V_1) = -2 \times 10^5 \times (0,037 - 0,019) = -3600 \text{ J}$$

13.7 Hukum I Termodinamika

Selama gas mengalami suatu proses maka ada beberapa peristiwa yang dapat terjadi, seperti:

- Energi dalam yang dimiliki gas berubah
- Muncul kerja yang dilakukan oleh gas atau yang dilakukan oleh lingkungan
- Ada pertukaran kalor antara gas dan lingkungan

Peristiwa di atas semuanya berpengaruh pada jumlah energi yang dimiliki gas. Hukum I termodinamika merupakan hukum kekekalan energi yang diterapkan pada sistem termodinamika.

- Misalkan energi dalam awal gas U_1 dan energi dalam akhir U_2 . Maka perubahan energi dalam adalah

$$\Delta U = U_2 - U_1 \quad (13.5)$$

- Misalkan pada gas dilakukan kerja oleh lingkungan sebesar W .
- Misalkan juga terjadi aliran masuk kalor ke dalam gas sebesar Q

Karena energi harus kekal maka pertambahan energi dalam gas hanya terjadi karena adanya kerja yang dilakukan lingkungan pada gas dan adanya aliran masuk kalor ke dalam gas. Secara matematika, pernyataan di atas dapat diungkapkan oleh persamaan

$$\Delta U = W + Q \quad (13.6)$$

Persamaan (13.6) merupakan ungkapan **hukum I termodinamika**.

Ketika menerapkan hukum I termodinamika, kita harus memperhatikan tanda dengan seksama. Perjanjian untuk tanda ΔU , W , dan Q sebagai berikut:

- ΔU positif jika energi dalam yang dimiliki gas bertambah
- ΔU negatif jika energi dalam yang dimiliki gas berkurang
- W positif jika lingkungan melakukan kerja pada gas (sistem)
- W negatif jika gas (sistem) melakukan kerja pada lingkungan
- Q positif jika kalor mengalir masuk dari lingkungan ke gas (sistem)
- Q positif jika kalor mengalir keluar dari gas (sistem) ke lingkungan

Contoh 13.2

Dalam suatu proses isobaric, volum gas berubah dari 1 L menjadi 2 L. Tekanan gas adalah 10^5 Pa. Jika pada proses tersebut kalor masuk ke dalam gas sebanyak 500 J, berapa perubahan energi dalam gas?

Jawab

Karena kalor masuk maka $Q = + 500 \text{ J}$

Kerja isobarik:

$$W = - P (V_2 - V_1) = - 10^5 \times (2 \times 10^{-3} - 10^{-3}) = - 100 \text{ J}$$

Berdasarkan hukum I termodinamika

$$\Delta U = W + Q = -100 + 500 = 400 \text{ J}$$

Contoh 13.3

Ketika menyerap kalor, sebanyak 0,2 mol gas monoatomik mengalami proses isokhorik hingga suhunya berubah dari 100°C menjadi 300°C . Berapakah kalor yang terlibat? Apakah kalor tersebut masuk ke gas atau keluar dari gas?

Jawab

Informasi yang diberikan dalam soal adalah $n = 0,2 \text{ mol}$, $T_1 = 100^\circ\text{C} = 100 + 273 = 373 \text{ K}$, dan $T_2 = 300^\circ\text{C} = 300 + 273 = 573 \text{ K}$. Pada proses isokhorik, volum konstan, sehingga $W = 0$. Dengan hukum I termodinamika didapat $Q = \Delta U$. Untuk gas monoatomik energi dalam memenuhi

$$U = \frac{3}{2} nRT$$

sehingga

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \times 0,2 \times 8,315 \times (573 - 373) = 499 \text{ J}$$

Dengan demikian $Q = \Delta U = 499 \text{ J}$. Karena Q positif maka kalor mengalir masuk ke dalam gas.

13.8 Kapasitas Kalor

Kapasitas kalor didefinisikan sebagai kalor yang diserap/dilepas per satuan perubahan suhu, atau

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \tag{13.7}$$

dengan Q kalor yang diserap/dilepas dan T suhu. Sekarang kita akan tentukan kapasitas kalor untuk proses-proses khusus.

Kapasitas kalor pada volum tetap

Jika proses berlangsung pada volum tetap atau isokhorik, maka $V_1 = V_2$ sehingga $W = -P(V_2 - V_1) = 0$. Dalam kondisi demikian maka hukum I termodinamika menjadi

$$Q = \Delta U \quad (13.8)$$

Dengan demikian, kapasitas kalor pada volum tetap memenuhi

$$C_v = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U}{\Delta T} \quad (13.9)$$

Untuk *gas monoatomik pada semua suhu atau gas diatomik yang berada pada suhu rendah* kita telah tunjukkan $U = (3/2)nRT$, atau $\Delta U = (3/2)nR\Delta T$. Dengan demikian,

$$C_v = \frac{(3/2)nR\Delta T}{\Delta T} = \frac{3}{2}nR \quad (13.10)$$

Untuk *gas diatomik pada suhu menengah*, $U = (5/2)nRT$, atau $\Delta U = (5/2)nR\Delta T$, sehingga

$$C_v = \frac{(5/2)nR\Delta T}{\Delta T} = \frac{5}{2}nR \quad (13.11)$$

Untuk *gas diatomik pada suhu tinggi*, $U = (7/2)nRT$, atau $\Delta U = (7/2)nR\Delta T$ sehingga

$$C_v = \frac{(7/2)nR\Delta T}{\Delta T} = \frac{7}{2}nR \quad (13.12)$$

Kapasitas kalor pada tekanan tetap

Hukum I termodinamika dapat ditulis

$$\Delta U = -P\Delta V + Q \quad (13.13)$$

Jika tekanan konstan, kita dapat menulis

$$P\Delta V = \Delta(PV) \quad (13.14)$$

Tetapi dari persamaan gas ideal $PV=nRT$, maka $\Delta(PV) = \Delta(nRT) = nR\Delta T$ sehingga kita bisa menulis

$$P\Delta V = nR\Delta T \quad (13.15)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (13.9) dan (13.15) ke dalam persamaan (13.13) kita dapatkan

$$C_v\Delta T = -nR\Delta T + Q$$

atau

$$Q = (C_v + nR)\Delta T \quad (13.16)$$

Kapasitas kalor pada tekanan tetap menjadi

$$C_p = \frac{Q}{\Delta T} = C_v + nR \quad (13.17)$$

Tampak bahwa kapasitas kalor pada tekanan tetap lebih besar daripada kapasitas kalor pada volum tetap. Perbedaannya adalah nR .

13.9 Persamaan Proses Adiabatik

Proses adiabatik adalah proses yang tidak melibatkan pertukaran kalor antar sistem dan lingkungan, atau $Q = 0$. Pada proses ini, hukum I termodinamika menjadi $\Delta U = W$. Jika dinyatakan dalam bentuk diferensial, proses adiabatik memenuhi

$$dU = dW \quad (13.18)$$

Berdasarkan definisi yang sudah kita bahas sebelumnya

$$dU = C_v dT$$

$$dW = -PdV$$

maka untuk proses adiabatik dipenuhi

$$C_v dT = -PdV \quad (13.19)$$

Dari persamaan gas ideal $PV = nRT$ kita dapat menulis $T = PV/nR$. Dengan melakukan diferensial ke dua ruas diperoleh

$$dT = \frac{PdV + VdP}{nR} \quad (13.20)$$

Substitusi persamaan (13.20) ke dalam persamaan (13.19) maka

$$\begin{aligned} C_v \left(\frac{PdV + VdP}{nR} \right) &= -PdV \\ C_v PdV + C_v VdP &= -nRPdV \\ (C_v + nR)PdV + C_v VdP &= 0 \\ C_p PdV + C_v VdP &= 0 \\ \frac{C_p}{C_v} \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} &= 0 \\ \gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} &= 0 \end{aligned} \quad (13.21)$$

dengan $\gamma = C_p / C_v$. Selanjutnya, dengan melakukan integral dua ruas persamaan

(13.21) kita dapatkan

$$\begin{aligned} \int \gamma \frac{dV}{V} + \int \frac{dP}{P} &= C_1 \\ \gamma \ln V + \ln P &= C_1 \\ \ln V^\gamma + \ln P &= C_1 \\ \ln(PV^\gamma) &= C_1 \\ PV^\gamma &= \exp(C_1) \\ PV^\gamma &= C \end{aligned} \quad (13.22)$$

Pada penurunan persamaan (13.22) baik C_1 maupun C adalah konstan. Jadi pada proses adiabatik, tekanan dan volum berubah menurut persamaan (13.22).

Contoh 13.4

Gas hidrogen sebanyak 0,25 mol pada suhu menengah mengalami proses adiabatik. Suhu awal dan tekanan awal gas masing-masing 300 K dan $1,5 \times 10^5$ Pa. Jika tekanan akhir has adalah $2,5 \times 10^5$ Pa, tentukan

- a) Volum awal gas
- b) Volum akhir gas
- c) Perubahan energi dalam gas
- d) Kerja

Jawab

- a) Gunakan persamaan gas ideal untuk menentukan volum gas

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{0,25 \times 8,315 \times 300}{1,5 \times 10^5} = 0,004 \text{ m}^3.$$

- b) Gas hydrogen adalah gas diatomik. Pada suhu menengah, kapasitas kalor pada volum tetap memenuhi

$$C_v = \frac{5}{2}nR = \frac{5}{2} \times 0,25 \times 8,315 = 5,2 \text{ J/K}$$

Kapasitas kalor pada tekanan tetap

$$C_p = C_v + nR = 5,2 + 0,25 \times 8,315 = 7,3 \text{ J/K}$$

Dengan demikian

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7,3}{5,2} = 1,4$$

Karena proses dari keadaan awal ke keadaan akhir berlangsung secara adiabatik maka

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

$$V_2^\gamma = \frac{P_1 V_1^\gamma}{P_2} = \frac{1,5 \times 10^5 \times (0,004)^{1,4}}{2,5 \times 10^5} = 0,000264$$

atau

$$V_2 = (0,000264)^{1/1,4} = 0,0028 \text{ m}^3$$

c) Suhu akhir gas dihitung dengan persamaan gas ideal, yaitu

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{2,5 \times 10^5 \times 0,0028}{0,25 \times 8,315} = 337 \text{ K}$$

Perubahan energi dalam gas

$$\Delta U = C_v \Delta T = C_v (T_2 - T_1) = 5,2 \times (337 - 300) = 192 \text{ J}$$

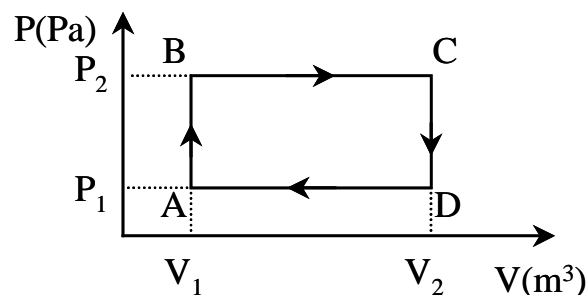
d) Karena tidak ada pertukaran kalor maka kerja pada proses adiabatik adalah

$$W = \Delta U = 192 \text{ J}$$

13.10 Siklus

Siklus adalah proses yang berawal dari satu keadaan dan berakhir kembali di keadaan semula. Jika digambarkan dalam diagram P - V , maka siklus akan berupa kurva tertutup.

Telah kita bahas bahwa kerja dalam proses termodinamika sama dengan negatif luas daerah di bawah kurva P - V . Ketika proses berlangsung satu siklus, berapa kerja yang dihasilkan proses tersebut? Untuk mudahnya, mari kita tinjau contoh berikut ini.



Gambar 13.11 Contoh proses satu siklus

Proses bermula dari keadaan A menuju keadaan B, C, dan D, kemudian kembali ke keadaan A. Mari kita hitung berapa kerja yang dihasilkan pada tiap elemen proses.

i) Proses $A \rightarrow B$

Proses ini berlangsung secara isokhorik, sehingga kerja yang dilakukan nol, atau

$$W_{AB} = 0.$$

ii) Proseses $B \rightarrow C$

Proses ini berlangsung secara isokhorik pada tekanan P_2 . Kerja yang dilakukan adalah

$$W_{BC} = -P_2(V_2 - V_1)$$

iii) Proseses $C \rightarrow D$

Proses ini berlangsung secara isokhorik, sehingga kerja yang dilakukan nol, atau

$$W_{CD} = 0.$$

iv) Proseses $D \rightarrow A$

Proses ini berlangsung secara isokhorik pada tekanan P_1 . Kerja yang dilakukan adalah

$$W_{DA} = -P_2(V_1 - V_2) = P_1(V_2 - V_1)$$

Kerja total selama satu siklus adalah jumlah dari kerja pada tiap proses

$$\begin{aligned} W &= W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = 0 - P_2(V_2 - V_1) + 0 + P_1(V_2 - V_1) \\ &= -(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) \end{aligned}$$

Mari kita hitung luas daerah yang dilingkupi kurva siklus

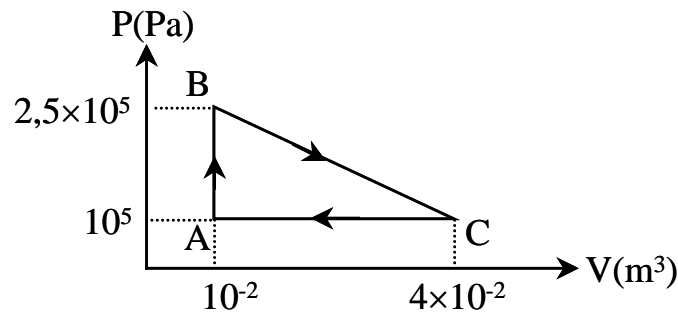
$$\text{Luas} = \text{panjang} \times \text{lebar} = (P_2 - P_1)(V_2 - V_1)$$

Ungkapan luas di atas persis sama dengan ungkapan kerja total selama satu siklus, kecuali pada tanda. Jadi dapat disimpulkan bahwa

Kerja total selama satu siklus sama dengan *negatif* luas daerah yang dilingkupi siklus.

Contoh 13.5

Gas ideal melakukan proses seperti pada gambar berikut ini 13.12. Hitung kerja.



Gambar 13.12

Jawab

Pertama, kita hitung luas daerah yang dilingkupi kurva

$$\text{Luas} = (1/2) \text{ panjang} \times \text{lebar} = \frac{1}{2} (2,5 \times 10^5 - 10^5) \times (4 \times 10^{-2} - 10^{-2}) = 2\,250 \text{ J.}$$

Kerja selama satu siklus sama dengan negatif luas daerah tersebut, yaitu

$$W = - \text{Luas} = - 2\,250 \text{ J.}$$

Contoh 13.6

Sebanyak 0,1 mol gas yang memiliki tekanan 2×10^5 Pa dan volum 2 L melakukan proses isokhorik sehingga tekanannya menjadi dua kali lipat. Selanjutnya gas tersebut mengalami proses isobarik hingga volumenya menjadi setengahnya. Gas kemudian kembali ke keadaan awal melalui garis lurus pada diagram P - V . Tentukan kerja selama satu siklus.

Jawab

Berdasarkan informasi di soal, keadaan awal gas:

$$P_A = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_A = 2 \text{ L} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

Gas melakukan proses isokhorik ke keadaan B sehingga tekanannya menjadi dua kali lipat

$$P_B = 2 \times P_A = 4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

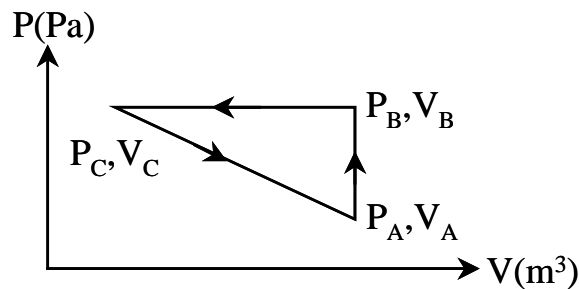
$$V_B = V_A = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

Dari B gas melakukan proses isobarik ke C sehingga volum menjadi setengahnya. Maka

$$P_C = P_B = 4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_C = (1/2)V_B = 10^{-3} \text{ m}^3$$

Dari C keadaan kembali ke A. Kurva proses selama satu siklus sebagai berikut



Gambar 13.13

Pertama kita hitung luas daerah yang dilingkupi kurva. Untuk arah proses yang berlawanan gerakan jarum jam, luas daerah diberi tanda negatif.

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= - (1/2) \text{ panjang} \times \text{lebar} = -\frac{1}{2}(P_B - P_A)(V_B - V_A) \\ &= -\frac{1}{2}(4 \times 10^5 - 2 \times 10^5)(2 \times 10^{-3} - 10^{-3}) = -100 \text{ J} \end{aligned}$$

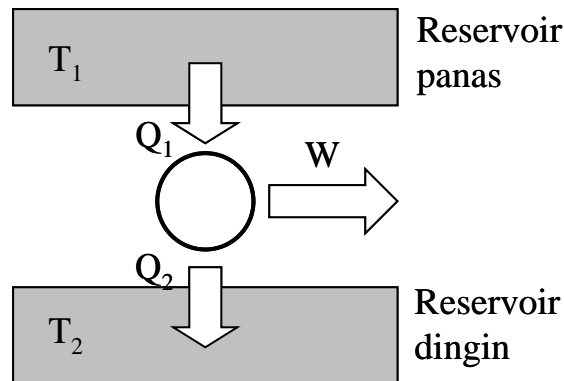
Maka, kerja selama satu siklus adalah $W = - \text{Luas} = 100 \text{ J}$

13.11 Mesin Kalor

Dari pembahasan di atas tampak bahwa jika gas melakukan proses satu siklus maka kerja total yang dihasilkan dapat berharga negatif. Kerja yang berharga negatif menunjukkan bahwa gas melakukan kerja pada lingkungan. Jika siklus proses dapat dilakukan berulang-ulang maka gas akan melakukan kerja terus-menerus pada lingkungan. Untuk memanfaatkan kerja yang dilakukan oleh gas tersebut orang lalu merancang mesin, yang dikenal dengan mesin kalor. Dalam mesin ini gas diatur untuk melakukan siklus proses secara terus menerus. Kerja yang dihasilkan gas digunakan

untuk memutar mesin, yang kemudian dapat diubah ke energi bentuk lain seperti energi listrik, menggerakkan roda kendaraan, dan lain-lain. Contoh mesin kalor adalah mesin kendaraan bermotor, turbin, mesin jet, dan sebagainya.

Agar gas dalam mesin kalor dapat melakukan proses siklus terus menerus, maka gas tersebut perlu menyerap kalor. Sebagian kalor digunakan untuk melakukan kerja (menggerakkan mesin) dan sisanya dibuang. Contohnya, dalam mesin kendaraan, kalor diserap dari proses pembakaran bahan bakar dan sisa kalor dibuang ke lingkungan udara luar. Dengan demikian, secara skematik, mesin kalor dapat digambarkan sebagai berikut



Gambar 13.14 Skema mesin kalor

Mesin kalor bekerja antara dua buah reservoir (sumber panas), yaitu reservoir panas yang bersuhu T_1 dan reservoir dingin yang bersuhu T_2 . Kalor mengalir dari reservoir panas menuju reservoir dingin melewati mesin. Sebagian kalor dari reservoir panas digunakan untuk menghasilkan kerja dan sisanya dibuang ke reservoir dingin. Dengan hukum kekekalan energi diperoleh

$$Q_1 = Q_2 + W \quad (13.23)$$

dengan Q_1 jumlah kalor yang diserap dari reservoir panas, Q_2 jumlah kalor yang dibuang ke reservoir dingin, dan W kerja yang dilakukan.

Efisiensi

Efisiensi mengukur kemampuan suatu mesin mengubah kalor yang diserap dari reservoir panas menjadi kerja. Untuk Q_1 yang sama, mesin yang bisa menghasilkan

kerja lebih besar dikatakan memiliki efisiensi lebih tinggi. Oleh karena itu, efisiensi didefinisikan sebagai

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_1} \times 100\% \quad (13.24)$$

Contoh 13.7

Sebuah mesin kalor menyerap kalor dari reservoir panas sebesar 1000 J dan membuang kalor ke reservoir dingin sebesar 800 J. Berapaah efisiensi mesin tersebut?

Jawab

Kerja yang dilakukan mesin

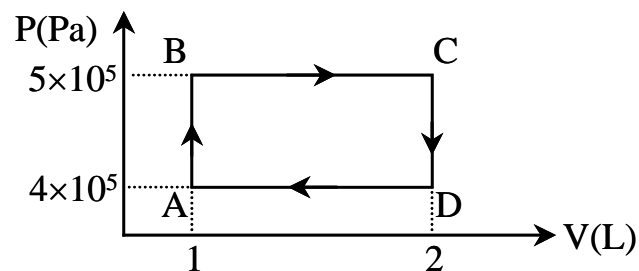
$$W = Q_1 - Q_2 = 1000 - 800 = 200 \text{ J}$$

Efisiensi mesin

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_1} \times 100\% = \frac{200}{1000} \times 100\% = 20\%$$

Contoh 13.8

Sebanyak 0,1 mol gas monoatomik mengalami proses sebagai berikut.



Gambar 13.15

Tentukan

- Kalor yang disedot dari reservoir panas
- Kalor yang dibuang ke reservoir dingin
- Kerja yang dihasilkan
- Efisiensi mesin

Jawab

Untuk diketahui

Mesin menyerap kalor jika Q berharga positif

Mesin menyerap kalor jika Q berharga negatif

Mari kita tinjau tiap-tiap elemen proses

i) Proses $A \rightarrow B$ adalah isokhorik sehingga

$$W = 0 \text{ dan}$$

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB}$$

Tetapi $\Delta U_{AB} = (3/2)nR(T_B - T_A)$. Karena itu kita perlu menentukan T_A dan T_B . Kita gunakan persamaan gas ideal

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{4 \times 10^5 \times 10^{-3}}{0,1 \times 8,315} = 481 \text{ K}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{5 \times 10^5 \times 10^{-3}}{0,1 \times 8,315} = 601 \text{ K}$$

Dengan demikian,

$$Q_{AB} = \frac{3}{2} \times 0,1 \times 8,315 \times (610 - 481) = 150 \text{ J.}$$

Karena Q_{AB} positif maka kalor disedot dari reservoir panas selama proses AB.

ii) Proses $B \rightarrow C$ adalah isobarik

sehingga

$$W_{BC} = -P_B(V_C - V_B) = -5 \times 10^5 \times (2 \times 10^{-3} - 10^{-3}) = -500 \text{ J}$$

Perubahan energi dalam dihitung dari rumus umum

$$\Delta U_{BC} = \frac{3}{2} nR(T_C - T_B)$$

Kita perlu tentukan T_C terlebih dahulu. Dengan hukum gas ideal

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{5 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3}}{0,1 \times 8,315} = 1202 \text{ K}$$

Dengan demikian, perubahan energi dalam adalah

$$\Delta U_{BC} = \frac{3}{2} \times 0,1 \times 8,315 \times (1202 - 601) = 750 \text{ J}$$

Kalor yang terlibat adalah

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} - W_{BC} = 750 - (-500) = 1250 \text{ J.}$$

Pada proses ini pun kalor diserap dari reservoir panas.

iii) **Proses C → D adalah isokhorik** sehingga

$W = 0$ dan

$$Q_{CD} = \Delta U_{CD} = \frac{3}{2} nR(T_D - T_C)$$

Kita selanjutnya perlu menentukan T_D . Kita gunakan hukum gas ideal

$$T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = \frac{4 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3}}{0,1 \times 8,315} = 962 \text{ K}$$

Dengan demikian diperoleh

$$Q_{CD} = \frac{3}{2} \times 0,1 \times 8,315 \times (962 - 1201) = -299 \text{ J}$$

Nilai Q negatif menunjukkan pada proses CD kalor dibuang ke reservoir dingin.

iv) **Proses D → A adalah isobarik** sehingga

$$W_{DA} = -P_A (V_A - V_D) = -4 \times 10^5 \times (10^{-3} - 2 \times 10^{-3}) = 400 \text{ J}$$

Energi dalam dihitung dari rumus umum

$$\Delta U_{DA} = \frac{3}{2} nR(T_A - T_D) = \frac{3}{2} \times 0,1 \times 8,315 \times (481 - 962) = -600 \text{ J}$$

Dengan demikian kalor yang terlibat adalah

$$Q_{DA} = \Delta U_{DA} - W_{DA} = -600 - 400 = -1000 \text{ J}$$

Nilai Q negatif juga menunjukkan bahwa selama proses DA diserahkan kalor ke reservoir dingin. Kalor total yang diserap dari reservoir panas

$$Q_1 = Q_{AB} + Q_{BA} = 150 + 1250 = 1400 \text{ J}$$

Besarnya kalor yang dibuang ke reservoir dingin (kita hitung nilai positifnya)

$$Q_2 = |Q_{CD}| + |Q_{DA}| = 299 + 1000 = 1299 \text{ J}$$

Kerja yang dilakukan

$$W = Q_1 - Q_2 = 1400 - 1299 = 101 \text{ J}$$

Dengan demikian efisiensi mesin

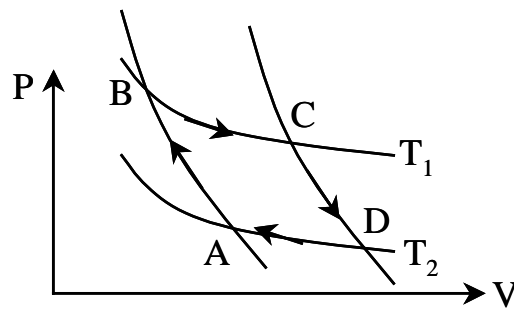
$$\varepsilon = \frac{W}{Q_1} \times 100\% = \frac{101}{1400} \times 100\% = 7\%$$

13.12 Mesin Carnot

Efisiensi mesin kalor yang dibuat hingga sekarang tidak terlampau tinggi. Hampir tidak ada mesin kalor yang dibuat dengan efisiensi di atas 50%. Pertanyaan berikutnya, berapakah efisiensi tertinggi yang dapat dimiliki mesin kalor?

Mesin kalor dengan efisiensi tertinggi adalah mesin Carnot, yang pertama kali dikaji oleh ilmuwan Prancis Sadi Carnot (1796-1832). Mesin Carnot memiliki siklus yang terdiri dari dua proses adiabatik dan dua proses isothermal. Proses AB dan CD adalah isobarik dan proses BC dan DA adalah isothermal. Kalor diserap dari reservoir bersuhu tinggi hanya pada proses BC dan kalor dibuang ke reservoir bersuhu rendah hanya pada proses DA. Efisiensi mesin Carnot adalah

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \times 100\% \quad (13.25)$$



Gambar 13.16 Siklus mesin Carnot

Mesin Carnot adalah mesin yang paling sempurna. Namun ,mesin ini tidak dapat dibuat. Mesin Carnot hanyalah mesin yang ada dalam teori. Dari persamaan (14.21) kita akan dapatkan bahwa efisiensi mesin Cernot sama dengan 100% jika $T_1 = \infty$ atau $T_2 = 0$. Tetapi suhu nol dan tak berhingga tidak dapat dihasilkan. Jadi, efisiensi mesin Carnot tidak mungkin mencapai seratus persen. Karena mesin Carnot merupakan mesin yang paling efisien, maka efisiensi mesin kalor umumnya berada jauh di bawah 100%. Penurunan efisiensi mesin Carnot ditempatkan di akhir bab ini

Contoh 13.9

Efisiensi sebuah mesin Carnot adalah 60%. Jika reservoir bersuhu rendah memiliki suhu 50 °C, berapakah suhu reservoir bersuhu tinggi?

Jawab

Diinformasikan di soal $\varepsilon = 60\%$, $T_2 = 50\text{ }^{\circ}\text{C} = 50 + 273 = 323\text{ K}$. $T_1 = \dots?$

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \times 100\%$$

$$60\% = \left(1 - \frac{323}{T_1}\right) \times 100\%$$

$$0,6 = \left(1 - \frac{323}{T_1}\right)$$

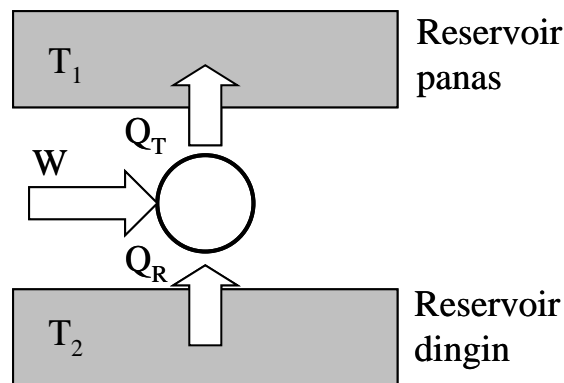
$$\frac{323}{T_1} = 1 - 0,6 = 0,4$$

atau

$$T_1 = 323/0,4 = 807,5 \text{ K}$$

13.13 Mesin Pendingin

Mesin pendingin memiliki arah aliran kalor yang berbeda dengan mesin kalor. Pada mesin pendingin, kalor mengalir dari reservoir bersuhu rendah menuju reservoir bersuhu tinggi. Proses ini hanya dapat berlangsung jika diberikan kerja dari luar, karena kalor tidak dapat mengalir secara spontan dari tempat bersuhu rendah ke tempat bersuhu tinggi. Dengan sistem aliran kalor semacam ini maka suhu reservoir dingin akan semakin dingin. Contoh mesin pendingin yang kalian kenal adalah kulkas dan AC. Kerja luar yang diberikan pada mesin ini adalah energi listrik PLN.



Gambar 13. 17 Diagram skematik mesin pendingin

Berdasarkan Gbr. 13.17 Q_R adalah kalor yang disedot dari reservoir dingin, Q_T kalor yang dibuang ke reservoir panas dan W kerja luar yang diberikan. Dengan hukum kekekalan energi maka berlaku

$$W = Q_T - Q_R \quad (13.26)$$

Mesin pendingin yang baik adalah yang dapat menyedot panas sebanyak-banyaknya dari reservoir dingin untuk jumlah kerja tertentu. Untuk itu didefinisikan *koefisien unjuk kerja* mesin pendingin sebagai berikut

$$\eta = \frac{Q_R}{W} \quad (13.27)$$

Makin besar koefisien unjuk kerja maka makin baik mesin tersebut, karena dengan kerja tertentu yang diberikan dapat menurunkan suhu lebih rendah.

Untuk mesin pendingin ideal (yang bekerja pada siklus Carnot) kita dapat mengungkapkan koefisien unjuk kerja sebagai berikut:

Efisiensi mesin Carnot (dinyatakan dalam desimal)

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

atau

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (13.28)$$

Koefisien unjuk kerja mesin pendingin dapat ditulis

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{Q_R}{W} = \frac{Q_T - W}{W} = \frac{Q_T}{W} - 1 = \frac{1}{\varepsilon} - 1 = \frac{T_1}{T_1 - T_2} - 1 = \frac{T_1 - (T_1 - T_2)}{T_1 - T_2} \\ &= \frac{T_2}{T_1 - T_2} \end{aligned} \quad (13.29)$$

Contoh 13.10

Suhu kumparan pendingin pada lemari es adalah -15°C sedangkan suhu reservoir pembuangan adalah 30°C . Berapakah koefisien unjuk kerja maksimum lemari es tersebut?

Jawab

Dengan menggunakan persamaan (13.29) maka koefisien performance maksimum adalah

$$\eta = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{-15 + 273}{(30 + 273) - (-15 + 273)} = 5,7$$

13.14 Pompa Panas

Pompa panas adalah alat yang digunakan untuk menghasilkan panas. Jika pompa panas bekerja maka suhu reservoir tinggi makin tinggi. Untuk itu pompa panas bekerja dengan menyedot kalor dari reservoir dingin dan membuangnya ke reservoir panas. Agar proses ini berlangsung maka diperlukan kerja luar. Contoh pompa panas

adalah pemanas ruangan, hair dryer, hand dryer, dan sebagainya.

Diagram pompa panas persis sama dengan mesin pendingin. Namun, yang menjadi perhatian kita pada pompa panas adalah kenaikan suhu reservoir panas. Sedangkan untuk mesin pendingin, yang menjadi perhatian kita adalah penurunan suhu reservoir dingin. Pompa panas yang baik adalah yang dalam menyerahkan kalor yang lebih besar ke reservoir panas. Untuk itu, unjuk kerja pompa panas didefinisikan sebagai

$$\eta = \frac{Q_T}{W} \quad (13.30)$$

dengan η koefisien unjuk kerja, Q_T kalor yang diserahkan reservoir bersuhu tinggi, dan W kerja yang diberikan

13.15 Hukum II Termodinamika

Telah kita bahas bahwa kalor dapat dimanfaatkan untuk menghasilkan kerja. Namun, ada batasan tentang cara pemanfaatan kalor tersebut. Batasan tersebut diungkapkan oleh hukum II termodinamika. Ada dua versi ungkapan hukum II termodinamika, yang ekuivalen satu sama lain. Jika ungkapan pertama benar maka ungkapan kedua benar, dan sebaliknya.

Pernyataan Kelvin-Planck

Tidak mungkin membuat mesin yang menyerap kalor dari reservoir panas dan mengubah seluruhnya menjadi kerja.

Konsekuensi pernyataan ini adalah tidak mungkin membuat mesin kalor yang memiliki efisiensi 100%.

Pernyataan Clausius

Tidak mungkin membuat mesin pendingin yang menyerap kalor dari reservoir bersuhu rendah dan membuang ke reservoir bersuhu tinggi tanpa bantuan kerja dari luar.

Pernyataan ini memiliki konsekuensi bahwa tidak mungkin merancang mesin pendingin sempurna dengan koefisien unjuk kerja ∞ .

13.16 Entropi

Kita sudah melihat dua pernyataan hukum II termodinamika yang ekuivalen, yaitu Kelvin-Planck dan Clausius. Namun, kedua pernyataan tersebut dapat digeneralisasi menjadi satu pernyataan dengan memperkenalkan terlebih dahulu besaran yang bernama entropi.

Entropi pertama kali diperkenalkan oleh Clausius tahun 1860. Menurut Clausius, suatu sistem yang melakukan proses reversibel (dapat dibalik arahnya) pada suhu konstan disertai penyerapan kalor Q mengalami perubahan entropi

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \quad (14.27)$$

dengan ΔS perubahan entropi, Q kalor yang diserap, dan T suhu proses.

Contoh 13.11

Sebuah kubus es yang bermassa 60 g dan suhu 0°C ditempatkan di dalam gelas. Setelah disimpan beberapa lama, setengah dari es tersebut telah mencair menjadi air yang bersuhu 0°C . Berapa perubahan entropi es/air? Diketahui kalor laten peleburan es adalah 80 kal/g.

Jawab

Massa es yang mencair $m = 30$ g. Kalor yang diperlukan untuk melebur es tersebut adalah $Q = mL = 30 \times 80 = 2400$ kal. Karena proses berlangsung pada suhu tetap $T = 0^\circ\text{C} = 273$ K maka perubahan entropi es/air adalah

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{2400}{273} = + 8,8 \text{ kal/K}$$

Dalam proses alamiah, perubahan entropi memenuhi persyaratan-persyaratan berikut ini

- Untuk sistem yang terisolasi, perubahan entropi semua proses memenuhi

$$\Delta S > 0$$

- Untuk sistem yang tidak terisolasi, perubahan entropi total, yaitu jumlah entropi sistem dan lingkungan selalu positif,

$$\Delta S = \Delta S_{\text{sis}} + \Delta S_{\text{ling}} > 0$$

Dengan menggunakan konsep entropi, hukum ke II termodinamika berbunyi

Pada setiap proses alamiah, entropi total sistem dan lingkungan selalu mengalami pertambahan.

13.17 Penurunan Efisiensi Mesin Carnot

Di akhir bab ini kita akan menurunkan persamaan efisiensi mesin Carnot. Untuk maksud tersebut kita mengacu kepada silus Carnot seperti pada Gbr 13.16. Kita mencari kalor dan kerja yang dilakukan pada masing-masing ruas siklus.

Proses A-B adalah adiabatik sehingga $Q_{AB} = 0$

Dengan hukum I termodinamika maka

$$\begin{aligned} W_{AB} &= \Delta U_{AB} \\ &= C_v(T_1 - T_2) \end{aligned}$$

Proses B-C adalah isothermal sehingga $\Delta U_{BC} = 0$

$$W_{BC} = - \int_{V_B}^{V_C} P dV$$

Dengan menggunakan persamaan gas ideal $PV = nRT$ dan mengingat proses B-C berlangsung secara isothermal pada suhu T_1 maka kita dapat menulis

$$W_{BC} = - \int_{V_B}^{V_C} \left(\frac{nRT_1}{V} \right) dV = -nRT_1 \int_{V_B}^{V_C} \frac{dV}{V} = -nRT_1 \ln \frac{V_C}{V_B}$$

Karena $\Delta U_{BC} = 0$ maka

$$Q_{BC} = -W_{BC} = nRT_1 \ln \frac{V_C}{V_B}$$

Pada proses ini nilai Q_{BC} positif sehingga kalor diserap masuk ke dalam mesin.

Proses C-D adalah adiabatik sehingga $Q_{CD} = 0$ dan

$$\begin{aligned} W_{CD} &= \Delta U_{CD} \\ &= C_v(T_2 - T_1) \end{aligned}$$

Proses D-A adalah isothermal sehingga $\Delta U_{DA} = 0$ dan

$$W_{DA} = - \int_{V_B}^{V_A} \left(\frac{nRT_2}{V} \right) dV = -nRT_2 \int_{V_D}^{V_A} \frac{dV}{V} = -nRT_2 \ln \frac{V_A}{V_D}$$

Karena $\Delta U_{DA} = 0$ maka

$$Q_{DA} = -W_{DA} = nRT_2 \ln \frac{V_A}{V_D} = -nRT_2 \ln \frac{V_D}{V_A}$$

Pada proses ini nilai Q_{DA} negatif sehingga kalor keluar dari mesin.

Efisiensi mesin Carnot adalah

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 1 - \frac{\text{besar kalor keluar}}{\text{besar kalor masuk}} \\ &= 1 - \frac{|Q_{DA}|}{|Q_{BC}|} = 1 - \frac{nRT_2 \ln(V_D/V_A)}{nRT_1 \ln(V_C/V_B)} = 1 - \frac{T_2 \ln(V_D/V_A)}{T_1 \ln(V_C/V_B)} \end{aligned}$$

Selanjutnya kita gunakan persamaan adiabatik untuk proses A-B dan C-D. Hubungan antara tekanan dan volum memenuhi

$$P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$$

$$P_D V_D^\gamma = P_C V_C^\gamma$$

Bagi masing-masing dua ruas persamaan sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{P_A V_A^\gamma}{P_D V_D^\gamma} &= \frac{P_B V_B^\gamma}{P_C V_C^\gamma} \\ \frac{(P_A V_A) V_A^{\gamma-1}}{(P_D V_D) V_D^{\gamma-1}} &= \frac{(P_B V_B) V_B^{\gamma-1}}{(P_C V_C) V_C^{\gamma-1}} \\ \frac{P_A V_A}{P_D V_D} \frac{V_A^{\gamma-1}}{V_D^{\gamma-1}} &= \frac{P_B V_B}{P_C V_C} \frac{V_B^{\gamma-1}}{V_C^{\gamma-1}} \end{aligned}$$

Karena proses B-C berlangsung secara isothermal maka $P_B V_B = P_C V_C$ dan karena proses D-A berlangsung secara isothermal pula maka $P_D V_D = P_A V_A$. Dengan demikian kita peroleh

$$\begin{aligned} \frac{V_A^{\gamma-1}}{V_D^{\gamma-1}} &= \frac{V_B^{\gamma-1}}{V_C^{\gamma-1}} \\ \left(\frac{V_A}{V_D} \right)^{\gamma-1} &= \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^{\gamma-1} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{V_A}{V_D}\right) = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)$$

$$\ln\left(\frac{V_A}{V_D}\right) = \ln\left(\frac{V_B}{V_C}\right)$$

Dengan demikian, efisiensi mesin Carnot menjadi

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Soal dan Penyelesaian

1)(a) Sebanyak 2500 J kalor ditambahkan pada suatu sistem. Pada saat bersamaan, sistem melakukan kerja 1800 J. Berapa perubahan energi dalam sistem? (b) Berapa perubahan energi dalam sistem jika 2500 J kaloe ditambahkan ke dalam sistem dan lingkungan juga melakukan kerja pada sistem sebesar 1800 J?

Jawab

a) Kalor masuk pada sistem sehingga $Q = 2\,500\text{ J}$. Sistem melakukan kerja sehingga $W = -1\,800\text{ J}$. Dengan hukum I termodinamika

$$\Delta U = Q + W = 2\,500 + (-1\,800) = 700\text{ J}$$

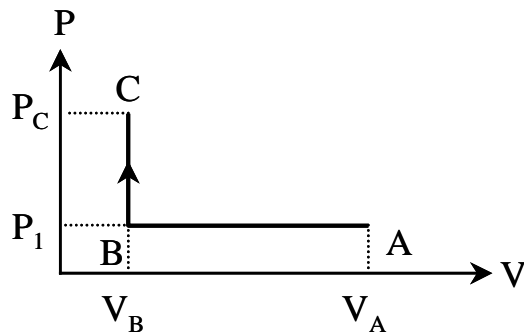
b) Kalor masuk pada sistem sehingga $Q = 2\,500\text{ J}$. Lingkungan melakukan kerja pada sistem sehingga $W = 1\,800\text{ J}$. Dengan hukum I termodinamika

$$\Delta U = Q + W = 2\,500 + 1\,800 = 4\,300\text{ J}$$

2) Gas ideal ditekan perlahan-lahan pada tekanan konstant 2,0 atm sehingga volumenya berubah dari 10,0 L menjasi 2,0 L. Pada proses ini gas mengalami penurunan suhu. Kemudian gas dipanaskan pada volum konstant sehingga suhu gas kembali sama dengan suhu awal. (a) Tentukan kerja total yang dilakukan gas. (b) Tentukan kalor total yang mengalir masuk ke dalam gas.

Jawab

Proses yang berlangsung tampak pada Gbr 13.18



Gambar 13.18

Berdasarkan informasi soal maka $P_A = P_B = 2 \text{ atm} = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$, $V_A = 10 \text{ L} = 10^{-2} \text{ m}^3$, dan $V_B = 2 \text{ L} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. Misalkan pada keadaan A, suhu gas T_A . Karena proses AB berlangsung secara isobarik maka kerja adalah

$$W_{AB} = -P_A(V_B - V_A) = -2 \times 10^5 \times (2 \times 10^{-3} - 10^{-2}) = 1600 \text{ J}$$

Karena proses BC berlangsung secara isokhorik, maka kerja $W_{BC} = 0$. Kerja total selama proses AC memenuhi

$$W_{AC} = W_{AB} + W_{BC} = 1600 + 0 = 1600 \text{ J}$$

Suhu $T_C = T_A$. Karena energi dalam hanya bergantung pada suhu, maka energi dalam di A dan di C sama, sehingga $\Delta U_{AC} = U_C - U_A = 0$. Dengan menggunakan hukum I termodinamika, kita peroleh

$$Q = \Delta U - W = 0 - 1600 = -1600 \text{ J}$$

3) Dalam sebuah mesin, gas sebanyak 0,25 mol mengembang dengan cepat secara adiabatik dalam silinder. Dalam proses tersebut, suhu turun dari 1150 K menjadi 400 K. Berapa kerja yang dilakukan gas? Anggap pada suhu tersebut, kapasitas kalor gas memenuhi $C_V = (3/2)nR$.

Jawab

Perubahan energi dalam gas

$$\Delta U = C_V \Delta T = \frac{3}{2} n R (T_f - T_i) = \frac{3}{2} \times 0,25 \times 8,315 \times (400 - 1150) = -2300 \text{ J}$$

Karena proses berlangsung adiabatic maka $Q = 0$. Dengan menggunakan hukum I termodinamika maka kerja yang dilakukan system pada gas

$$W = \Delta U - Q = -2300 - 0 = -2300 \text{ J}$$

Kerja yang dilakukan gas pada sistem adalah 2300 J (negatif dari kerja yang dilakukan system pada gas).

4) Tentukan perubahan energi dalam 1,0 L air yang diuapkan pada suhu 100 °C dan tekanan atmosfer sehingga seluruhnya menjadi uap yang memiliki volum 1681 L dan suhu 100 °C. Diketahui kalor laten penguapan air adalah $L_v = 2,26 \times 10^6 \text{ J/kg}$.

Jawab

Volum air $V_i = 1 \text{ L} = 0,001 \text{ m}^3$. Massa air $m = \rho V = 1000 \times 10^{-3} = 1 \text{ kg}$. Volum uap $V_f = 1671 \text{ L} = 1,671 \text{ m}^3$. Tekanan $P = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$. Kalor yang diserap $Q = m L_v = 1 \times 2,26 \times 10^6 = 2,26 \times 10^6 \text{ J}$. Kerja yang dihasilkan

$$W = -P\Delta V = -P(V_f - V_i) = -10^5 \times (1,671 - 0,001) = -1,7 \times 10^5 \text{ J}$$

Dengan hukum I termodinamika maka

$$\Delta U = Q + W = 2,26 \times 10^6 - 1,7 \times 10^5 = 2,1 \times 10^6 \text{ J}.$$

5) Berapakah efisiensi maksimum sebuah mesin panas yang bekerja antara reservoir bersuhu 20 °C dan 100 °C. Mesin tersebut menghasilkan kerja dengan daya 1 kW. Berapa laju penyerapan energi dari reservoir panas?

Jawab

Efisiensi maksimum tercapai jika mesin bekerja berdasarkan siklus Carnot. Efisiensi tersebut adalah

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \times 100\% = \left(1 - \frac{273 + 20}{273 + 100}\right) \times 100\% = 21\%$$

Daya yang dihasilkan mesin 1 kW = 1000 J/s. Dengan demikian, selama 1 detik, mesin melakukan kerja $W = 1000 \text{ J}$. Kalor yang diserap dari reservoir panas selama 1 detik, yaitu Q_T memenuhi

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_T}$$

atau

$$Q_T = \frac{W}{\varepsilon} = \frac{1000}{0,21} = 4\,800 \text{ J.}$$

Jadi kalor yang diserap dari reservoir panas selama satu detik adalah 4 800 J. Atau laju penyerapan kalor dari reservoir panas adalah 4 800 Watt = 4,8 kW.

6) Sebuah pabrik pembuat mesin mengklaim sebagai berikut. Energi input ke mesin per detik adalah 9,9 kJ pada suhu 375 K. Energi output per sekon adalah 4,0 kJ pada suhu 225 K. Apakah kalian percaya dengan klaim tersebut?

Jawab

Berdasarkan klaim yang ada di soal, efisiensi mesin adalah

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_T} \times 100\% = \frac{Q_T - Q_R}{Q_T} \times 100\% = \frac{9,9 - 4,0}{9,9} \times 100\% = 60\%$$

Berdasarkan hukum termodinamika, efisiensi maksimum yang dapat dimiliki mesin adalah apabila mesin tersebut bekerja berdasarkan siklus Carnot. Efisiensi maksimum mesin tersebut adalah

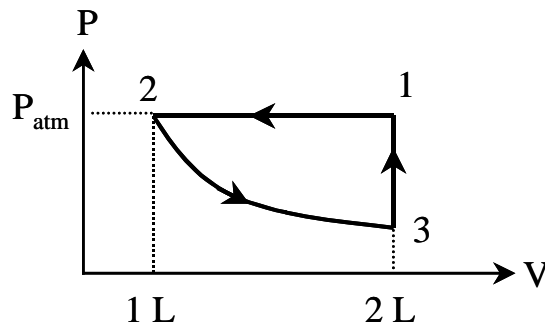
$$\varepsilon = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \times 100\% = \left(1 - \frac{225}{375}\right) \times 100\% = 40\%$$

Tampak bahwa klaim pabrik pembuat mesin melanggar hukum termodinamika. Artinya, klaim pabrik pembuat mesin hanya bohong belaka.

7) Gambarkan diagram P - V proses berikut ini: 2,0 L gas ideal didinginkan pada tekanan atmosfer hingga mencapai volum 1,0 L kemudian dikembangkan secara isothermal sehingga mencapai volum awal 2,0 L. Terakhir, tekanan diperbesar pada volum konstan sehingga dicapai keadaan awal.

Jawab

Diagram proses tampak pada Gambr 13.19



Gambar 13.19

8) Dalam sebuah mesin, gas ideal ditekan secara adiabatik sehingga volumenya menjadi setengahnya. Pada proses tersebut, sebanyak 1359 J kerja dilakukan pada gas. (a) Berapa banyak kalor yang mengalir masuk atau keluar gas? (b) Berapa perubahan energi dalam gas? (c) Apakah suhu naik atau turun?

Jawab

Usaha dilakukan lingkungan pada gas, maka nilainya positif, arau $W = 1359 \text{ J}$

(a) Karena proses berlangsung adiabatik maka $Q = 0$

(b) Dengan hukum I termodinamika, maka perubahan energi dalam gas adalah $\Delta U = W + Q = 1359 + 0 = 1359 \text{ J}$

(c) Karena $\Delta U = C_V (T_{akhir} - T_{awal})$ dan mengingat ΔU positif, maka $T_{akhir} > T_{awal}$, atau suhu gas bertambah selama proses.

9) Suhu pembuangan sebuah mesin adalah 230°C . Berapakah suhu reservoir bersuhu tinggi agar efisiensi Carnot adalah 28 persen?

Jawab

Efisiensi Carnot memenuhi

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \times 100\%$$

$$28\% = \left(1 - \frac{543}{T_1}\right) \times 100\%$$

$$\left(1 - \frac{543}{T_1}\right) = 0,28$$

atau

$$T_1 = \frac{543}{1 - 0,28} = 754 \text{ K} = 481 \text{ }^\circ\text{C}$$

10) Sebuah pembangkit tenaga nuklir bekerja dengan efisiensi 75% dari efisiensi maksimum Carnot yang bekerja antara suhu 600 °C dan 350 °C. Jika pembangkit tenaga tersebut menghasilkan energi dengan laju 1,3 GW, berapa laju pembuangan kalor per jam?

Jawab

Efisiensi mesin Carnot

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \times 100\% = \left(1 - \frac{350 + 273}{600 + 273}\right) \times 100\% = 29\%$$

Efisiensi pembangkit tenaga nuklir $\varepsilon' = 0,75\varepsilon = 0,75 \times 29\% = 22\%$

Karena daya 1,3 Giga Watt maka energi yang dihasilkan per detik adalah

$$W = 1,3 \text{ GJ} = 1,3 \times 10^9 \text{ J}$$

Efisiensi dapat ditulis

$$\varepsilon' = \frac{W}{Q_T} = \frac{W}{W + Q_R}$$

Dengan demikian, kalor yang dibuang ke reservoir suhu rendah per detik adalah

$$Q_R = \frac{W}{\varepsilon'} - W = \frac{1,3 \times 10^9}{0,22} - 1,3 \times 10^9 = 4,6 \times 10^9 \text{ J}$$

Kalor yang dibuang per jam $= 3600 \times Q_R = 3600 \times 4,6 \times 10^9 = 1,7 \times 10^{13} \text{ J} = 17 \text{ TJ}$

11) Jika sebuah lemari es dapat mempertahankan suhu di dalamnya sebesar $-15 \text{ }^\circ\text{C}$

sedangkan suhu ruangan 22 °C, berapakah koefisien unjuk kerja lemari es tersebut?

Jawab

Koefisien performance maksimum adalah

$$\eta = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{-15 + 273}{(22 + 273) - (-15 + 273)} = 7$$

12) Sebuah mesin kalor memiliki efisiensi 35%. Jika mesin kalor tersebut dioperasikan dalam arah terbalik sehingga menjadi pompa panas, berapakah koefisien unjuk kerjanya?

Jawab

Diberikan

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_T} = 35\% = 0,35$$

Koefisien unjuk kerja pompa panas

$$\eta = \frac{Q_T}{W} = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{0,35} = 2,86$$

Soal Latihan

- 1) Sebuah mesin kalor melakukan 7200 J kerja dalam setiap siklus ketika menyerap kalor dari reservoir bersuhu tinggi sebesar 12,0 kJ. Berapakah efisiensi mesin?
- 2) Sebanyak 1,0 L udara dengan tekanan 6,5 atm mengalami pemuaian isothermal sehingga tekanannya menjadi 1,0 atm. Gas tersebut kemudian ditekan pada tekanan tetap sehingga volumenya kembali ke volum semula. Terakhir, gas dikembalikan ke keadaan semula dengan melakukan pemanasan pada volum tetap. Gambarkan proses tersebut dalam diagram PV.
- 3) Satu liter air didinginkan pada tekanan tetap hingga volumenya menjadi setengah. Kemudian udara tersebut dikembangkan secara isothermal sehingga mencapai volum mula-mula. Gambarkan proses dalam diagram PV.
- 4) Sebuah piston yang memiliki volum 1000 cm³ mengandung gas bertekanan $1,1 \times 10^5$ Pa. Gas mengembang pada suhu tetap sehingga volumenya bertambah 10%. (a) Berapa kerja yang dihasilkan dalam proses tersebut? (b) Berapa kalor yang harus diserap oleh gas dari lingkungan dalam proses tersebut?
- 5) Sebuah piston mengandung 0,05 mol gas ideal pada suhu 27 °C. Tekanan gas adalah 10^5 Pa. a) Berapa volum silinder? (b) Berapakah energi dalam gas tersebut?

Kemudian gas dipanaskan hingga suhunya mencapai 77°C sehingga volum piston bertambah pada tekanan konstan. (c) berapakah perubahan energi dalam gas? (d) berapakah kerja yang dilakukan oleh gas? (e) berapa energi kalor yang diserap gas dari lingkungannya?

- 6) Sebuah mesin Carnot menghasilkan kerja dengan laju (daya) 440 kW saat menyerap panas sebanyak 680 kkal per detik dari reservoir panas ($1\text{ kal} = 4,186\text{ J}$). Jika suhu reservoir panas 570°C , berapakah suhu reservoir dingin?
- 7) Sebuah mesin kalor menggunakan sumber panas 550°C dan menghasilkan efisiensi maksimum (Carnot) sebesar 30 persen. Berapakah suhu sumber panas agar efisiensi meningkat menjadi 40 persen?
- 8) Sebuah mesin panas membuang kalor pada reservoir yang bersuhu 350°C dan menghasilkan efisiensi Carnot 39 persen. Berapakah suhu reservoir suhu rendah agar efisiensi meningkat menjadi 50 persen?
- 9) Pendingin pada sebuah restoran memiliki koefisien unjuk kerja 5,0. Jika suhu ruangan di dapur adalah 29°C , berapakah suhu terendah yang dapat dicapai dalam ruang pendingin jika dianggap pendingin tersebut ideal?
- 10) Sebuah pompa panas digunakan untuk mempertahankan suhu ruangan tetap 22°C . Berapa banyak kerja yang diperlukan untuk memberikan kalor sebesar 2800 J ke dalam ruangan jika suhu di luar ruangan adalah (a) 0°C , (b) -15°C . Anggap pompa panas menggunakan siklus Carnot.

Bab 10

Teori Relativitas Khusus

Era fisika modern ditandai dengan lahirnya teori kuantum dan teori relativitas khusus pada awal abad 20. Dalam fisika modern, cara kita menjelaskan fenomena alam berbeda dengan fisika klasik, khususnya ketika kita akan menjelaskan fenomena yang melibatkan partikel sub atomic serta partikel yang bergerak dengan laju mendekati laju cahaya. Khusus untuk menjelaskan peristiwa yang melibatkan gerakan mendekati laju cahaya, hukum mekanika Newton ternyata gagal. Kita perlu membangun suatu metode baru untuk menjelaskan fenomena tersebut, dan itu yang dilakukan Einstein dengan teori relativitas khusus. Pada bab ini kita akan mempelajari secara singkat ide-ide yang terkandung dalam teori relativitas khusus yang diperkenalkan Einstein tahun 1905.

14.1 Transformasi Galileo

Kita membayangkan mengamati kondisi berikut ini. Sebuah kereta api bergerak dalam arah x dengan kecepatan u . Dalam kereta ada seorang penumpang yang sedang berjalan dalam arah x juga dengan kecepatan v terhadap kereta. Di tepi jalan ada seorang pengamat yang melihat gerakan kereta api maupun penumpang dalam kereta. Kecepatan penumpang yang sedang berjalan diukur dari tanah menurut pengamat di tanah hanyalah penjumlahan kedua kecepatan di atas, atau

$$w = u + v \quad (14.1)$$

dengan w kecepatan penumpang terhadap tanah. Jika penumpang dalam kereta berjalan dalam arah berlawanan arah gerak kereta dengan kecepatan v terhadap kereta (arah $-x$), maka menurut pengamat di tanah, kecepatan penumpang ini terhadap tanah adalah

$$w = u - v \quad (14.2)$$

Misalkan posisi penumpang dalam kereta yang diukur oleh pengamat di tanah adalah x dan yang diukur oleh pengamat di kereta adalah x' maka

$$w = \frac{dx}{dt} \quad (14.3)$$

$$v = \frac{dx'}{dt} \quad (14.4)$$

Dengan demikian, persamaan (14.1) dapat ditulis menjadi

$$\frac{dx}{dt} = u + \frac{dx'}{dt} \quad (14.5)$$

Dan persamaan (14.2) dapat ditulis menjadi

$$\frac{dx}{dt} = u - \frac{dx'}{dt} \quad (14.6)$$

Dengan melakukan integral persamaan (14.5) dan (14.6) terhadap waktu didapatkan

$$x = ut + x' \quad (14.7)$$

untuk penumpang yang bergerak dalam arah yang sama dengan kereta dan

$$x = ut - x' \quad (14.8)$$

untuk penumpang yang bergerak dalam arah yang berlawanan dengan kereta. Bentuk penjumlahan pada persamaan (14.8) dan (14.9) dikenal dengan transformasi Galileo. Dan transformasi ini tampak nyata dalam kehidupan sehari-hari.

Apa yang terjadi andaikan penumpang yang berjalan diganti dengan berkas cahaya? Dengan menggunakan persamaan (14.1) dan (14.2) maka berkas cahaya yang bergerak searah gerakan kereta akan diamati oleh pengamat di tanah memiliki kecepatan $w_1 = u + c$ terhadap tanah. Dan berkas yang bergerak berlawanan arah gerak kereta diamati pengamat di tanah memiliki kecepatan $w_2 = u - c$ terhadap tanah. Tampak $w_1 \neq w_2$. Dengan kata lain kecepatan cahaya dalam dua arah tidak sama. Ini bertentangan dengan pengamatan Michelson dan Morley bahwa kecepatan cahaya harus sama ke segala arah. Dengan demikian, transformasi Galileo tidak dapat diterapkan untuk cahaya. Kalau begitu transformasi yang bagaimanakah yang dapat dipakai?

Albert Einstein mengusulkan suatu bentuk penjumlahan kecepatan yang lebih umum. Menurut pengamatan di tanah, kecepatan penumpang yang berjalan searah kereta bukan $w = u + v$, tetapi

$$w = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}} \quad (14.9)$$

Dan kecepatan penumpang yang sedang berjalan dalam arah berlawanan dengan arah gerak kereta menurut pengamatan di tanah bukan $w = u - v$, tetapi

$$w = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} \quad (14.10)$$

Kelihatannya jadi rumit ya? Jawabnya ya, lebih rumit. Tetapi harus diterima karena ternyata dapat menjelaskan penjumlahan kecepatan untuk semua kecepatan. Mari kita lihat.

Kecepatan cahaya dalam ruang hampa adalah $c = 3 \times 10^8$ m/s. Kecepatan kereta api umumnya sekitar $u = 100$ km/jam $= 100 \times 1000$ m/3600 s $= 27.8$ m/s. Kecepatan jalan penumpang katakanlah $v = 5$ km/jam $= 5 \times 1000$ m/3600 s $= 1.4$ m/s. Dengan demikian $uv/c^2 = 27.8 \times 1.4 / (3 \times 10^8)^2 = 4.3 \times 10^{-16}$. Nilai ini jauh lebih kecil dari satu sehingga penyebut dalam persamaan penjumlahan Einstein dapat dianggap satu. Dengan demikian, persamaan penjumlahan Einstein kembali ke bentuk penjumlahan Galileo. Dan untuk kecepatan-kecepatan yang biasa kita jumpai sehari-hari, termasuk kecepatan planet-planet mengitari matahari, penyebut pada persamaan penjumlahan Einstein masih mendati satu, yang berarti hasil perhitungan dengan persamaan penjumlahan kecepatan Einstein dan Galileo sama. Penyebut dalam persamaan penjumlahan Einstein menyimpang dari nilai satu ketika kecepatan yang dijumlahkan mendekati kecepatan cahaya. Misalkan ada sebuah atom bergerak dengan kecepatan $u = 0.5c$ (yaitu setengah dari kecepatan cahaya). Atom tersebut tiba-tiba memancarkan electron dalam arah gerak atom dengan kecepatan $v = 0.7c$ terhadap atom.

Apabila menggunakan transformasi Galileo, maka kecepatan electron terhadap tanah adalah $w = u + v = 0.5c + 0.7c = 1.2c$. Tetapi dengan menggunakan penjumlahan kecepatan Einstein, maka kecepatan electron terhadap tanah adalah

$$w = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}} = \frac{0.5c + 0.7c}{1 + \frac{0.5c \times 0.7c}{c^2}} = \frac{1.2c}{1 + 0.35} = \frac{1.2c}{1.35} = 0.89c$$

Tampak bahwa nilai kecepatan yang dihitung dengan persamaan Einstein lebih rendah daripada yang dihitung dengan transformasi Galileo.

Jika penumpang diganti dengan berkas cahaya, atau $v = c$ maka kecepatan berkas cahaya yang merambat searah kereta menurut pengamat di tanah adalah

$$w_1 = \frac{u + c}{1 + \frac{uc}{c^2}} = \frac{u + c}{1 + \frac{u}{c}} = \frac{u + c}{\frac{1}{c}(c + u)} = c$$

Dan kecepatan cahaya yang merambat dalam arah berlawanan dengan kereta adalah

$$w_2 = \frac{u - c}{1 - \frac{uc}{c^2}} = \frac{u - c}{1 - \frac{u}{c}} = \frac{u - c}{\frac{1}{c}(c - u)} = -\frac{c - u}{\frac{1}{c}(c - u)} = -c$$

yaitu persis sama dengan kecepatan cahaya yang merambat searah kereta, hanya arahnya berlawanan. Hasil ini semuailah dengan hasil pengamatan Michelson dan Morley bahwa kecepatan cahaya ke segala arah sama, tidak dipengaruhi oleh gerak sumber maupun pengamat

Contoh 14.1

Sebuah pesawat bergerak ke kanan dengan kecepatan $0,3c$ terhadap bumi. Pesawat kedua bergerak ke kiri dengan kecepatan $0,8c$ terhadap bumi. Berapa kecepatan pesawat pertama terhadap pesawat kedua?

Jawab

Informasi yang diberikan soal adalah $v_1 = +0,3c$ dan $v_2 = -0,8c$. Jika kita menggunakan penjumlahan kecepatan Galileo, kecepatan pesawat pertama terhadap pesawat kedua adalah $v_{12} = v_1 - v_2$. Tetapi penjumlahan ini salah untuk kecepatan-kecepatan yang besar. Kita harus menggunakan penjumlahan kecepatan Einstein, yaitu

$$v_{12} = \frac{v_1 - v_2}{1 - \frac{v_1 v_2}{c^2}} = \frac{+0,3c - (-0,8c)}{1 - \frac{(+0,3c)(-0,8c)}{c^2}} = \frac{1,1c}{1 + 0,24} = 0,89c$$

Contoh 14.2

Pesawat A bergerak ke kanan dengan kecepatan $0,5c$ terhadap bumi. Pesawat B bergerak terhadap pesawat pertama dengan kecepatan $0,7c$ ke kanan. Berapa kecepatan pesawat kedua terhadap bumi?

Jawab

Informasi dari soal adalah $v_A = + 0,5c$ dan $v_{BA} = + 0,7c$. Yang ditanyakan adalah $v_B = \dots$? Jika menggunakan transformasi Galileo kita dapatkan rumus $v_B = v_A + v_{BA}$. Namun dengan menggunakan penjumlahan Einstein kita dapatkan nilai yang benar, yaitu

$$v_B = \frac{v_A + v_{BA}}{1 + \frac{v_A v_{BA}}{c^2}} = \frac{0,5c + 0,7c}{1 + \frac{(0,5c)(0,7c)}{c^2}} = \frac{1,2c}{1 + 0,35} = 0,89c$$

14.2 Transformasi Lorentz

Mari kita pandang tanah sebagai sebuah kerangka acuan yang dinyatakan dengan posisi x dan waktu t . Kita pandang kereta sebagai kerangka acuan lain dengan variable posisi x' dan waktu t' , yang bergerak relatif terhadap kerangka acuan x . Karena v adalah kecepatan penumpang terhadap kereta (kerangka acuan x') maka dapat ditulis

$$v = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} \quad (14.11)$$

Karena w adalah kecepatan penumpang di kereta diukur dari tanah (kerangka acuan x) maka dapat ditulis

$$w = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (14.12)$$

Dengan demikian, persamaan (14.9) dapat kita tulis

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{u + \frac{\Delta x'}{\Delta t'}}{1 + \frac{u}{c^2} \frac{\Delta x'}{\Delta t'}} \quad (14.13)$$

Kalikan sisi kanan persamaan (14.13) dengan $\Delta t' / \Delta t'$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{u \Delta t' + \Delta x'}{\Delta t' + \frac{u \Delta x'}{c^2}} \quad (10.14)$$

Hubungan di atas dapat ditulis dalam dua persamaan terpisah

$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + u\Delta t') \quad (14.15)$$

dan

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{u\Delta x'}{c^2}\right) \quad (14.16)$$

dengan γ adalah faktor yang bergantung pada laju relatif kerangka acuan x terhadap kerangka acuan x' . Agar kecepatan cahaya sama ke segala arah, maka bentuk kebergantungan γ terhadap kecepatan haruslah

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (14.17)$$

Akhirnya kita dapatkan hubungan

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + u\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (14.18)$$

dan

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + u\Delta x'/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (14.19)$$

Hubungan (14.18) dan (14.19) dikenal dengan transformasi Lorentz.

10.3 Kontraksi Lorentz

Apakah kontraksi Lorentz itu? Yaitu penyusutan panjang benda akibat gerak relatif benda itu terhadap pengamat. Misalnya, panjang kereta api menurut orang di tanah (yang bergerak relatif terhadap kereta) lebih pendek daripada menurut penumpang kereta (diam terhadap kereta). Hubungan panjang menurut dua pengamatan tersebut

dapat diturunkan sebagai berikut.

Misalkan panjang kereta menurut pengamat di kereta (diam terhadap kereta) adalah L_o maka

$$\Delta x' = L_o \quad (14.20)$$

Barapa panjang yang diukur oleh pengamat di tanah (bergerak terhadap kereta)? Pengamat di tanah harus mencatat secara serentak posisi dua ujung kereta. Jika tidak dicatat serentak maka panjang kereta yang diukur salah. Misalnya sekarang mencatat posisi ekor kereta dan diperoleh nilai $x = 100$ m. Beberapa menit kemudian dicatat posisi hidung kereta dan diperoleh nilai 3100 m. Maka pengamat tersebut mengatakan panjang keketa adalah $3100 - 100 = 3000$ m. Jelas ini hasil yang salah karena setelah menunggu beberapa menit, kereta sudah bergerak maju dan pada saat hidung kereta pada posisi 3100 m mungkin ekornya sudah berada pada posisi yang lain (bukan 100 m lagi). Hasil yang tepat akan diperoleh jika dua posisi diukur dalam waktu yang sama sehingga selisih kedua posisi tersebut benar-benar merupakan panjang kereta. Dengan kata lain, pengamat di tanah harus mengukur panjang kereta dengan menerapkan $\Delta t = 0$. Misalkan panjang yang tercatat adalah L maka

$$\Delta x = L \quad (14.21)$$

Dengan memasukkan $\Delta t = 0$ pada persamaan (14.19) kita peroleh

$$0 = \frac{\Delta t' + u \Delta x' / c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

atau

$$\Delta t' = -\frac{u \Delta x'}{c^2} \quad (14.22)$$

Substitusi persamaan (14.22) ke dalam persamaan (14.18) diperoleh

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + u \left(-\frac{u \Delta x'}{c^2} \right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\Delta x' - \frac{u^2}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\Delta x' \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \Delta x' \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

Karena $\Delta x' = L_o$ dan $\Delta x = L$ maka

$$L = L_o \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \quad (14.23)$$

atau

$$\left(\begin{array}{cc} \text{panjang} & \text{menurut} \\ \text{pengamat} & \text{bergerak} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \text{panjang} & \text{menurut} \\ \text{pengamat} & \text{diam} \end{array} \right) \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \quad (14.24)$$

Yang dimaksud pengamat bergerak dalam ungkapan persamaan (14.24) adalah pengamat yang bergerak terhadap benda yang sedang diamati. Dan yang dimaksud pengamat diam adalah pengamat yang diam terhadap benda yang diamati.

- 1) Jika yang diamati adalah panjang gedung maka yang menjadi pengamat diam adalah pengamat yang ada di tanah dan pengamat bergerak adalah pengamat yang sedang naik kereta api, mobil, atau pesawat.
- 2) Jika yang diamati adalah panjang pesawat jet yang sedang terbang maka yang dimaksud pengamat diam adalah pilot, pramugari, atau penumpang pesawat. Dan pengamat bergerak misalnya adalah orang di tanah.

Contoh 14.3

Menurut pilot, panjang pesawat adalah 20 m. Berapa panjang pesawat tersebut menurut orang di bumi jika pesawat bergerak dengan laju $0,6c$?

Jawab

Di sini pilot berfungsi sebagai pengamat diam dan orang di bumi sebagai pengamat bergerak. Jadi $L_o = 20$ m dan $u = 0,6c$. Dengan menggunakan persamaan (14.23) maka

$$L = L_o \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = 20 \times \sqrt{1 - \frac{(0,6c)^2}{c^2}} = 20 \times \sqrt{1 - 0,36} = 20 \times \sqrt{0,64} = 16 \text{ m}$$

Contoh 14.4

Sebuah kereta api supercepat memiliki panjang 150 m. Kereta tersebut bergerak dengan kecepatan 360 km/jam melintasi sebuah stasiun. Berapa panjang kereta menurut pengamat yang duduk di stasiun?

Jawab

Pengamat di stasiun adalah pengamat yang bergerak terhadap kereta. Jadi yang dia ukur adalah L . Panjang kereta dalam soal adalah panjang menurut pengamat diam, yaitu $L_o = 150$ m. Kecepatan kereta $v = 360$ km/jam $= 360\,000$ m/3 600 s $= 100$ m/s. Dengan demikian

$$L = L_o \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = 150 \times \sqrt{1 - \frac{(100)^2}{(3 \times 10^8)^2}} = 150 \times \sqrt{1 - 1,11 \times 10^{-13}}$$

Kita gunakan pendekatan binomial yaitu untuk x yang jauh lebih kecil dari satu terpenuhi

$$\sqrt{1-x} = 1 - \frac{1}{2}x.$$

Pada hasil di atas, $x = 1,11 \times 10^{-13}$. Dengan demikian

$$L = 150 \times \left(1 - \frac{1}{2} \times 1,11 \times 10^{-13}\right) = 150 \text{ m}$$

Pengamat di stasiun juga mengamati panjang kereta yang hampir sama dengan menurut pengamat di kereta. Selisihnya hanya sekitar $8,3 \times 10^{-12}$ m. Nilai yang sama ini terjadi karena kcepatan kereta jauh lebih kecil daripada kecepatan cahaya. Perubahan panjang baru teramati jika kecepatan benda mendekati kecepatan cahaya.

10.4 Dilatasi Waktu

Lampu kereta api berada pada posisi tetap di dalam kereta. Atau nilai x' untuk lampu selalu tetap. Misalkan lampu berpendar dua kali berturut-turut. Misalkan menurut penumpang kereta (yang diam terhadap lampu) selang waktu pendaran tersebut adalah T_o maka di dalam persamaan (14.19)

$$\Delta t' = T_o \quad (14.25)$$

Karena nilai x' untuk lampu tetap maka $\Delta x' = 0$. Menurut pengamat di tanah yang bergerak relatif terhadap lampu, selang waktu tersebut adalah T maka

$$\Delta t = T \quad (14.26)$$

Dengan memasukkan $\Delta x' = 0$ ke dalam persamaan (14.19) didapat

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + 0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Karena $\Delta t' = T_o$ dan $\Delta t = T$ maka dapat ditulis

$$T = \frac{T_o}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (14.27)$$

atau

$$\left(\begin{array}{ccc} \text{selang} & \text{waktu} & \text{menurut} \\ \text{pengamat} & \text{yang} & \text{diam} \end{array} \right) = \frac{\left(\begin{array}{ccc} \text{selang} & \text{waktu} & \text{menurut} \\ \text{pengamat} & \text{yang} & \text{bergerak} \end{array} \right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (14.28)$$

Juga perlu ditekankan di sini yang dimaksud pengamat bergerak dalam persamaan (14.28) adalah pengamat yang bergerak terhadap jam (lokasi peristiwa) yang sedang diamati. Dan yang dimaksud pengamat diam adalah pengamat yang diam terhadap jam (lokasi peristiwa) yang diamati.

- 1) Jika yang diamati adalah jam yang ada di gedung maka yang menjadi pengamat diam adalah pengamat yang ada di tanah dan pengamat bergerak adalah pengamat yang sedang naik kereta api, mobil, atau pesawat.
- 2) Jika yang diamati adalah jam yang ada di pesawat yang sedang terbang maka yang dimaksud pengamat diam adalah pilot, pramugari, atau penumpang pesawat. Dan pengamat bergerak misalnya adalah orang di tanah.

Contoh 14.5

Partikel X dapat meluruh menjadi partikel Y dalam waktu yang sangat pendek. Pada saat dilakukan pengukuran di laboratorium di mana partikel X hampir diam (memiliki kecepatan yang sangat kecil), partikel X meluruh menjadi partikel Y dalam waktu $1,50 \mu\text{s}$. Ketika dilakukan pengamatan peluruhan partikel X yang dihasilkan di atmosfer dan sedang bergerak dengan laju tertentu, waktu peluruhan partikel X menjadi $2,00 \mu\text{s}$. Berapakah kecepatan partikel X?

Jawab

Waktu yang diperlukan partikel X yang diam untuk meluruh, $T_o = 1,50 \mu\text{s}$. Waktu yang diperlukan partikel X yang sedang bergerak untuk meluruh, $T = 2,00 \mu\text{s}$. Dengan rumus dilatasi waktu maka

$$T = \frac{T_o}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

atau

$$\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = \frac{T_o}{T} = \frac{1,50}{2,00} = 0,75$$

$$1 - \frac{u^2}{c^2} = (0,75)^2 = 0,5625$$

$$\frac{u^2}{c^2} = 1 - 0,5625 = 0,4375$$

atau

$$u = \sqrt{0,4375}c = 0,661c$$

Pengujian dilatasi waktu

Teori relativitas khusus yang diusulkan Einstein didasarkan pada sejumlah hipotesis. Untuk menguji kebenaran ramalan teori tersebut perlu dilakukan eksperimen. Jika ramalan teori tidak sesuai dengan pengamatan maka teori harus ditolak. Sebaliknya, teori dapat diterima selama ramalannya sesuai dengan data eksperimen.

Eksperimen yang dilakukan di CERN, Swiss, tahun 1977 merupakan salah satu cara menguji dilatasi waktu yang diramalkan teori relativitas. Berkas muon dipercepat dalam lintasan lingkaran yang berjari-jari 7,0 m hingga mencapai laju $0,99994c$. Muon adalah partikel yang sangat tidak stabil. Pengamatan di laboratorium menunjukkan bahwa muon yang hampir diam (memiliki kecepatan yang sangat kecil) meluruh menjadi partikel lain dalam waktu $2,200 \mu\text{s}$. Akibat dilatasi waktu maka muon dapat bertahan lebih lama dari peluruhan. Umur muon yang bergerak dengan laju $u = 0,99994c$ bertambah menjadi

$$T = \frac{2,200}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}} = \frac{2,200}{\sqrt{1 - (0,99994c)^2 / c^2}} = 63,5 \mu\text{s}.$$

Pengukuran di CERN terhadap muon yang diputar dengan laju di atas menunjukkan umur muon yang sangat dekat dengan perhitungan di atas. Ini membuktikan bahwa ramalah dilatasi waktu Einstein sesuai dengan eksperimen.

Pada bulan Oktober 1977, Joseph Hafele dan Richard Keating membawa terbang empat jam atom dua kali mengelilingi bumi menggunakan pesawat terbang ekonomi. Mereka mengkonfirmasi adanya dilatasi waktu pada jam tersebut dengan kesalahan sekitar 10%. Beberapa tahun berikutnya, fisikawan pada Universitas Maryland melakukan percobaan serupa dengan menggunakan jam atom yang lebih teliti. Mereka berhasil membuktikan dilatasi waktu dengan kesalahan hanya 1%. Oleh karena itu, saat ini, ketika jam atom dibawa dari satu tempat ke tempat lain, kalibrasi terhadap dilatasi waktu harus dilakukan.

10.5 Relativitas massa, momentum dan energi

Apa yang kalian lihat dari persamaan transformasi Lorentz? Ada factor $(1-u^2/c^2)^{1/2}$. Apa akibat jika kecepatan benda melebihi kecepatan cahaya ($u > c$)? Nilai $1-u^2/c^2$ menjadi negatif sehingga $(1-u^2/c^2)^{1/2}$ menjadi tidak bermakna (imajiner). Dengan demikian, posisi maupun waktu menjadi imajiner, yang jelas bukan merupakan besaran fisis. Untuk menghindari keimajineran besaran-besaran fisis tersebut maka satu-satunya pemecahan adalah kecepatan benda tidak boleh melebihi kecepatan cahaya. Atau kecepatan cahaya merupakan batas tertinggi dari kecepatan yang boleh dimiliki benda di alam semesta.

Tetapi bagaimana kalau benda bermassa m dikenai gaya F terus menerus? Tentu benda tersebut akan memiliki kecepatan $a = F/m$ yang menyebabkan kecepatan benda makin lama makin besar. Dan jika lama waktu gaya bekerja cukup besar bisa jadi pada akhirnya kecepatan benda akan melebihi kecepatan cahaya. Nah, bagaimana dengan batasan kecepatan benda yang memiliki nilai maksimum sama dengan kecepatan cahaya? Apakah pemberian batas tersebut tidak konsisten?

Untuk mengatasi ketidakkonsisten ini Einstein mengusulkan bahwa sebenarnya massa benda tidak tetap, tetapi bergantung pada kecepatannya. Makin besar masa benda maka makin besar massanya sehingga dengan pemberian gaya F percepatan benda makin kecil ketika laju benda makin besar. Jika laju benda mendekati laju cahaya maka massa benda harus mendekati tak berhingga sehingga percepatan benda mendekati nol. Akibatnya benda sulit lagi untuk dipercepat, atau laju benda hampir tidak berubah lagi. Hubungan antara massa dan laju benda yang memenuhi persyaratan di atas adalah

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (14.29)$$

dengan m_o adalah massa benda dalam keadaan diam dan m massa benda dalam keadaan bergerak

Einstein menurunkan persamaan di atas dengan menerapkan hukum kekekalan momentum pada tumbukan dua benda yang massanya sama. Karena momentum merupakan perkalian massa dan kecepatan, maka secara umum momentum benda memiliki bentuk

$$p = mu = \frac{m_o u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (14.30)$$

Tampak dari persamaan (14.29) dan (14.30), bentuk rumus untuk massa dan momentum dalam teori relativitas sangat berbeda dengan bentuk dalam mekanika klasik. Dengan demikian diharapkan pula bentuk rumus untuk energi kinetik akan berbeda juga dengan bentuk dalam mekanika klasik. Einstein menurunkan energi kinetik benda dapat ditulis secara umum sebagai

$$K = mc^2 - m_o c^2 \quad (14.31)$$

yang dapat ditulis sebagai

$$K = E - E_o$$

dengan

$$E = mc^2 = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (14.32)$$

$$E_o = m_o c^2 \quad (14.33)$$

E_o dapat dipandang sebagai energi total benda dalam keadaan diam sedangkan E adalah energi total benda dalam keadaan bergerak. Dengan demikian energi kinetik adalah selisih energi total benda dalam keadaan bergerak dan dalam keadaan diam. Penurunan

persamaan (14.31) dapat dilihat di akhir bab.

Untuk kecepatan yang cukup kecil dibandingkan dengan kecepatan cahaya, secara matematika dapat ditunjukkan bahwa

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} \quad (14.34)$$

Sebagai contoh, untuk $u = 3 \times 10^7$ m/s, maka $1/\sqrt{1-u^2/c^2} = 1,0050378$, sedangkan $1 + (1/2)u^2/c^2 = 1,005$ yang nilainya cukup dekat. Untuk kecepatan yang cukup besar inipun ($u = 0.1c$) nilai ke dua factor di atas sudah sangat dekat. Apalagi kecepatan yang lebih kecil lagi yang umumnya dijumpai sehari-hari. Praktis dapat dianggap nilai kedua factor di atas persis sama. Dengan pendekatan (14.34) maka untuk kecepatan kecil, energi kinetik benda memiliki bentuk

$$K = m_o c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} \right) - m_o c^2 = m_o c^2 + \frac{1}{2} m_o u^2 - m_o c^2 = \frac{1}{2} m_o u^2 \quad (14.35)$$

yang persis sama dengan ungkapan energi kinetik dalam fisika klasik. Dengan kata lain, ungkapan energi kinetik dalam fisika klasik merupakan bentuk khusus dari ungkapan energi kinetik relativitas untuk kecepatan-kecepatan benda yang sangat kecil dibandingkan dengan kecepatan cahaya.

Jika benda yang bergerak dihentikan, maka benda tersebut akan melepaskan energi (yang berasal dari energi kinetiknya) sebesar

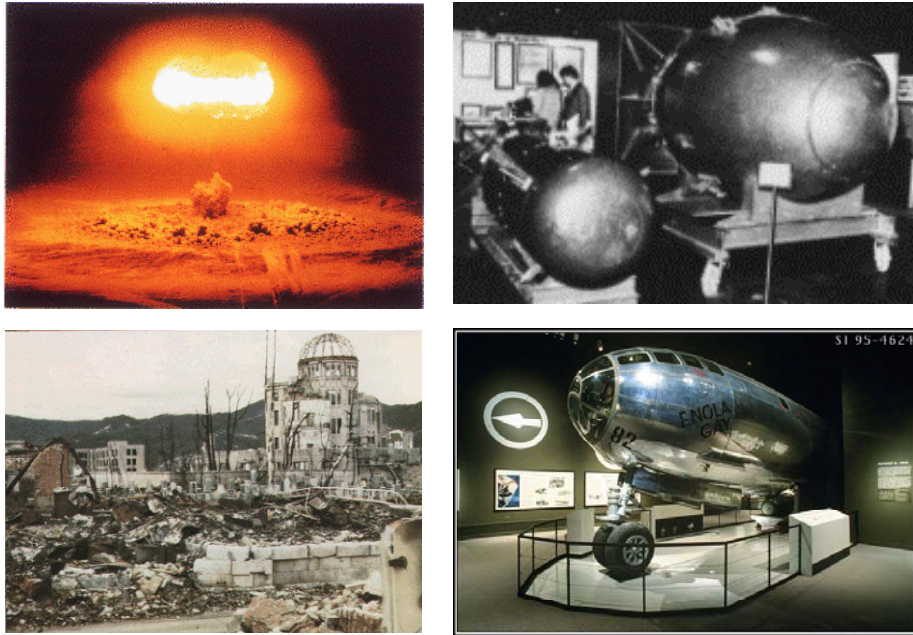
$$\Delta E = mc^2 - m_o c^2 = (m - m_o) c^2 = \Delta m c^2$$

Benda yang bergerak memiliki massa m dan benda yang diam memiliki massa m_o . Dengan demikian, penghentian gerak benda ekuivalen dengan menghilangkan massa benda sebesar

$$\Delta m = m - m_o$$

Jadi, selama proses penghentian benda, terjadi penghilangan massa sebesar Δm , yang

pada saat bersamaan terjadi pelepasan energi sebesar $\Delta E = \Delta mc^2$. Dengan kata-lain, massa dapat diubah menjadi energi. Besar energi yang dihasilkan sama dengan perkalian massa tersebut dengan kuadrat kecepatan cahaya. Prinsip inilah yang berlaku pada reaksi nuklir. Energi yang sangat besar yang dihasilkan reactor nuklir atau bom atom berasal dari penghancuran sebagian massa atom.



Gambar 14.1 (kiri atas) Ledakan bom atom merupakan peristiwa perubahan massa menjadi energi, (kanan atas) *Little Boy* adalah nama bom atom yang dijatuhkan di kota Hiroshima, kiri, dan *Fat Man* adalah nama bom atom yang dijatuhkan di kota Nagasaki, kanan, (kiri bawah) keadaan kota Hiroshima setelah dijatuhi bom atom, (kanan bawah) *Enola Gay* adalah nama pesawat yang menjatuhkan bom atom di kota Hiroshima.

Bentuk persamaan energi total dapat juga dinyatakan sebagai berikut. Berdasarkan persamaan (14.30) kita dapat menulis

$$(pc)^2 = \frac{m_o^2 u^2}{1 - \frac{u^2}{c^2}} c^2 = \frac{m_o^2 c^4}{1 - \frac{u^2}{c^2}} \times \frac{u^2}{c^2} \quad (14.36)$$

$$\begin{aligned}
(pc)^2 + (m_o c^2) &= \frac{m_o^2 c^4}{1 - \frac{u^2}{c^2}} \times \frac{u^2}{c^2} + m_o^2 c^4 \\
&= \frac{m_o^2 c^4}{1 - \frac{u^2}{c^2}} \times \frac{u^2}{c^2} + \frac{m_o^2 c^4}{1 - \frac{u^2}{c^2}} \times \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) = \frac{m_o^2 c^4}{1 - \frac{u^2}{c^2}}
\end{aligned} \tag{14.37}$$

Suku terakhir dalam persamaan (14.37) tidak lain daripada kuadrat energi total. Jadi, dari persamaan (14.37) kita dapatkan

$$E^2 = (pc)^2 + (m_o c^2)^2 \tag{14.38}$$

Contoh 14.6

Sebuah meson pi, π^0 , memiliki massa $m_o = 2,4 \times 10^{-28}$ kg. Meson tersebut bergerak dengan laju $2,4 \times 10^8$ m/s. Berapa energi kinetik meson tersebut? Bandingkan dengan energi kinetik yang dihitung dengan hukum klasik.

Jawab

Berdasarkan informasi soal kita dapatkan

$$u = 2,4 \times 10^8 = 2,4 \times 10^8 \times \frac{c}{(3 \times 10^8)} = 0,8c$$

$$m_o = 2,4 \times 10^{-28} \text{ kg}$$

Energi kinetik meson adalah

$$\begin{aligned}
K &= m_o c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}} - 1 \right) = (2,4 \times 10^{-28}) \times (3 \times 10^8)^2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (0,8c)^2 / c^2}} - 1 \right) \\
&= (2,16 \times 10^{-11}) \times \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0,64}} - 1 \right) = (2,16 \times 10^{-11}) \times \left(\frac{1}{\sqrt{0,36}} - 1 \right) = (2,16 \times 10^{-11}) \times \left(\frac{1}{0,6} - 1 \right) \\
&= (2,16 \times 10^{-11}) \times \frac{0,4}{0,6} = 1,44 \times 10^{-11} \text{ J}
\end{aligned}$$

Jika dihitung dengan persamaan klasik maka energi kinetik muon adalah

$$K_{kl} = \frac{1}{2} m_o u^2 = \frac{1}{2} \times (2,4 \times 10^{-28}) \times (2,4 \times 10^8)^2 = 6,9 \times 10^{-12} \text{ J}$$

Contoh 14.7

Berapa energi yang dilepaskan jika elektron yang berada dalam keadaan diam diubah seluruhnya menjadi radiasi elektromagnetik?

Jawab

Massa diam elektron $m_o = 9,1 \times 10^{-31}$ kg. Energi yang dilepaskan sama dengan energi diam elektron, yaitu

$$E = m_o c^2 = (9,1 \times 10^{-31}) \times (3 \times 10^8)^2 = 8,19 \times 10^{-14} \text{ J}$$

Jika dinyatakan dalam elektronvolt, besar energi tersebut adalah

$$\frac{8,19 \times 10^{-14}}{1,6 \times 10^{-19}} = 5,1 \times 10^5 \text{ eV} = 0,51 \text{ MeV}$$

10.6 Penurunan persamaan energi kinetik relativitas

Misalkan kita melakukan kerja pada benda dari keadaan diam hingga memiliki laju u . Berdasarkan teorema usaha energi kerja yang dilakukan sama dengan perubahan energi kinetik benda. Karena mula-mula benda diam, energi kinetik mula-mula nol. Dengan demikian, kerja yang dilakukan sama dengan energi kinetik akhir benda, atau

$$K = \int_{u=0}^u dW$$

Untuk gerak lurus kita memiliki hubungan antara energi dan gaya, yaitu

$$dW = F dx = \frac{dp}{dt} dx = dp \frac{dx}{dt} = dp u$$

Dengan menggunakan aturan rantai untuk operasi diferensial, $d(up) = pdu + udp$ atau $udp = d(up) - pdu$, maka kita dapat menulis

$$dW = d(pu) - pdu$$

$$= d \left(\frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) - \frac{m_o u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} du$$

Energi kinetik benda menjadi

$$K = \int_0^u d \left(\frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) - \int_0^u \frac{m_o u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} du$$

$$= \left[\frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right]_0^u - \int_0^u \frac{m_o u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} du$$

$$= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - \int_0^u \frac{m_o u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} du$$

Untuk menyelesaikan integral di suku kedua kita misalkan $1 - u^2/c^2 = y$. Lakukan diferensial pada dua sisi sehingga didapat $-2udu/c^2 = dy$ atau $udu = -c^2 dy/2$. Dengan permisalan ini kita dapat menulis

$$K = \frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - \int_0^u \frac{m_o (-c^2 dy/2)}{y^{1/2}}$$

$$= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} + \frac{m_o c^2}{2} \int_0^u y^{-1/2} dy$$

$$= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} + \frac{m_o c^2}{2} [2y^{1/2}]_0^u$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} + m_o c^2 \left[\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \right]_0^u \\
&= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} + m_o c^2 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - m_o c^2 \\
&= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} + \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right) - m_o c^2 \\
&= \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - m_o c^2
\end{aligned}$$

Soal dan Penyelesaian

1) Sebuah partikel bergerak sepanjang x' dalam kerangka acuan X' dengan laju $0,40c$. Kerangka S' bergerak dengan laju $0,60c$ terhadap kerangka S. Berapa laju partikel diukur dari kerangka S?

Jawab

Diberikan di soal $u = 0,40c$ dan $v = 0,60c$. Laju partikel terhadap kerangka S merupakan penjumlahan relativistik dua kecepatan di atas, yaitu

$$w = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}} = \frac{0,40c + 0,60c}{1 + \frac{(0,40c)(0,60c)}{c^2}} = \frac{1,00c}{1 + 0,24} = 0,81c$$

2) Sebuah partikel sinar kosmis mendekati bumi sepanjang sumbu bumi menuju kutub utara dengan laju $0,80c$. Partikel sinat kosmis lain mendekati bumi sepanjang sumbu bumi menuju kutub selatan dengan laju $0,60c$. Berapa laju relatif satu partikel terhadap partikel lainnya?

Jawab

Kita ambil arah utara ke selatan sebagai arah positif sehingga nilai kecepatan menjadi $u = +0,80c$ dan $v = -0,60c$. Kecepatan relatif partikel pertama terhadap partikel kedua merupakan pengurangan relativistik dua kecepatan di atas, atau

$$w = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} = \frac{0,80c - (-0,60c)}{1 - \frac{(0,80c)(-0,60c)}{c^2}} = \frac{1,40c}{1 + 0,48} = 0,95c$$

3) Sebuah pesawat ruang angkasa yang memiliki panjang diam 350 m memiliki laju $0,82c$ terhadap suatu kerangka acuan. Sebuah mikrometeorit juga memiliki kecepatan $0,82c$ terhadap kerangka acuan ini tetapi bergerak dalam arah berlawanan dengan pesawat. Ketika melintasi pesawat, berapa lama waktu yang diperlukan mikrometeorit melewati pesawat tersebut?

Jawab

Informasi yang diberikan soal adalah kecepatan pesawat $u = 0,82c$ dan kecepatan mikrometeorit $v = -0,82c$. Kecepatan mikrometeorit terhadap pesawat adalah

$$w = \frac{v - u}{1 - \frac{vu}{c^2}} = \frac{-0,82c - 0,82c}{1 - \frac{(-0,82c)(0,82c)}{c^2}} = \frac{-1,64c}{1 + 0,6724} = -0,98c$$

Atau, laju mikrometeorit terhadap pesawat $= 0,98c$

Panjang pesawat menurut pengamat yang diam di pesawat $L_0 = 350$ m. Panjang pesawat menurut pengamat di mikrometeorit adalah

$$L = L_0 \sqrt{1 - w^2 / c^2} = 350 \times \sqrt{1 - (0,98c)^2 / c^2} = 350 \times \sqrt{1 - 0,9604} = 69,6 \text{ m}$$

Waktu yang diperlukan mikrometeorit melewati pesawat

$$\Delta t = \frac{L}{w} = \frac{69,6}{0,98c} = \frac{69,6}{0,98 \times (3 \times 10^8)} = 2,4 \times 10^{-7} \text{ s}$$

4) Umur rata-rata muon yang dihentikan pada balok timbal di dalam laboratorium adalah $2,2 \mu\text{s}$. Umur rata-rata muon yang bergerak dengan kecepatan tinggi yang berasal dari sinar kosmis ketika diamati di bumi adalah $16 \mu\text{s}$. Berapa kecepatan muon tersebut?

Jawab

Informasi yang diberikan soal adalah $T_0 = 2,2 \mu\text{s}$ dan $T = 16 \mu\text{s}$. Dengan persamaan

dilatasi waktu kita dapat menulis

$$\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = \frac{T_o}{T} = \frac{2,2}{16} = 0,1375$$

atau

$$1 - \frac{u^2}{c^2} = (0,1375)^2 = 0,019$$

atau

$$\frac{u^2}{c^2} = 1 - 0,019 = 0,981$$

atau

$$u = \sqrt{0,981}c = 0,99c$$

5) Sebuah pion dihasilkan di permukaan atas atmosfer bumi ketika sinar kosmik berenergi tinggi bertumbukan dengan inti atom di permukaan atmosfer. Pion yang dihasilkan bergerak menuju bumi dengan laju $0,99c$. Di dalam keangka acuan di mana pion diam, pion tersebut meluruh dalam waktu 26 ns. Ketika diukur pada kerangka acuan yang tetap terhadap bumi, berapa jauh pion bergerak di atmosfer sebelum meluruh?

Jawab

Informasi yang kita dapatkan dari soal adalah $T_o = 26 \text{ ns} = 2,6 \times 10^{-8} \text{ s}$ dan $u = 0,99c = 0,99 \times (3 \times 10^8 \text{ m/s}) = 2,97 \times 10^8 \text{ m/s}$. Ketika bergerak dengan laju u , umur pion menurut pengamatan di bumi bertambah akibat dilatasi waktu. Umur pion menjadi

$$\begin{aligned} T &= \frac{T_o}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}} = \frac{2,6 \times 10^{-8}}{\sqrt{1 - (0,99c)^2 / c^2}} = \frac{2,6 \times 10^{-8}}{\sqrt{1 - 0,98}} \\ &= \frac{2,6 \times 10^{-8}}{\sqrt{0,02}} = \frac{2,6 \times 10^{-8}}{0,14} = 1,86 \times 10^{-7} \text{ s} \end{aligned}$$

Jarak tempuh pion menurut pengamat di bumi

$$X = uT = (2,97 \times 10^8) \times (1,86 \times 10^{-7}) = 55 \text{ m}$$

6) Berapa harusnya laju pion agar meluruh setelah menempuh jarak 10,0 m? Umur

rata-rata pion dalam keadaan diam adalah $2,60 \times 10^{-6}$ s.

Jawab

Misalkan jarak 10,0 meter tersebut yang diukur oleh pengamat yang bergerak bersama pion adalah L , maka

$$L = 10,0 \times \sqrt{1 - u^2 / c^2}$$

Menurut pengamatan di pion, umur pion adalah $T_o = 2,60 \times 10^{-6}$ s dan pion tersebut bergerak dengan laju u . Dengan demikian, agar pengamat di pion mengamati pion menempuh jarak L sebelum meluruh maka

$$L = uT_o = 2,60 \times 10^{-6} u$$

Dengan demikian

$$2,60 \times 10^{-6} u = 10,0 \times \sqrt{1 - u^2 / c^2}$$

$$2,60 \times 10^{-7} u = \sqrt{1 - u^2 / c^2}$$

$$6,76 \times 10^{-14} u^2 = 1 - u^2 / c^2$$

$$6,76 \times 10^{-14} \times c^2 \times \frac{u^2}{c^2} = 1 - \frac{u^2}{c^2}$$

$$6,76 \times 10^{-14} \times (3 \times 10^8)^2 \times \frac{u^2}{c^2} = 1 - \frac{u^2}{c^2}$$

$$6084 \frac{u^2}{c^2} = 1 - \frac{u^2}{c^2}$$

$$6085 \frac{u^2}{c^2} = 1$$

$$u = \frac{c}{\sqrt{6085}} = 0,013c$$

7) Sebuah pesawat yang memiliki panjang diam 130 m melewati sebuah stasion waktu dengan laju $0,740c$. a) Berapa panjang pesawat menurut pengamat di stasion waktu? B) Berapa selang waktu yang diamati pengamat di stasion waktu antara ujung depan dan ujung belakang pesawat melewati sebuah titik?

Jawab

Informasi yang ada di soal adalah $u = 0,740c = 0,740 \times (3 \times 10^8) = 2,22 \times 10^8$ m/s dan $L_0 = 130$ m

a) Pengamat di stasion waktu bergerak relatif terhadap pesawat. Maka panjang pesawat menurut pengamat ini adalah

$$L = L_0 \sqrt{1 - u^2 / c^2} = 130 \times \sqrt{1 - (0,740c)^2 / c^2} = 130 \times \sqrt{0,4524} = 87 \text{ m}$$

b) Selang waktu antara ujung depan dan ujung belakang pesawat melewati sebuah titik menurut pengamat di stasion waktu

$$\Delta t = \frac{L}{u} = \frac{87}{2,22 \times 10^8} = 3,9 \times 10^{-7} \text{ s}$$

8) Tahun 1979 Amerika mengkonsumsi energi listrik sekitar $2,2 \times 10^{12}$ kW h. Berapa massa yang ekivalen dengan energi ini?

Jawab

Terlebih dahulu kita ubah energi di atas dalam satuan joule.

$$\begin{aligned} E &= 2,2 \times 10^{12} \text{ kW h} = (2,2 \times 10^{12}) \times (1\,000 \text{ W}) \times (3\,600 \text{ s}) \\ &= 7,92 \times 10^{18} \text{ J} \end{aligned}$$

Dengan menggunakan kesetaraan massa-energi, maka massa yang ekivalen dengan energi di atas adalah

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{7,92 \times 10^{18}}{(3 \times 10^8)^2} = 88 \text{ kg}$$

9) Berapa laju partikel yang memiliki (a) energi kinetik dua kali energi diamnya? (a) energi total dua kali energi diamnya?

Jawab

a) Energi kinetik elektron memenuhi

$$K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}} - 1 \right) = E_{\text{diam}} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}} - 1 \right)$$

Jadi, agar $K/E_{\text{diam}} = 2$ maka

$$\left(\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - 1 \right) = 2$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = 3$$

$$\sqrt{1-u^2/c^2} = \frac{1}{3}$$

$$1-u^2/c^2 = \frac{1}{9}$$

$$u^2/c^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

atau

$$u = \sqrt{8/9}c = 0,94c$$

b) Energi total elektron memenuhi

$$E = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{E_{\text{diam}}}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

Jadi, agar $E/E_{\text{diam}} = 2$ maka

$$\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = 2$$

$$\sqrt{1-u^2/c^2} = \frac{1}{2}$$

$$1-u^2/c^2 = \frac{1}{4}$$

$$u^2/c^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

atau

$$u = \sqrt{3/4}c = 0,866c$$

10) Sebuah partikel bermassa m memiliki momentum $m_o c$. (a) Berapakah laju partikel?
(b) berapakah energi kinetiknya?

Jawab

a) Momentum partikel memenuhi

$$p = \frac{m_o u}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}}$$

Agar momentum sama dengan $m_o c$ maka

$$m_o c = \frac{m_o u}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}}$$

atau

$$\sqrt{1 - u^2 / c^2} = u / c$$

$$1 - u^2 / c^2 = u^2 / c^2$$

$$2u^2 / c^2 = 1$$

$$u / c = 1 / \sqrt{2}$$

atau

$$u = \frac{c}{\sqrt{2}} = 0,71c$$

b) Energi kinetik partikel

$$\begin{aligned} K &= m_o c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}} - 1 \right) = m_o c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (1/\sqrt{2})^2}} - 1 \right) = m_o c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 1/2}} - 1 \right) \\ &= m_o c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1/2}} - 1 \right) = m_o c^2 (\sqrt{2} - 1) = 0,41 m_o c^2 \end{aligned}$$

11) Jika inti uranium yang berada dalam keadaan diam pecah melalui reaksi fisi pada suatu reaktor, partikel hasil pecahannya memiliki energi kinetik 200 MeV. Berapa massa yang hilang dalam proses tersebut?

Jawab

Energi kinetik yang dimiliki pecahan inti uranium berasal dari kehilangan massa dalam proses tersebut. Besar energi yang dilepas adalah

$$200 \text{ MeV} = 200 \times 10^6 \times (1,6 \times 10^{-19}) = 3,2 \times 10^{-11} \text{ J}$$

Massa yang hilang dalam reaksi tersebut

$$m = \frac{3,2 \times 10^{-11}}{c^2} = \frac{3,2 \times 10^{-11}}{(3 \times 10^8)^2} = 3,6 \times 10^{-28} \text{ kg}$$

Soal-Soal

- 1) Kerangka acuan S' bergerak relatif terhadap kerangka acuan S dengan laju $0,62c$ dalam arah pertambahan x . Sebuah partikel di dalam kerangka acuan S' bergerak dengan laju $0,47c$ terhadap kerangka acuan S' dalam arah pertambahan x' . (a) berapa kecepatan partikel terhadap kerangka acuan S ? (b) Berapa kecepatan partikel terhadap kerangka S jika arah gerak partikel adalah ke arah x' negatif?
- 2) Galaksi A dimatai bergerak menjauhi galaksi kita dengan laju $0,35c$. Galaksi B yang lokasinya berseberangan dengan galaksi A juga bergerak menjauhi galaksi kita dengan laju yang sama. Jika diukur dari galaksi A, (a) berapa kecepatan galaksi kita? (b) berapa kecepatan galaksi B?
- 3) Dari hasil pengamatan pergeseran spektrum bintang disimpulkan bahwa quasar Q_1 bergerak menjauhi kita dengan laju $0,800c$ dan quasar Q_2 dalam arah yang sama tetapi lebih dekat ke kita bergerak menjauhi kita dengan laju $0,400c$. Berapa laju quasar Q_2 diukur oleh pengamat pada quasar Q_1 ?
- 4) Sebuah partikel energi tinggi yang tidak stabil memasuki detektor dan meninggalkan jejak lintasan sepanjang $1,05 \text{ mm}$ sebelum meluruh. Laju partikel relatif terhadap detektor adalah $0,992c$. Berapakah umur partikel dalam keadaan diam?
- 5) Sebuah batang diletakkan sejajar sumbu x dari kerangka acuan S . Panjang batang dalam keadaan diam adalah $1,80 \text{ m}$. Jika batang tersebut bergerak sejajar sumbu x dengan laju $0,630c$, berapa panjang batang menurut pengamat di kerangka acuan S ?
- 6) Panjang sebuah pesawat ruang angkasa yang sedang terbang terukur persis setengah panjang dalam keadaan diam. Berapa laju pesawat tersebut terhadap pengamat?
- 7) Jika kamu menuju bintang yang jaraknya 100 tahun cahaya dari bumi dengan pesawat yang lajunya $2,60 \times 10^8 \text{ m/s}$, berapa jarak tersebut yang kamu ukur?
- 8) Misalkan kamu ingin menuju suatu bintang yang jauhnya 90 tahun cahaya. Kamu ingin menempuh perjalanan tersebut selama 25 tahun. Berapa harusnya laju pesawat kamu?
- 9) Sebuah elektron bergerak dengan laju $0,999\,987c$ sepanjang sumbu tabung vakum yang panjangnya $3,00 \text{ m}$ menurut pengamat di laboratorium yang diam bersama tabung. Pengamat lain yang bergerak bersama elektron akan melihat tabung

bergerak ke belakang dengan laju $0,999\,987c$. Berapa panjang tabung menurut pegamat yang bergerak ini?

- 10) (a) Secara prinsip, dapatkan seseorang dari bumi terbang dan mencapai pusat galaksi yang jaraknya dari bumi 23 000 tahun cahaya? Beri penjelasan menggunakan dilatasi waktu atau kontraksi Lorentz (b) Berapa kecepatan pesawat yang ia tumpangi agar bisa mencapai pusat galaksi dalam waktu 30 tahun?
- 11) Berapa kerja yang diperlukan untuk meningkatkan laju elektron dari keadaan diam hingga memiliki laju (a) $0,50c$, (b) $0,990c$, dan (c) $0,9990c$?
- 12) Sebuah elektron bergerak dengan laju sedemikian sehingga dapat mengitari bumi di khatulistiwa selama 1,00 s. (a) Berapa laju elektron dinyatakan dalam laju cahaya? (b) berapa energi kinetiknya? (c) berapa persentase kesalahan perhitungan energi kinetik jika menggunakan rumus klasik?
- 13) Sebuah partikel memiliki laju $0,990c$ terhadap suatu kerangka acuan. Berapakah energi kinetik, energi total, dan momentum jika partikel tersebut adalah (a) elektron, (b) proton?
- 14) Quasar dipandang sebagai inti aktif galaksi dalam tahap awal pembentukannya. Kebanyakan quasar memancarkan energi dengan daya 10^{41} W. Berapakah laju pengurangan massa quasar agar dapat memancarkan energi sebesar ini?
- 15) Berapa momentum partikel yang memiliki massa m agar energi totalnya sama dengan tiga kali energi diamnya.
- 16) (a) Berapa energi yang dilepaskan dari peledakan bom fisi yang memiliki 3,0 kg. Anggap bahwa 0,10% massa diubah menjadi energi. (b) Berapa massa TNT yang harus diledakkan untuk menghasilkan energi yang sama. Anggap tiap mol TNT menghasilkan energi 3,4 MJ pada peledakan.